Lehrgang

des

Rechenunterrichts

mit

gleichmäßiger Berücksichtigung

des

Kopf- und Zifferrechnens

von

Joh. Fr. Henner.

Zweite durchaus umgearbeitete und vermehrte Auflage.

Mit einer Figurentafel.

Ansbach.

Verlag der Fr. Seybold'schen Buchhandlung.

1858.

Druck der C. Brügel'schen Officin.

Vorrede.

Der in der Vorrede zur ersten Auflage dieses Buches ausgesprochene Wunsch, daß dasselbe freundlich aufgenommen werden möge, hat sich erfüllt. Die mir zugekommenen Beurtheilungen in öffentlichen Blättern waren so günstig, daß sie meine bescheidene Erwartung weit übertrafen. Auch hatte der Lehrgang, gleich meinem schon früher erschienenen Werkchen für das Kopf- oder Denkrechnen, das besondere Glück, alsbald nach seinem Erscheinen in mehreren bayerischen Schullehrer-Seminarien eingeführt und im Laufe dieses Jahres von der hohen kgl. Regierung Mittelfrankens für den Präparanden-Unterricht vorgeschrieben zu werden. Daß ich mich durch dieses Alles nur um so mehr angetrieben fühlte, auf das Buch allen Fleiß und die größte Sorgfalt zu verwenden, mag gegenwärtige Auflage zeigen.

Da im ersten Cursus das Zerlegen der Zahlen in gleiche Theile — der Produktzahlen in ihre Faktoren — eine Hauptübung bildet; so war es fast unerläßlich, das Multiplikationszeichen, und der Konsequenz wegen auch das Divisionszeichen, in der Weise zu gebrauchen, wie es jetzt allenthalben in den Rechenbüchern für deutsche Schulen geschieht, nämlich so, daß Multiplikator und Divisor vor den Zeichen stehen.

Vom dritten Cursus an habe ich öfters auf mein Kopf- oder Denkrechnen*) verwiesen. Ich glaubte, um so unbedenklicher es thun zu dürfen, als das Büchlein schon weit verbreitet ist, in der That schon vielfach neben dem Lehrgange angewendet wird und mit demselben ein Ganzes bildet.

Daß nicht Alles, was beide Hilfsmittel dem Lehrer bieten, überall durchgenommen werden kann und soll, bedarf kaum bemerkt zu werden. In einem Rechenbuche auch gerade nur so viel zu geben, als für jede einzelne Schule nothwendig sein möchte, ist bei der großen Verschiedenheit derselben durchaus unmöglich. Es muß daher immer dem Lehrer überlassen bleiben, das Wieviel für seine Schule selbst zu bestimmen, zuzugeben und abzubrechen.

Eine große Erleichterung gewähren übrigens die zu diesem Lehrbuche gehörigen 3 Aufgabenhefte zum Zifferrechnen. Sie sind für die Hand der Schüler und haben den Zweck, dem Lehrer das lästige und zeitraubende Aufgabendiktiren zu ersparen und dem Schüler Gelegenheit zu geben, sich auch zu Hause zu üben.

Möge nun dem Buche in seiner neuen Gestalt eine eben so freundliche Aufnahme werden, als bei seinem ersten Erscheinen!

Ansbach, den 27. August 1858.

Der Verfasser.

---

*) Des Werkchens Titel ist: „Das Kopf- oder Denkrechnen durch einige Tausend methodisch geordneter, mit Andeutungen zum bildenden Gebrauche versehener Aufgaben für Mittel- und Oberklassen." Da auch das Zifferrechnen ein Denkrechnen sein soll, so ist die Bezeichnung „Kopf- oder Denkrechnen" nicht ganz richtig; nachdem sich jedoch das Büchlein unter diesem Titel seit seinem zwanzigjährigen Dasein das Bürgerrecht in gar vielen Schulen erworben hat, so soll es ihn auch behalten. —

Inhalts-Verzeichniß.

Erster Cursus.

Die Zahlen von Eins bis Hundert.

Zweiter Cursus.

Die Zahlen von Eins bis Tausend.

Dritter Cursus.

Der Zahlenraum von unbegränzter Ausdehnung.

Vierter Cursus.

Fünfter Cursus.

Erster Cursus.

Die Zahlen von Eins bis Hundert.

Vorbemerkung.

Die Zahlen von Eins bis Hundert liegen vor allen übrigen Zahlen der Anschauung offen und werden im Leben am häufigsten angewendet; darum und weil das Rechnen mit ihnen die Grundlage bildet zu allem Rechnen, so können und müssen sie unter allen Zahlen am gründlichsten behandelt werden. Der Schüler muß von jeder derselben eine möglichst klare und vollständige Kenntniß erhalten. Es ist aber einleuchtend, auch schon vielfach nachgewiesen *) anerkannt und durch die Erfahrung festgestellt, daß die gründliche Kenntniß der Zahlen weniger durch die Behandlung derselben in Massen, — etwa durch die gleichzeitige Behandlung der Zahlen von 1 bis 10 und dann von 11 bis 100 — als vielmehr dadurch sich ergibt, daß man sie nach ihrer Reihenfolge einzeln der Betrachtung unterstellt, allseitig anschauen und erkennen läßt. Und das geschieht auch hier, mehr ausführlich mit den Zahlen von 1 bis 20, weniger mit denen von 21 bis 100. Am Ende eines Zehners verbreiten sich die Uebungen über alle Zahlen desselben, beziehungsweise über den ganzen bis dahin zurückgelegten Zahlenraum.

Bei Behandlung der einzelnen Zahlen gehen wir im Allgemeinen gerade so zu Werke, wie man sich klare Kenntniß von anderen Dingen verschafft. Wir fassen zuerst das — aus der vorhergehenden Zahl durch Hinzufügen der Eins entstandene — Ganze in's Auge, sehen dann zu, aus welchen Theilen es besteht und wie sich das Ganze und seine Theile zu einander verhalten, und untersuchen hierauf, inwieferne diese neue (Zahlen-) Größe und die schon bekannten sich von einander unterscheiden.

*) Zuerst und am gründlichsten von Grube in seinem Leitfaden für das Rechnen in der Elementarschule.

Dabei wird der Schüler zugleich in jene Zahlenoperationen eingeführt, in welchen, im Grunde genommen, alles Rechnen besteht: in das Addiren, Subtrahiren, Multipliciren und Dividiren. Und da dieselben zuerst immer nur bei unmittelbarer Anschauung und schon mit den kleinsten Zahlen vollzogen werden, auch von Stufe zu Stufe sich wiederholen; so lebt sich der Schüler eben so leicht, als vollständig und mit klarem Bewußtsein in sie ein.

Mit diesen formalen Zahlenübungen verbinden wir sogleich und so innig als möglich das angewandte Rechnen. Denn soll der Rechenunterricht wirklich theoretisch-praktisch sein, wie man mit Recht verlangt; so muß er es durchweg sein, vom Anfange an und auf jeder Stufe. Ist daher durch die Anschauung ein Zahlenverhältniß aufgefaßt, so wird es sofort auch in einer dem Gesichtskreise des Kindes entsprechenden Weise auf das praktische Leben angewendet. — So schreiten Kenntniß der Zahl, Fertigkeit im Operiren und praktisches Rechnen, in natürlicher Verbindung und sich gegenseitig fördernd, gleichmäßig fort, kontinuirlich, wie auch die Seelenkräfte sich entwickeln. Der Lehrgang ist einfach und konsequent, so daß ihn selbst der Schüler nach und nach erkennt; die beständige Abwechslung aber, welche er in die Thätigkeit der Lernenden bringt, regt an, also daß sie dieser Beschäftigung nie müde werden.

Am Schlusse jeder Stufe folgen noch Aufgaben verschiedener Art, nämlich Aufgaben, wie sie bereits vorgekommen sind, aber in vermischter Aufeinanderfolge, Aufgaben, worin die gewöhnlich gegebenen Glieder in Frage gestellt erscheinen, und Aufgaben, wodurch die Zahl noch weiter auf die Lebensverhältnisse angewendet wird.

Sobald ein neuer Zahlbegriff gewonnen ist, so tritt, damit er sich mit dem Zahlzeichen innig verbinde, sogleich die Ziffer hinzu. Und damit der Schüler veranlaßt werde, das aus dem unmittelbaren Unterricht Erkannte nachher sich nochmal zu vergegenwärtigen und die Sache zum Gegenstande seines eigenen Nachdenkens zu machen; so reihet sich an das mündliche Rechnen das schriftliche an.

In Bezug auf das Lehrverfahren sei bemerkt:

1) Bei jeder Uebung werde die Sache auf mannigfache Weise, durch räumlich vorhandene, wie durch zeitlich eintretende Dinge, als: Hände, Bücher, Federn, Fenster, Münzen, Maße, Klänge, Silben, Schritte u. dgl. m. wiederholt zur Anschauung gebracht. Als stereotypes Anschauungsmittel aber sei, nebst den Fingern, Punkten oder Strichen, das sogenannte russische Rechenbrett empfohlen. Aus mehreren Gründen. Das dekadische Zahlensystem baut sich an ihm anschaulich auf; die Zahlen lassen sich daran sehr leicht und schnell umstellen; der Lehrer hat, wenn er sich neben oder hinter dasselbe stellt, die Schüler beständig vor sich, und deren Augen sind, indem sie sich darauf fixiren, zugleich auf ihn gerichtet. Es werde dasselbe aber nicht sogleich mit seinen hundert Kugeln vorgeführt. Der Schüler sehe zuerst nur das Gestell mit den (zehn) leeren Drähten, welche auf beiden Seiten durch den Rahmen gehen, an einem Ende umgebogen und an

dem andern, um sie leicht herausnehmen zu können, mit einer Schraubenmutter versehen sind. Bei der Zahl Eins thue man eine Kugel in die oberste Stange, bei Zwei 2 Kugeln in die zweite Stange, bei Drei 3 Kugeln in die dritte Stange u. s. f. bis Zehn. Ehe man zur Zahl Elf übergeht, nehme man alle Kugeln wieder heraus und thue in die erste oder oberste Stange 10 derselben und in die nächste darunter eine. Bei Zwölf werde dieser einen Kugel eine zweite beigefügt, bei Dreizehn eine dritte u. s. f. bis Zwanzig. Dann werden auch in jede der acht übrigen Stangen 10 Kugeln aufgenommen.

2) Die Veranschaulichung der Zahlen und der Zahlenoperationen ist selbstverständlich zunächst Sache des Lehrers, aber nicht ausschließlich und nicht immer. Vielmehr ist der Schüler so bald als möglich anzuhalten, auch Theil daran zu nehmen und das von ihm innerlich Erfaßte äußerlich d. h. anschaulich darzustellen. Es ist dieß nicht nur der beste Probierstein, zu erkennen, ob der Schüler eine deutliche Vorstellung von dem Behandelten gewonnen habe, sondern auch das beste Mittel, ihn aus seinem mehr oder weniger passiven Verhalten in volle Selbstthätigkeit zu versetzen und ihn zu befähigen, bei irgend einer Ungewißheit in diesem Bereiche durch Versinnlichung der Sache sich selbst zu helfen.

3) Das vermittelst der Anschauung vollständig Begriffene ist auch dem Gedächtnisse fest einzuprägen. Zur deutlichen Einsicht muß sich überall sicheres und fertiges Können gesellen.

4) Vorstellungen und Begriffe, besonders rein abstrakte, wie die von Zahlen, werden aber durch einmaliges Auffassen noch nicht für immer Eigenthum des Geistes. Werden sie nicht von Zeit zu Zeit wieder aufgefrischt und erneuert; so verbleichen sie nach und nach und verlieren sich endlich ganz. Darum werde fleißig wiederholt, sowohl mit Anschauung, als frei im Kopfe. Gelegenheit dazu bietet sich bei jeder neuen Zahl.

5) Eine besondere Sorgfalt verdient das Rechnen mit der angewandten Zahl, die übrigens mit der blos benannten nicht verwechselt werden darf. Wenn der Schüler sucht, wie viel 3 Ms. + 2 Ms., 5 Ellen — 2 Ellen, 3 × 2 Aepfel, und $^1/_3$ × 6 Kreuzer sind; so rechnet er nur mit benannten Zahlen, er mag dabei diese Dinge vor sich haben, oder nicht. Aus den Beispielen ist ersichtlich, daß das, was mit den gegebenen Zahlen geschehen soll, in der Aufgabe selbst bezeichnet ist, und daß das ganze Geschäft des Rechners einzig und allein darin besteht, die Operationen auszuführen. Aufgaben aber, wie die folgenden: Eine Bäuerin verkauft zuerst 3 Maas Milch und dann 2; wie viel im Ganzen? Von 5 Ellen Zeug wurden 2 Ellen verbraucht; wie viel ist noch vorhanden? Für einen Kreuzer kaufe ich 2 Aepfel, wie viel für 1 Groschen? 3 Loth Kaffee kosten 6 kr.; was kostet 1 Loth? — sind Aufgaben mit der angewandten Zahl; denn die Zahlen erscheinen da auf Fälle des praktischen Lebens angewendet. Bei ihnen ist nicht angezeigt, was mit den gegebenen Zahlen vorzunehmen sei, um die verlangte Antwort

zu erhalten; sondern man muß erst suchen, durch Betrachtung der Aufgabe es zu erkennen. Und gerade das, nämlich das Auflösen und Beurtheilen der Aufgabe, das Auffinden der zum Resultate führenden Operationen, ist die Hauptsache hier. Der Schüler muß klar und deutlich einsehen, daß man für 3 Kreuzer 3 mal so viel Aepfel bekommt, als für einen, und daß 1 Loth Kaffee nur den dritten Theil so viel kostet, als 3 Loth. Zu dieser Einsicht gelangt derselbe aber wieder nur durch die Anschauung und zwar am leichtesten und sichersten, wenn man sich der realen Dinge selbst dabei bedient. In den Fällen, wo sie nicht zu Handen sind, lasse man ihre Stelle durch ähnliche Dinge, wenigstens durch Zeichnungen an der Wandtafel vertreten.

6) Nie werde in Einem fort so lange gerechnet, bis bei den Kindern eine geistige Abspannung bemerkbar ist. Eine halbe Stunde auf einmal wird für das ganze erste Schuljahr das rechte Zeitmaß sein.

7) Endlich hüte man sich vor dem Fehler, dessen sich besonders eifrige Anfänger gerne schuldig machen: zu eilen, die Schüler vorwärts zu drängen und ihre Leistungen nach der Quantität des behandelten Stoffes zu bemessen. Wo das geschieht, da wird nichts recht begriffen und gelernt; da ist kein wohlthätiger Einfluß auf die Entwicklung des kindlichen Geistes; da kommt die rechte Lehr- und Lernfreudigkeit nicht auf, wohl aber gibt es Unmuth und Verdruß genug. Wer in seiner Schule die Freude eines gedeihlichen Fortschrittes, den schönsten Lohn des Lehrers, kennen lernen und genießen will; wer es mit der ihm anvertrauten Jugend und mit sich selbst gut meint: der gehe nicht eilfertig, sondern langsam vorwärts; der weiche von keinem Punkte, als bis die Schüler — vom ersten bis zum letzten — vollständig darüber im Klaren sind; der muthe den Kleinen nicht zu, Alles sogleich zu begreifen und zu können; der suche, wenn Etwas nicht recht gehen will, die Ursache davon zunächst in sich und denke darüber nach, wie es dem Verständnisse der Kinder näher zu legen sei; der sei sich stets bewußt, daß mehr gethan ist, wenn eine Zahl allseitig und gründlich durchgearbeitet und eine praktische Aufgabe klar und verständig gerechnet wird, als wenn zehn derselben einseitig und leichthin durchgenommen werden, und daß, je genauer und sorgfältiger man das Eine thut, desto leichter und besser es mit dem Anderen geht, das darauf folgt.

In Schulen mit einer Altersklasse nehme man sich wenigstens zwei, in Schulen mit mehreren Klassen drei Jahre Zeit zu diesem Cursus. In jenen gehe das Pensum für das erste Schuljahr nicht über die Zahl 20, in diesen nicht über 10 hinaus. Dabei wird vorausgesetzt, daß die betreffende Schülerabtheilung in den ersteren Schulen wöchentlich viermal, in den letzteren zwei bis dreimal Rechenunterricht erhalte. So ist es möglich, auf jede Zahl von Eins bis Zehn 6 — 8 halbe Stunden zu verwenden, Zeit genug, um dieselben in der von uns bezeichneten Weise zu behandeln.

Der erste Zehner.

Die Eins.

Was für ein Ding ist das hier? (Das ist ein Tisch.) Wie viele Tische sind es? (Ein Tisch.)

Eben so mit einer Hand, einem Buche, einer Kugel ꝛc.

Was ist einmal in der Schule? in dem Wohnhause? in der Kirche?

Hierauf deute man auf verschiedene einzelne Dinge und frage dabei jedesmal: Wie viele Dinge sind dieß hier? Die Antwort ist zuerst: Ein Ding, später: Eines, oder Eins.

Mit Eines oder Eins ist also immer nur ein Ding gemeint. Und will man Eins recht kurz und einfach schreiben, so macht man das Zeichen 1.

Das Zahlzeichen oder die Ziffer wird vom Lehrer stets in langsamem Takte einigemal an die Wandtafel geschrieben. Zugleich wird der Schüler darauf aufmerksam gemacht, in welcher Ordnung die einzelnen Züge auf einander folgen müssen, und dann angehalten, das Zeichen in derselben Weise so lange nachzubilden, bis er es richtig und ziemlich geläufig schreiben kann.

Die Zwei.

I. Bilden und Zerlegen.

a. Das Bilden der Zahl.

Die ganzen Zahlen in ihrer Reihenfolge entstehen, indem die Eins wiederholt zu sich genommen wird. $1 + 1 = 2$; $(1 + 1) + 1$ oder $2 + 1 = 3$; $(1 + 1 + 1) + 1$ oder $3 + 1 = 4$ ꝛc. So geht also immer aus der zuletzt erhaltenen Zahl, indem sich ihr ein neues Element, eine neue Eins, anschließt, die nächstfolgende hervor. Die Zwei entsteht aus $1 + 1$, die Drei aus $2 + 1$, die Vier aus $3 + 1$ u. s. f.

$$\overset{\bullet}{1} + \overset{\bullet}{1} = 2.$$

Eine Hand und noch eine Hand zusammen sind zwei Hände. Bücher, Striche, Punkte, Kugeln, Schritte ꝛc.

Ein Haus und noch ein Haus sind zwei Häuser. Pferde, Bäume, Aepfel, Kreuzer ꝛc.

Thut man zu Eins noch Eins so gibt es Zwei.
Eins und Eins ist Zwei.

1 Pfennig + 1 Pfennig = 2 Pfennige; 2 pf. = 1 Zweier.
1 Zweier + 1 Zweier = 2 Zweier; 2 Zw. = 1 Kreuzer.
1 halber Gulden + 1 halber Gulden = $\frac{2}{2}$ fl.; $\frac{2}{2}$ fl. = 1 g. fl.

Hierauf lernen die Schüler die Ziffer 2 als Zeichen für die Zahl Zwei kennen und schreiben.

b. Das Zerlegen der Zahl.

Durch das Zerlegen der Zahl lernt der Schüler die Bestandtheile derselben, sowohl die unter sich gleichen, als die unter sich ungleichen kennen. Dieß befähigt ihn, auch die aus mehreren Grundeinheiten bestehenden Zahlen schnell zu erkennen und nach ihrem vollen Inhalte innerlich anzuschauen. Z. B. die Zahl Sieben. Dieselbe an ||||||| sogleich im Ganzen aufzufassen, ist kaum möglich. Sie wird aber leicht und sicher erkannt, als |||| ||| oder als ||| ||| |. Auch wenn man diese Zahl sich denken oder innerlich anschauen will, kann es nur so geschehen. Man versuche es nur selbst. — Nebstdem bildet das Zerlegen der Zahl die beste Grundlage zu den Zahlengeschäften. Ist Sechs z. B. in || || || oder 3 × 2 zerlegt; so läßt sich unmittelbar hierauf, aus eben dieser Anschauung, leicht erkennen, daß 3 × 2 = 6 ist, daß 2 in 6 dreimal enthalten ist, und daß 2 ein Drittel von 6 ist. Und weiß der Schüler, daß 6 = 4 + 2; so wird er hernach gewiß auch leicht begreifen, daß 4 + 2 = 6, daß 6 — 2 = 4, und daß 6 um 2 größer ist, als 4. Darum **verbinden** wir mit dem Zerlegen der Zahl in **gleiche** Theile das Vervielfachen und Theilen und lassen auf das Zerlegen der Zahl überhaupt sogleich das Zuzählen, Abziehen und Unterscheiden **folgen**. Die Uebung des Zahlenzerlegens ist also der Boden, auf dem unsern Schülern gründliche und allseitige Kenntniß der Zahl erwächst. Sie ist daher auch mit ganz besonderem Fleiße zu behandeln.

Lehrstoff.

2 = 1 + 1 oder 2 × 1.
2 × 1 = 2
1 : 2 = 2 mal
1 = ½ × 2

Lehrverfahren.

•|•

2 = 1 + 1 oder 2 × 1.

2 Kugeln, aus einander gethan, sind 1 Kugel und 1 Kugel. Federn, Bücher, Hände, Finger, Kreuzer.

Wenn ich 2 (Dinge) auseinanderlege, so habe ich dafür 1 + 1.

Die Zwei läßt sich in 1 + 1 zerlegen; 2 = 1 + 1.

Wie oft steht die Eins (indem man auf 2 Punkte oder Kugeln deutet) hier? Es ist dieß also wie vielmal Eins? Anstatt 1 und 1 kann man daher sagen: 2 mal 1; 1 + 1 = 2 × 1.

2 Finger sind 1 Finger und 1 Finger oder 2 × 1 Finger. Hände, Fenster, Bücher, Gulden ꝛc.

$$2 = 1 + 1 \text{ oder } 2 \times 1.$$

$$2 \times 1 = 2.$$

Wie viele Punkte sind 1 Punkt und 1 Punkt zusammen? Wie viele Punkte sind daher 2 × 1 Punkt?

Hände, Schüler, Fenster, Kreuzer, Bäume.

Wie viel ist 1 + 1? Wie viel ist daher 2 × 1?

$$1 : 2 = 2\text{mal}.$$

Wie oft 1 in 2 enthalten ist, wird schon unmittelbar aus der Anschauung (. | .) erkannt. 2 = 2 × 1; also ist 1 in 2 zweimal enthalten. Man frage: Wie viele Eins hat die Zwei in sich? Wie vielmal 1 ist in 2? Wie oft ist 1 in 2? —

Der Schüler muß aber auch erkennen, daß 1 in 2 zweimal enthalten ist, weil 1 von 2 zweimal hinweggenommen werden kann. — Zählt, wie oft ich 1 (Kugel oder Punkt) von 2 hinweg nehmen werde! (1mal, 2mal.) Eins kann von Zwei 2mal hinweg genommen werden; also muß 1 in 2 zweimal enthalten sein. Denn wäre 1 in 2 nicht 2mal enthalten, so könnte man 1 von 2 nicht 2mal wegnehmen.

Striche, Pfennige, Kreuzer, Ellen ꝛc.

$$1 = \tfrac{1}{2} \times 2.$$

(1 ist der halbe Theil von 2.)

Man theile zuerst Etwas (etwa 1 Apfel) in 2 ungleiche Theile, dann wieder Etwas in 2 gleiche Theile und lasse die Kinder entscheiden, in welchem Falle ein Theil der halbe Theil vom Ganzen ist. Nun theile man 2 Punkte, indem man sie durch einen senkrechten Strich von einander trennt, in 1 + 1, also auch in 2 gleiche Theile. So werden die Schüler leicht erkennen, daß ein Punkt der halbe Theil ist von zweien.— So thue man auch mit 2 Kugeln, Federn, Kreuzern ꝛc.

Zerlegt man die Zwei in 1 + 1, so ist sie in 2 gleiche Theile getheilt; 1 ist daher der halbe Theil von 2.

Anwendung.

Anton erhält jeden Tag 1 Kreuzerkipf, wie viel in 2 Tagen?

Anton erhält am ersten Tag 1 Kipf und am andern Tag 1 Kipf; in den 2 Tagen erhält er also 1 Kipf + 1 Kipf oder 2 × 1 Kipf; oder 2 × 1 Kipf = 2 Kipfe. In 2 Tagen erhält also Anton 2 Kipfe.

Ein Apfel kostet 1 kr.; was werden 2 Aepfel kosten?
Zwei Brüder theilen 2 kr. mit einander; wie viel erhält einer?

Darf Einer die 2 kr. ganz nehmen? Warum nicht? In wie viele Theile müssen die 2 kr. getheilt werden? Warum denn gerade in 2 Theile? Wie viel kommt auf 1 Theil? Wieviel erhält also einer der beiden Brüder?

Eine Mutter braucht in 2 Tg. 2 Loth Kaffee, wie viel in 1 Tag?

Anmerkung. Wir geben immer nur einige Aufgaben mit der angewandten Zahl und überlassen es dem Lehrer, sie zu vermehren. Doch merke man sich, daß der Nutzen derselben weniger auf ihrer Anzahl, als darauf beruht, wie sie behandelt werden.

II. Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

a. Zuzählen.

Da bei Behandlung der einzelnen Zahl immer nur die verschiedenen Theile derselben zusammenzuzählen sind; so ergibt sich auch immer nur dieselbe Zahl als Summe. Wollten wir daher das Addiren jetzt betreiben, wie es im Sinne des Wortes liegt: die Posten geben und die Summe finden lassen; so würde der Schüler immer die nämliche Zahl zu suchen haben. Bei Fünf z. B. würde es heißen: $4 + 1 = ?$ $3 + 2 = ?$ $2 + 3 = ?$ $1 + 4 = ?$ Der Zweck wird aber auch erreicht und das Interesse des Schülers an der Sache noch dazu in einem höheren Grade angeregt, wenn man einen Posten und die Summe gibt und den fehlenden Posten durch Zuzählen finden läßt. Wir stellen daher die Aufgaben so: $4 + ? = 5$; $3 + ? = 5$ rc. d. i. wir fragen: Zu 4 muß man noch wie viel zu legen, um 5 zu erhalten? Zu 3 ist noch wie viel zu thun, um 5 zu bekommen? Oder kürzer: 4 und wie viel ist 5? 3 und wie viel ist 5?

$$1 + ? = 2.$$

| Ein Strich; wie viele Striche muß ich noch hinzufügen, damit es zwei sind? — Finger, Hände, Kugeln, Schritte.

Anton hat 1 Kreuzer; wie viele Kreuzer muß er noch bekommen, um zwei zu haben? — Kirschen, Pferde, Bäume rc.

Zu 1 muß ich noch wie viel legen, um 2 zu haben?

(Noch 1; legt man zu 1 noch 1, so hat man 2; $1 + 1 = 2$.)

b. Abziehen.

$$2 - 1 = ?$$

Hier sind 2 Kugeln; ich nehme eine davon weg; sind es jetzt mehr, oder weniger Kugeln, als es waren? Wie viele Kugeln sind's jetzt weniger? Warum? Und wie viele Kugeln sind noch da?

Wie viel sind also 2 Kugeln (indem man, wie zuvor, von 2 Kugeln eine wegnimmt) weniger 1 Kugel?

Wie viel sind 2 Punkte (indem man von 2 Punkten einen ablöscht) weniger 1 Punkt? Wie viel sind 2 Finger (indem man von 2 ausgestreckten Fingern einen einzieht) weniger 1 Finger? — Striche, Hände, Schüler, Kreuzer.

Wie viel bleibt übrig, wenn von 2 Eins weggenommen wird? Wie viel ist daher $2 - 1$?

c. Unterscheiden.

$2 > 1$ um 1.

(2 ist mehr als 1 um 1.)

: Oben 1 Punkt, unten 1 Punkt. Hier oben (indem man auf den obern Punkt hindeutet) ist gerade so viel, als hier unten. $1 = 1$.

:. Wo steht mehr: hier oben, oder hier unten? Was ist also mehr: 2, oder 1? Hier oben ist blos 1; hier unten aber ist 1 und noch 1. Diese (zweite) Eins steht unten mehr, als oben. Um wie viel ist daher 2 mehr, als 1?

$1 < 2$ und 1.

(1 ist weniger als 2 um 1.)

:: Oben 2 Punkte, unten 2 Punkte. Hier oben ist gerade so viel als hier unten. $2 = 2$.

:. Wo steht weniger: hier oben, oder hier unten? Was ist also weniger: 1, oder 2? Hier unten ist 1 und 1, hier oben aber nur 1. Soll hier oben gerade so viel stehen, als hier unten, so muß man zu der Eins noch 1 setzen. Hier oben ist also gegen unten 1 zu wenig. Um wie viel ist daher 1 weniger als 2?

Eben so mit Strichen, Kugeln, Fingern, Federn ꝛc.

$1 = 1$; 2 ist mehr als 1 um 1.
$2 = 2$; 1 ist weniger als 2 um 1.

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) Wie viel ist $1 + 1$? — **2)** Wie viel ist 2×1? — **3)** Wie viel ist $2 - 1$? — **4)** Wie oft muß man 1 setzen, um 2 zu erhalten? — **5)** Zwei ist wie vielmal 1? — **6)** Wie oft kann 1 von 2 hinweg genommen werden? — **7)** Wie oft ist 1 in 2? — **8)** Wie vielmal so groß ist 2, als 1? — **9)** Was für ein Theil ist 1 von 2? — **10)** Um wie viel ist 2 mehr, als 1? — **11)** Um wie viel ist 1 weniger, als 2? — — **12)** Wie viel muß man von 2 wegthun, damit 1 übrig bleibt? — **13)** Welche Zahl ist um 1 mehr, als 1? — **14)** Wie heißt die Zahl, welche in 2 zweimal ent-

halten ist? — 15) Wovon ist 1 der halbe Theil? — — 16) Karl bekam vom Vater 1 kr. und von der Mutter 1 kr; wie viel Geld hat er im Ganzen erhalten? — 17) Davon kaufte er sich für 1 kr. Kirschen; wie viel Geld blieb ihm übrig? — 18) Für 1 pf. gibt der Kaufmann 1 Schieferstift, wie viel für 1 Doppelpfennig (oder Zweier)?— 19) Für 2 kr. erhält man 2 Bleistifte, wie viel für 1 kr.?

Forthin geben wir mehr nur den Stoff und überlassen es dem Lehrer, denselben anschaulich zu behandeln. Die Art und Weise, in welcher dieß geschehen kann und welche wir unserer auf Erfahrung gegründeten Ueberzeugung gemäß empfohlen haben wollen, ist aus dem Bisherigen genugsam zu ersehen.

Die Drei.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

• • •

$2 + 1 = 3.$

b.

• | • | •

$3 = 1 + 1 + 1;\ 3 = 3 \times 1.$

$3 \times 1 = 3.$

$(1 + 1 + 1 = 3;\ 3 \times 1 = 3.)$

1 : 3 = 3 mal.

(3 — 1 — 1 — 1 = 0; 1: 3 = 3mal.)

$1 = \frac{1}{3} \times 3$ *)

*) Die Drei ist in 1 + 1 + 1 zerlegt, also in drei gleiche Theile. Benennt man diese Theile nach der Ordnung, in der sie auf einanderfolgen; so ist der letzte Theil der dritte Theil. Derselbe = 1. Es ist aber auch der erste Theil = 1 und der zweite Theil = 1. Darum kann man von jedem der drei Theile sagen, er sei der dritte Theil. Statt „dritter Theil" sagt man auch „Drittheil" oder „Drittel." Eins ist von 3 also der dritte Theil oder ein Drittel. — Wie viel beträgt demnach der dritte Theil von 3? Zeige du mir an den 3 Punkten $\frac{1}{3}$ von 3? Eben so $\frac{2}{3}$ von 3! ($\frac{1}{3}$ von 3 = 1, $\frac{2}{3}$ von 3 = 2 × 1 oder 2.)

Das unter b hier Aufgeführte wird einmal durchgenommen, veranschaulicht durch Punkte, dann einmal, veranschaulicht durch Kugeln, dann wieder, veranschaulicht durch Münzen u. s. f., bis es vollständig aufgefaßt und begriffen ist. Hierauf folgt die Anwendung auf das praktische Leben.

Auguste schreibt jeden Tag 1 Seite voll, wie viel in 3 Tg.? 3 Schwestern theilen 3 vergoldete Nüsse mit einander; wie viel wird eine von ihnen erhalten? — Dergl. Aufgaben mehr.

• • | •
$3 = 2 + 2$ oder $1 + 2$.

In wie viel Theile sind die drei Punkte hier zerlegt? Wie viele Punkte sind auf diesem Theile (links)? Wie viel auf diesem (rechts)? Sind es zwei gleiche, oder zwei ungleiche Theile? Welcher Theil ist der größere? Welcher ist der kleinere? — Eben so mit Kugeln, Federn, Büchern, Münzen.

2 pf. = 1 Zweier; 3 pf. = 2 pf. + 1 pf. = 1 Zw. + 1 pf.
$^2/_2$ fl. = 1 g. fl.; $^3/_2$ fl. = $^2/_2$ fl. + $^1/_2$ fl. = 1 g. fl. + $^1/_2$ fl.
2 Sdl. = 1 Maas; 3 Sdl. = 2 Sdl. + 1 Sdl. = 1 Ms. + 1 Sdl.

II. Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

a.		b.
$2 + ? = 3$	• • •	$3 - 1 = ?$
$1 + ? = 3$	• • •	$3 - 2 = ?$

c.

$3 > 2$ um 1	⁚ ⁚ •	$2 < 3$ um 1.
$3 > 1$ um 2	⁚ • •	$1 < 3$ um 2.

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) Wie viel ist $1 + 1$? — **2)** Wie viel ist $2 + 1$? — **3)** Wie viel muß man zu 2 legen, um 3 zu erhalten? — **4)** Wie viel zu 1? — **5)** Zerlege die 3 in 3 gleiche Theile! — **6)** In 2 ungleiche Theile! — **7)** Was für ein Theil ist 1 von 2? von 3? — **8)** Wie viel ist $3 - 1$? $3 - 2$? — **9)** Wie viel ist 2×1? 3×1? — **10)** Wie oft ist 1 in 1? in 2? in 3? — **11)** In welcher Zahl ist 1 zweimal? — **12)** In welcher Zahl ist 1 dreimal? — **13)** Wie heißt die Zahl, die um 1 größer ist, als 2? — **14)** Wie heißt aber die Zahl, die um 1 kleiner ist, als 2? — **15)** Welche Zahl ist 2mal so groß, als 1? — **16)** Welche Zahl ist 3mal so groß, als 1? — **17)** 3 kr. = 1 Groschen; um wie viel gilt 1 Groschen mehr, als 1 kr.? — **18)** Für 1 kr. erhält man 1 Elle Band, wie viel für 1 Gr.? — **19)** 3 Bogen Papier kosten 3 kr.; was kostet 1 Bogen? (Um das zu finden, muß man die 3 kr. auf die drei Bogen vertheilen.) — **20)** Ein Lohnrößler hat 3 Rappen und 2 Schimmel; wie viele Rappen hat er mehr, als Schimmel?

Die Vier.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

• • • •

$3 + 1 = 4.$

b.

• | • | • | •

$4 = 1 + 1 + 1 + 1; \quad 4 = 4 \times 1.$

$4 \times 1 = 4$

$1 : 4 = 4$ mal

$1 = {}^{1}/_{4} \times 4$

Zeige mir $^{1}/_{4}$ von 4! $^{3}/_{4}$ von 4.

Von 4 Knaben erhält jeder 1 kr.; wie viel bekommen sie zusammen?
4 Schüler theilen 4 Nüsse miteinander; wie viel kommt auf einen?

• • | • •

$4 = 2 + 2; \quad 4 = 2 \times 2.$

$2 \times 2 = 4$

$2 : 4 = 2$ mal

$2 = {}^{1}/_{2} \times 4.$

Ein Schreibheft kostet 2 kr.; was kosten 2 Schreibhefte?
Für 2 Aepfel zahlt man 1 kr.; wie viel zahlt man für 4 Aepfel?
2 Männer theilen 4 fl. mit einander; was kommt auf einen?

• • • | •

$4 = 3 + 1$ oder $1 + 3.$

3 kr. = 1 Gr.; 4 kr. = 3 kr. + 1 kr. = 1 Gr. + 1 kr.

II. Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

a.		b.
$3 + ? = 4$	• • • ·	$4 - 1 = 3$
$2 + ? = 4$	• • · ·	$4 - 2 = 2$
$1 + ? = 4$	• · · ·	$4 - 3 = 1$

c.

$4 > 3$ um 1	• • • • • • •	$3 < 4$ um 1
$4 > 2$ um 2	• • • • • •	$2 < 4$ um 2
$4 > 1$ um 3	• • • • •	$1 < 4$ um 3.

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) Wie viel ist 2 + 2? 4 — 1? 4 — 3? 1 + 3? — 2) Zu welcher Zahl muß man 2 legen, um 4 zu erhalten? — 3) Karl hat von 4 Nüssen noch eine; wie viel davon hat er schon gegessen? — 4) Wie heißt die Zahl: nimmt man 1 davon weg, so bleibt 3 übrig? — 5) Wie viel ist 2 × 1? 2 × 2? — 6) Wie oft muß man 1 nehmen, um 4 zu erhalten? — 7) Welche Zahl ist in 4 zweimal? — 8) In welcher Zahl ist 1 viermal enthalten? 9) Was für ein Theil ist 1 von 2? von 3? von 4? — 10) Wie heißt die Hälfte von 2? von 4? — 11) Suche $^3/_4$ von 4! — 12) Sagt mir die Zahl, die um 1 größer ist, als 2? — 13) Welche Zahl ist um 2 kleiner, als 4? — 14) Um wie viel sind 4 kr. mehr als 1 Gr.? — 15) 4 Pfennige = 1 kr.; wie viel gilt 1 kr. mehr, als 1 pf.? — 16) August nimmt 1 kr. und kauft sich für 2 pf. einen Bleistift; wie viel muß er zurück bekommen? — 17) Emilie hat 4 kr. und kauft sich für 1 Gr. Aepfel; wie viel Geld bleibt ihr übrig? — 18) Eine Stahlfeder kostet 1 kr.; was kosten 2? 3? 4? — 19) Ein Loth Kaffee kostet 2 kr.; was kosten 2 Loth? — 20) 2 Pfund Kirschen kosten 4 kr.; was kostet 1 Pfd.? — 21) 4 Pfirsiche kosten 4 kr.; was kostet eine? — 22) 2 Ellen Zeug geben 1 Kleidchen; wie viele Kleidchen lassen sich aus 4 Ellen machen? —

Das schriftliche Rechnen.

(Siehe Aufgaben für das Zifferrechnen, erstes Heft, S. 1.)

Auf dieser Stufe tritt dem mündlichen Rechnen das schriftliche an die Seite und begleitet es von Zahl zu Zahl und bei jeder Zahl allmählig wieder von Uebung zu Uebung. Beides fällt hier der Ausführung nach völlig zusammen. Deßhalb ist für das schriftliche Rechnen eine besondere Anweisung auch nicht nöthig. Nur die Art und Weise, wie der Schüler in den Gebrauch des Aufgabenheftchens einzuführen ist, sei kurz bemerkt.

Der Lehrer schreibe aus dem Büchlein die Aufgaben über die Zahl, die so eben anschaulich und frei im Kopfe behandelt worden ist, an die Wandtafel, spreche sie ausführlich mit den Kindern durch, erkläre diesen dabei die arithmetischen Zeichen und setze die Ergebnisse hinzu. Dann lösche er die Resultate wieder ab, lasse einen Schüler an die Tafel treten und von ihm dasselbe wiederholen. Gleiches geschehe von einem zweiten, dritten ꝛc., bis es geht. Hierauf nehmen die Schüler selbst das Aufgabenheft zur Hand, und einer nach dem andern liest und rechnet eine von denselben Aufgaben daraus vor. Dann wird es von ihnen auf den Schiefertafeln ausgeführt. — So verfahre man immer, so oft im Aufgabenhefte eine Uebung zum Erstenmale erscheint. Auch kann das, was so in der Schule schriftlich gerechnet worden ist, nochmal als Hausaufgabe gegeben werden.

Die Fünf.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

• • • • •

$4 + 1 = 5$

b.

• | • | • | • | •

$5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1$; $5 = 5 \times 1$

$5 \times 1 = 5$

$1 : 5 = 5$ mal

$1 = \frac{1}{5} \times 5.$

Zeige mir $\frac{1}{5}$ von 5! $\frac{2}{5}$ von 5! $\frac{3}{5}$ von 5! $\frac{4}{5}$ von 5!

1 Elle Band kostet 1 fl.; was werden 5 Ellen kosten?
5 Brüder theilen 5 Aprikosen mit einander; was bekommt einer?

• • | • • | •

$5 = 2 + 2 + 1$; $5 = 2 \times 2 + 1.$

2 pf. = 1 Zweier; 5 pf. = 2 × 2 pf. + 1 pf. = 2 Zw. + 1 pf.
2 St. = 1 Paar; 5 St. = 2 × 2 St. + 1 St. = 2 Paar + 1 St.
2 Sdl. = 1 Maas; 5 Sdl. = 2 × 2 Sdl. + 1 Sdl. = 2 Ms. + 1 Sdl.

• • • | • • $5 = 3 + 2$ oder $2 + 3.$
• • • • | • $5 = 4 + 1$ oder $1 + 4.$

Ich habe in meinen 2 Händen 5 Bohnen; wie viel in jeder?
In welche zwei ungleichen Theile läßt sich 5 zerlegen?

II. Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

a.		b.
$4 + ? = 5$	• • • • .	$5 - 1 = 4$
$3 + ? = 5$	• • • . .	$5 - 2 = 3$
$2 + ? = 5$	• • . . .	$5 - 3 = 2$
$1 + ? = 5$	•	$5 - 4 = 1$

c.

$5 > 4$ um 1	: : : : •	$4 < 5$ um 1
$5 > 3$ um 2	: : : • •	$3 < 5$ um 2
$5 > 2$ um 3	: : • • •	$2 < 5$ um 3
$5 > 1$ um 4	: • • • •	$1 < 5$ um 4

Anm. Daß die einzelnen Sätze im Zuzählen, Abziehen und Unterscheiden nicht nur in, sondern auch außer der Reihenfolge durchzunehmen sind, versteht sich wohl von selbst.

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) Wie viel ist 1 + 2 + 2 — 1 — 2 + 1 — 2 + 1 + 2 ꝛc.

Man spricht so, daß die Schüler nach jeder genannten Zahl sogleich die Antwort geben können. Es muß aber etwas rasch von Statten gehen.

— 2) Wie viel ist 2 + 2? — 3) Wie viel ist 2 × 2 + 1? — 4) Wie viel muß ich von 5 wegthun, damit 3 übrig bleibt? — 5) Welche Zahl ist um 2 kleiner, als 5? — 6) Hermann bekommt 2 kr. und hat nun 5; wie viel Kreuzer hat er vorher gehabt? — 7) Von 5 Kirschen hat Anton noch 1; wie viel hat er davon schon gegessen? — 8) Fritz hat 5 Sprüche gelernt und kann nun 1 Spruch mehr, als seine Schwester; wie viele Sprüche kann diese? — 9) Emilie ist 5 Jahre alt; Ernestine ist um 3 Jahre jünger; wie alt ist diese? — 10) August hat 5 kr. und kauft sich für 1 Gr. ein neues Schreibheft; wie viel Geld bleibt ihm übrig? — 11) Ein Knabe hat 5 Aepfel und ißt täglich einen davon; wie viele Tage hat er daran? — 12) 5 pf., wie viele Kreuzer? — 13) 5 kr., wie viele Gr.? — 14) 4 Quint = 1 Loth; 5 Qt., wie viel Loth? — 15) Was für ein Theil ist 1 von 2? von 3? von 4? von 5? — 16) Wie vielmal so groß als 1 Elle sind 2 Ellen? 3 Ellen? 4 Ellen? 5 Ellen? — 17) Für 1 Gr. bekommt man 1 Citrone; wie viel für 3 Groschen? 5 Gr.? — 18) Fünf Seidlein Bier kosten 5 Gr.; was ist für 1 Seidlein zu zahlen? —

Die Sechs.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

• • • • • •

$5 + 1 = 6.$

b.

• | • | • | • | • | •

$6 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1; \quad 6 = 6 \times 1.$

$6 \times 1 = 6$

$1 : 6 = 6$ mal

$1 = \frac{1}{6} \times 6.$

Zeige mir $\frac{1}{6}$ von 6! $\frac{2}{6}$ von 6! $\frac{3}{6}$ von 6! $\frac{5}{6}$ von 6!

Für 1 kr. bekommt man 1 Bleistift, wie viel für 6 kr.?

Für 6 fl. erhält man 6 Ellen, wie viel für 1 fl.?

• • | • • | • •

$6 = 2 + 2 + 2$; $6 = 3 \times 2$.

$3 \times 2 = 6$.

$2 : 6 = 3$ mal

$2 = \frac{1}{3} \times 6$.

Zeige mir $\frac{1}{3}$ von 6! $\frac{2}{3}$ von 6!

1 Loth Kaffee kostet 2 kr.; was kosten 3 Loth? Für 2 kr. erhält man 1 Muskatnuß, wie viel für 6 kr. 3 Knaben bekommen 6 Nüsse; wie viel erhält einer?

• • • | • • •

$6 = 3 + 3$; $6 = 2 \times 3$.

$2 \times 3 = 6$

$3 : 6 = 2$ mal

$3 = \frac{1}{2} \times 6$.

2 Gr., wie viele kr.? — Wie viele Schreibhefte kann man aus 6 Bogen Papier machen, wenn man zu einem Hefte 3 Bogen nimmt? — In 2 Tg. verzehrt ein Mann 6 fl., wie viel in 1 Tag?

• • • • | • • $6 = 4 + 2$ od. $2 + 4$.

• • • • • | • $6 = 5 + 1$ od. $1 + 5$.

In meinen 2 Händen habe ich 6 Bohnen, wie viel in jeder? In welche zwei Theile läßt sich 6 zerlegen?

(In $5 + 1$, $4 + 2$, $3 + 3$, $2 + 4$, $1 + 5$).

II. Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

a.		b.
$5 + ? = 6$	• • • • • •	$6 - 1 = 5$.
$4 + ? = 6$	• • • • • •	$6 - 2 = 4$.
$3 + ? = 6$	• • • • • •	$6 - 3 = 3$.
ꝛc.		ꝛc.

c.

$6 > 5$ um 1	: : : : : .	$5 < 6$ um 1.
$6 > 4$ um 2	: : : : . .	$4 < 6$ um 2.
$6 > 3$ um 3	: : : . . .	$3 < 6$ um 3.
ꝛc.		ꝛc.

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) $4 + 2$, die Hälfte, $+ 1$, 2 ab, 3 mal, $\frac{1}{3}$, $+ 4$, 5 ab ꝛc. 2) Zu welcher Zahl muß man 2 legen, um 6 zu erhalten? — 3) Wie viel muß man von 6 wegnehmen, wenn 3 übrig bleiben soll? —

4) Wie viel ist 2 × 2? 3 × 2? — 5) Wie viel ist 3 × 2 mehr, als 2 × 2? — 6) Wie oft muß man 1 nehmen, um 6 zu erhalten? — 7) Wie viel ist 3 × 1? 4 × 1? 5 × 1? — 8) Wie heißt die Zahl: wenn man sie 2mal nimmt, so erhält man 6? — 9) Was für ein Theil ist 2 von 4? von 6? — 10) Wie sucht man $^2/_3$ von 6? $^5/_6$ von 6? — 11) Von welcher Zahl ist 1 die Hälfte? Wovon ist Eins $^1/_6$? — 12) Von welcher Zahl ist 2 die Hälfte? $^1/_3$? — 13) Wie vielmal so groß ist 6, als 3? als 2? als 1? — 14) Welche Zahl muß man 2 mal nehmen, um 6 zu erhalten? — 15) 6 kr. machen 1 Sechser; wie viel ist ein Sechser mehr, als 1 Gr.? — 16) Hier liegen 6 einzelne Kreuzer, hier 2 Gr. und hier 1 Sechserstück; wo liegt am meisten? — 17) Wilhelm hat 1 Sechser; Fritz hat 1 Gr. und 2 kr.; welcher von beiden hat mehr Geld, als der andere? — 18) 1 Elle kostet 1 Pfennig; was kosten 6 Ellen? — 19) 1 Pfund Kirschen kostet 3 kr.; was kosten 2 Pfund? 20) Für 1 kr. erhält man 2 Bogen Papier, wie viel für 3 kr.? — 21) Für 2 kr. gibt der Bäcker 1 Weck, wie viel für 6 kr.. — 22) Wie viele Groschenkipf erhält man für 1 Sechser? — 23) 3 Knaben theilen 6 Nüsse mit einander; wie viel bekommt einer? — 24) 6 pf., wie viele Zweier? 6 Seidel, wie viele Maas? 2c.

Die Sieben.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

• • • • • • •

6 + 1 = 7.

b.

• | • | • | • | • | • | •

7 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1; 7 = 7 × 1.

7 × 1 = 7.

1 : 7 = 7 mal

1 = $^1/_7$ × 7.

Zeige mir $^1/_7$ von 7! $^2/_7$ von 7! $^3/_7$ von 7! 2c.

Ein Schüler lernt täglich 1 Liedervers; wie viel in 1 Woche?
7 Mädchen theilen sich in 7 Bilderbogen; wie viel bekommt eines?

• • | • • | • • | •

7 = 2 + 2 + 2 + 1; 7 = 3 × 2 + 1.

7 Pf. =? Zweier; 7 Stücke =? Paar; 7 Sdl. =? Maas.

• • • | • • • | •

7 = 3 + 3 + 1; 7 = 2 × 3 + 1.

3 kr. = 1 Gr.; 7 kr. = 2 × 3 kr. + 1 kr. = 2 Gr. + 1 kr.

$$6 = 2 + 2 + 2; \quad 6 = 3 \times 2.$$

$$3 \times 2 = 6.$$

$$2 : 6 = 3 \text{ mal}$$

$$2 = \tfrac{1}{3} \times 6.$$

Zeige mir $\frac{1}{3}$ von 6! $\frac{2}{3}$ von 6!

1 Loth Kaffee kostet 2 kr.; was kosten 3 Loth? Für 2 kr. erhält man 1 Muskatnuß, wie viel für 6 kr. 3 Knaben bekommen 6 Nüsse; wie viel erhält einer?

$$6 = 3 + 3; \quad 6 = 2 \times 3.$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$3 : 6 = 2 \text{ mal}$$

$$3 = \tfrac{1}{2} \times 6.$$

— 2 Gr., wie viele kr.? — Wie viele Schreibhefte kann man aus 6 Bogen Papier machen, wenn man zu einem Hefte 3 Bogen nimmt? — In 2 Tg. verzehrt ein Mann 6 fl., wie viel in 1 Tag?

• • • • | • • $6 = 4 + 2$ od. $2 + 4$.

• • • • • | • $6 = 5 + 1$ od. $1 + 5$.

In meinen 2 Händen habe ich 6 Bohnen, wie viel in jeder? In welche zwei Theile läßt sich 6 zerlegen?

(In $5 + 1$, $4 + 2$, $3 + 3$, $2 + 4$, $1 + 5$).

II. Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

a.		b.
$5 + ? = 6$	• • • • • •	$6 - 1 = 5$.
$4 + ? = 6$	• • • • • •	$6 - 2 = 4$.
$3 + ? = 6$	• • • • • •	$6 - 3 = 3$.
2c.		2c.

c.

$6 > 5$ um 1	• • • • • •	$5 < 6$ um 1.
$6 > 4$ um 2	• • • • • •	$4 < 6$ um 2.
$6 > 3$ um 3	• • • • • •	$3 < 6$ um 3.
2c.		2c.

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) $4 + 2$, die Hälfte, $+ 1$, 2 ab, 3 mal, $\frac{1}{3}$, $+ 4$, 5 ab 2c. 2) Zu welcher Zahl muß man 2 legen, um 6 zu erhalten? — 3) Wie viel muß man von 6 wegnehmen, wenn 3 übrig bleiben soll? —

4) Wie viel ist 2 × 2? 3 × 2? — 5) Wie viel ist 3 × 2 mehr, als 2 × 2? — 6) Wie oft muß man 1 nehmen, um 6 zu erhalten? — 7) Wie viel ist 3 × 1? 4 × 1? 5 × 1? — 8) Wie heißt die Zahl: wenn man sie 2mal nimmt, so erhält man 6? — 9) Was für ein Theil ist 2 von 4? von 6? — 10) Wie sucht man $^2/_3$ von 6? $^5/_6$ von 6? — 11) Von welcher Zahl ist 1 die Hälfte? Wovon ist Eins $^1/_6$? — 12) Von welcher Zahl ist 2 die Hälfte? $^1/_3$? — 13) Wie vielmal so groß ist 6, als 3? als 2? als 1? — 14) Welche Zahl muß man 2 mal nehmen, um 6 zu erhalten? — 15) 6 kr. machen 1 Sechser; wie viel ist ein Sechser mehr, als 1 Gr.? — 16) Hier liegen 6 einzelne Kreuzer, hier 2 Gr. und hier 1 Sechserstück; wo liegt am meisten? — 17) Wilhelm hat 1 Sechser; Fritz hat 1 Gr. und 2 kr.; welcher von beiden hat mehr Geld, als der andere? — 18) 1 Elle kostet 1 Pfennig; was kosten 6 Ellen? — 19) 1 Pfund Kirschen kostet 3 kr.; was kosten 2 Pfund? 20) Für 1 kr. erhält man 2 Bogen Papier, wie viel für 3 kr.? — 21) Für 2 kr. gibt der Bäcker 1 Weck, wie viel für 6 kr.. — 22) Wie viele Groschenkipf erhält man für 1 Sechser? — 23) 3 Knaben theilen 6 Nüsse mit einander; wie viel bekommt einer? — 24) 6 pf., wie viele Zweier? 6 Seidel, wie viele Maas? ꝛc.

Die Sieben.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

• • • • • • •

6 + 1 = 7.

b.

• | • | • | • | • | • | •

7 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1; 7 = 7 × 1.

7 × 1 = 7.

1 : 7 = 7 mal

1 = $^1/_7$ × 7.

Zeige mir $^1/_7$ von 7! $^2/_7$ von 7! $^3/_7$ von 7! ꝛc.

Ein Schüler lernt täglich 1 Liedervers; wie viel in 1 Woche? 7 Mädchen theilen sich in 7 Bilderbogen; wie viel bekommt eines?

• • | • • | • • | •

7 = 2 + 2 + 2 + 1; 7 = 3 × 2 + 1.

7 Pf. =? Zweier; 7 Stücke =? Paar; 7 Sdl. =? Maas.

• • • | • • • | •

7 = 3 + 3 + 1; 7 = 2 × 3 + 1.

3 kr. = 1 Gr.; 7 kr. = 2 × 3 kr. + 1 kr. = 2 Gr. + 1 kr.

• • • • | • • • $7 = 4 + 3$ od. $3 + 4$.
• • • • • | • • $7 = 5 + 2$ od. $2 + 5$;
• • • • • • | • $7 = 6 + 1$ od. $1 + 6$.

Ein Vater hat 7 Kinder, Knaben und Mädchen; wie viele Knaben und wie viele Mädchen mögen es wohl sein?

In welche zwei verschiedenen Theile läßt sich 7 zerlegen? (In $6 + 1$, $5 + 2$, $4 + 3$, $3 + 4$, $2 + 5$, $1 + 6$.)

II. Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

a.		b.
$6 + ? = 7$	• • • • • • •	$7 - 1 = 6$.
$5 + ? = 7$	• • • • • • •	$7 - 2 = 5$.
$4 + ? = 7$	• • • • • • •	$7 - 3 = 4$.
ꝛc.		ꝛc.

c.

$7 > 6$ um 1	: : : : : : •	$6 < 7$ um 1.
$7 > 5$ um 2	: : : : : • •	$5 < 7$ um 2.
$7 > 4$ um 3	: : : : • • •	$4 < 7$ um 3.
ꝛc.		ꝛc.

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) $2 \times 3 + 1 - 2 - 2 - 2 + 4 + 2 - 3 + 2$, die Hälfte, $+ 4$ ꝛc. **2)** Zu welcher Zahl muß ich 3 legen, um 7 zu erhalten? — **3)** Was ist mehr: 2×3, oder 7? Um wie viel? — **4)** Wie viel ist $7 - 2$? $7 - 4$? $7 - 6$? **5)** Von 7 Aufgaben hat Karl noch 3 zu rechnen; wie viele hat er schon gerechnet? — **6)** Theodor macht eine Reise zu seinem Pathen; nachdem er 5 Stunden Wegs gegangen ist, hat er noch 2 Stunden zu machen; wie weit muß er im Ganzen gehen? (|||||||) — **7)** Wie oft kann 2 von 7 hinweg genommen werden? — **8)** Wie oft ist 2 in 7 enthalten? — **9)** In welcher Zahl ist 3 zweimal enthalten? — **10)** Wie oft ist 3 in 7? — **11)** Wie heißt die Zahl, welche um 3 kleiner ist, als 7? — **12)** Wie heißt die Zahl: 7 ist um 2 größer, als sie? — **13)** 7 Tage nennt man eine Woche. Wie heißen die 7 Wochentage? Wie heißt der erste Wochentag? der 2te? der 3te? ꝛc. — **14)** Wer alle Tage 1 Gulden braucht, wie viel braucht der in 1 Woche? —

Die Acht.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

• • • • • • • •

$7 + 1 = 8.$

b.

• | • | • | • | • | • | • | •

$8 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1;\ 8 = 8 \times 1.$

$8 \times 1 = 8.$

1 : 8 = 8 mal

$1 = \frac{1}{8} \times 8.$

Zeige mir $\frac{1}{8}$ von 8? $\frac{3}{8}$ von 8? $\frac{5}{8}$ von 8! $\frac{7}{8}$ von 8!

1 Elle Zeug kostet 1 fl.; wie viel kosten 8 Ellen?
8 Kinder theilen 8 Ostereier miteinander; wie viel bekommt eines?

• • | • • | • • | • •

$8 = 2 + 2 + 2 + 2;\ 8 = 4 \times 2.$

$4 \times 2 = 8.$

2 : 8 = 4 mal

$2 = \frac{1}{4} \times 8.$

Wie viel beträgt $\frac{1}{4}$ von 8? Wie viel sind $\frac{3}{4}$ von 8?

Wie viele Hände haben 4 Knaben mit einander? — Aus einem Vogelneste schauen 8 Aeuglein heraus; wie viele Vögelein sind darinnen? 4 Paar Semmeln kosten 8 kr; was wird 1 Paar kosten?

• • • | • • • | • •

$8 = 3 + 3 + 2;\ 8 = 2 \times 3 + 2.$

8 kr. = ? Groschen.

• • • • | • • • •

$8 = 4 + 4;\ 8 = 2 \times 4.$

$2 \times 4 = 8.$

4 : 8 = 2 mal

$4 = \frac{1}{2} \times 8.$

Ein Laib Brod ist 4 Pfd. schwer; wie viel wiegen 2 Laib Brod? — 4 Ellen Leinwand geben 1 Hemd; wie viel Hemden geben 8 Ellen Leinw.? 2 Taglöhner bekommen 8 Pfd. Brod; wie viel erhält einer?

• • • • • | • • • $8 = 5 + 3$ od. $3 + 5.$

• • • • • • | • • $8 = 6 + 2$ od. $2 + 6.$

• • • • • • • | • $8 = 7 + 1$ od. $1 + 7.$

8 kr., wie viele Sechser? 8 Tage, wie viele Wochen?
In meinen 2 Händen habe ich 8 Bohnen, wie viel in jeder?
Welche 2 Zahlen, zusammen genommen, geben 8?

II. Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

a.		b.
7 + ? = 8	• • • • • • • .	8 — 1 = 7.
6 + ? = 8	• • • • • • . .	8 — 2 = 6.
5 + ? = 8	• • • • • . . .	8 — 3 = 5.
ꝛc.		ꝛc.

c.

8 > 7 um 1	• • • • • • • • • • • • • • •	7 < 8 um 1
8 > 6 um 2	• • • • • • • • • • • • • •	6 < 8 um 2.
8 > 5 um 3	• • • • • • • • • • • • •	5 < 8 um 3.
ꝛc		ꝛc.

I. Aufgaben verschiedener Art.

1) 2 × 3 + 2, die Hälfte, 3 dazu, 5 ab, 4 mal, 1 Viertel ꝛc. — **2)** Wie heißt die Zahl: legt man noch 3 dazu, so erhält man 8? — **3)** Wie viel ist 1 × 2, 2 × 2, 3 × 2, 4 × 2? — **4)** Welche Zahl muß man 2 mal nehmen, um 8 zu erhalten? — **5)** Wie heißt die Zahl, die in 8 viermal liegt? — **6)** Was für ein Theil ist 1 von 3? von 6? von 8? — **7)** Von welcher Zahl ist 2 der halbe Theil? der dritte Theil? der vierte Theil? — **8)** Wie viel beträgt die Hälfte von 2, 4, 6, 8? — **9)** Wie viel machen ³/₄ von 8? — **10)** Um wie viel ist 2 × 4 mehr, als 2 × 3? — **11)** Um wie viel ist die Hälfte von 6 kleiner, als die Hälfte von 8? — **12)** Wie heißt die Zahl, welche um 3 kleiner ist, als 8? — **13)** Von 8 Aepfeln hat August nur noch 2; wie viele hat er gegessen? — **14)** Wie viele Pfennige machen 2 kr.? — **15)** Wie viele Groschen erhält man für 4 Sechser? — **16)** 8 halbe Gulden machen wie viele ganze? — **17)** Von 2 Kühen gibt die eine 3 Maas Milch und die andere 5; wie viel Milch geben beide zusammen? — **18)** 6 Maas davon verbraucht die Bäuerin selbst; die übrige Milch verkauft sie, die Maas zu 4 kr.; wie viel löst sie daraus? — **19)** Ein Seidlein Milch kostet 2 kr.; was kosten 2 Seidlein? 3 Sdl.? 4 Sdl.? — **20)** Für 4 kr. erhält man 8 Pfirsiche; wie für 1 kr.? — **21)** 2 Schüler theilen 8 Schieferstifte miteinander; wie viele wird einer erhalten? —

Die Neun.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

• • • • • • • • •

$8 + 1 = 9.$

b.

• | • | • | • | • | • | • | • | •

$9 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1;\ 9 = 9 \times 1.$

$9 \times 1 = 9.$

$1 : 9 = 9$ mal

$1 = \frac{1}{9} \times 9.$

Der kleine Fritz lernt täglich 1 Buchstaben kennen; wie viel in 9 Tg? Für 9 kr. kauft sich Karl 9 Federkiele; was kostet einer?

• • | • • | • • | • • | •

$9 = 2 + 2 + 2 + 2 + 1;\ 9 = 4 \times 2 + 1.$

9 pf. = ? Zweier.

9 Stücke = ? Paare ꝛc.

• • • | • • • | • • •

$9 = 3 + 3 + 3;\ 9 = 3 \times 3.$

$3 \times 3 = 9.$

$3 : 9 = 3$ mal

$3 = \frac{1}{3} \times 9.$

Zeige mir $\frac{1}{3}$ von 9! $\frac{2}{3}$ von 9!

Ein Schäfer verkauft 3 Schäfchen, jedes zu 3 fl.; wie viel löst er? Wie viele Groschenstücke erhält man für 9 einzelne kr.? 3 Kinder theilen unter sich 9 Kirschen; wie viel bekommt eines?

• • • • | • • • • | •

$9 = 4 + 4 + 1;\ 9 = 2 \times 4 + 1.$

9 pf. = ? kr.

9 Qt. = ? Loth.

9 Schoppen = ? Maas.

• • • • • | • • • • $9 = 5 + 4$ od. $4 + 5.$

• • • • • • | • • • $9 = 6 + 3$ od. $3 + 6.$

• • • • • • • | • • $9 = 7 + 2$ od. $2 + 7.$

• • • • • • • • | • $9 = 8 + 1$ od. $1 + 8.$

In meinen 2 Händen habe ich 9 Bohnen, wie viel in jeder?

In einem Garten stehen 9 Bäume, Birn- und Aepfelbäume; wie viel können es von jeder Sorte sein?

Welche zwei Zahlen machen zusammen 9?

II. Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

a.		b.
$8 + ? = 9$	• • • • • • • • •	$9 - 1 = 8.$
$7 + ? = 9$	• • • • • • • • •	$9 - 2 = 7.$
$6 + ? = 9$	• • • • • • • • •	$9 - 3 = 6.$
ꝛc.		ꝛc.

c.

$9 > 8$ um 1	• • • • • • • • • • • • • • • • •	$8 < 9$ um 1.
$9 > 7$ um 2	• • • • • • • • • • • • • • • •	$7 < 9$ um 2.
$9 > 6$ um 3	• • • • • • • • • • • • • • •	$6 < 9$ um 3.
ꝛc.		ꝛc.

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) $5 - 2 + 4 - 3 + 2 + 3 - 6 + 2 + 4 - 5 + 3 + 2$ ꝛc. — **2)** Wie heißt die Zahl: lege ich 4 dazu, so erhalte ich 9? — **3)** Wie viel ist 2×3? 3×3? — **4)** Um wie viel ist 3×3 mehr, als 2×4? — **5)** Welche Zahl muß ich 3 mal nehmen, um 9 zu bekommen? — **6)** Wie oft ist 3 in 3? 3 in 6? 3 in 9? — **7)** Wie heißt die Zahl, welche in 9 *dreimal* enthalten ist? — **8)** Wer sucht mir, wie viel $^2/_3$ von 9 betragen? — **9)** Von welcher Zahl ist 3 der *halbe* Theil? der *dritte* Theil? — **10)** Was für ein Theil ist 1 von 3? von 5? von 7? von 9? — **11)** Um wie viel ist die Zahl 9 größer, als 3×2? — **12)** Welche Zahl ist es, welche um 4 kleiner ist, als 9? — **13)** In welche *gleichen* Theile läßt sich 9 zerlegen? In welche zwei *ungleichen*? **14)** 9 Seidlein, wie viele Maas? 9 kr., wie viele Gr.? 9 Qt., wie viele Loth? 9 kr., wie viele Sechser? 9 Tg., wie viele Wch.? **15)** Marie bekommt 1 Sechser und 1 Gr., um für 8 kr. Brod zu holen; wie viel Geld muß sie wiederbringen? — **16)** Emilie ist 9 Jahre alt, ihre Schwester Auguste ist um 3 Jahre jünger; wie alt ist diese? — **17)** Die fleißige Louise fängt Nachmittags um 4 Uhr an zu stricken und hört um 9 Uhr Abends wieder auf; wie viele Stunden lang hat sie gestrickt? — **18)** Eugen und Fritz theilen 9 Kirschen mit einander so, daß Eugen *eine* mehr erhält, als Fritz; wie viel bekommt jeder auf seinen Theil? — **19)** Anton hat 9 Bg. Papier und will 3 Schreibhefte daraus machen, jedes zu 3 Bogen; wie viele Schreibhefte wird er bekommen? — **20)** Ein Bauer pflügt täglich 3 Morgen Ackerland, wie viele in 2 Tg.? in 3 Tg.?

Die Zehn.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

• • • • • • • • • •

$9 + 1 = 10.$

b.

• | • | • | • | • | • | • | • | • | •

$10 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$; $10 = 10 \times 1.$

$10 \times 1 = 10.$

1 : 10 = 10 mal

$1 = \frac{1}{10} \times 10.$

Zeige mir $\frac{1}{10}$ von 10! $\frac{3}{10}$ von 10! $\frac{7}{10}$ von 10!

Karl holt 10 Kreuzerkipfe; wie viel muß er dafür zahlen?
In 10 Stahlfedern theilten sich 10 Schüler; wie viel bekam einer?

• • | • • | • • | • • | • •

$10 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2$; $10 = 5 \times 2.$

$5 \times 2 = 10.$

2 : 10 = 5 mal

$2 = \frac{1}{5} \times 10.$

Zeige mir $\frac{1}{5}$ von 10! $\frac{2}{5}$ von 10! $\frac{3}{5}$ von 10! ꝛc.

Eine Frau verkauft 5 Gänse, jede für 2 fl.; was ist ihr Erlös?
Wie viele zweispännige Chaisen kann man mit 10 Pferden bespannen?
5 Ellen Tuch kosten 10 fl.; wie viel kostet 1 Elle? 2 Ellen?

• • • | • • • | • • • | •

$10 = 3 + 3 + 3 + 1$; $10 = 3 \times 3 + 1.$

10 kr., wie viele Groschen?

• • • • | • • • • | • •

$10 = 4 + 4 + 2$; $10 = 2 \times 4 + 2.$

10 pf. = ? kr.

10 Qt. = ? Lth.

10 Schp. = ? Ms.

• • • • • | • • • • •

$10 = 5 + 5$; $10 = 2 \times 5.$

$2 \times 5 = 10.$

5 : 10 = 2 mal

$5 = \frac{1}{2} \times 10.$

1 Ms. Bier kostet 5 kr.; wie viel muß man für 2 Ms. zahlen?
Von 10 Birnen ißt Anna täglich 5; wie viele Tg. hat sie daran?
Für 2 Gr. erhielt man 10 Trauben, wie viel für 1 Gr.?

$10 = 6 + 4$ od. $4 + 6$.
$10 = 7 + 3$ od. $3 + 7$.
$10 = 8 + 2$ od. $2 + 8$.
$10 = 9 + 1$ od. $1 + 9$.

10 kr. = ? Sechser; 10 Tg. = ? Wch.

10 Kinder, Knaben und Mädchen, gehen mit einander in die Schule; wie viele Knaben und wie viele Mädchen können es sein?

In welche zwei Theile, gleiche und ungleiche, kann man die Zahl 10 zerlegen? ($9 + 1$, $8 + 2$, $7 + 3$, $6 + 4$, $5 + 5$, $4 + 6$ rc.)

II. Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

a.	b.
$9 + ? = 10$	$10 - 1 = 9$.
$8 + ? = 10$	$10 - 2 = 8$.
$7 + ? = 10$	$10 - 3 = 7$.
rc.	rc.

c.

$10 > 9$ um 1.	$9 < 10$ um 1.
$10 > 8$ um 2	$8 < 10$ um 2.
$10 > 7$ um 3	$7 < 10$ um 3.
rc.	rc.

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) $2 \times 5 - 4 + 3 - 2 + 3 - 5 + 3 + 2 - 7 + 2 + 3$ rc. — **2)** Wie viel muß ich zu 3 legen, um 10 zu erhalten? — **3)** Wie heißt die Zahl, zu der man noch 4 legen muß, um 10 zu bekommen? — **4)** Wie viel muß ich von 10 wegnehmen, wenn 7 übrig bleiben soll? — **5)** Wie viel ist 2×2? 2×3? 2×4? 2×5? — **6)** Wie heißt die Zahl: wenn man sie 2mal nimmt, so gibt es 10? — **7)** Wie oft muß man 2 nehmen, um 10 zu erhalten? — **8)** Wie oft ist 1 in 10? 2 in 10? 5 in 10? — **9)** In welcher Zahl ist 5 zweimal enthalten? — **10)** Welche Zahl ist in 10 fünfmal? — **11)** Wie groß ist die Hälfte von 2? 4? 6? 8? 10? — **12)** Was für ein Theil ist 5 von 10? — **13)** Wovon ist 1 der 4te Theil? der 7te Theil? der 10 Theil? — **14)** Um wie viel ist 4 kleiner als 10? — **15)** Welche Zahl ist um 4 kleiner, als 10? — **16)** Um wie viel ist 10 größer, als 5? — **17)** 10 ist um 2 größer, als welche Zahl? — **18)** Um wie viel ist die Hälfte von 10 größer, als die Hälfte von 6? — **19)** Welche 3 Geldstücke machen zusammen 10 kr.? — **20)** Von 10 kr. gibt Karl 1 Gr. einem Armen; wie viel Geld hat

er noch? — **21)** 1 Lth. Kaffee kostet 2 kr.; was kosten 2 Loth? 3 Lth.? 4 Lth.? 5 Lth.? — **22)** Ein Metzger kauft 2 Kälber, jedes um 5 fl.; wie viel muß er zahlen? — **23)** Wie viele Kleidchen lassen sich aus 10 Ellen Zeug machen, wenn man zu jedem nimmt 5 Ellen? 2 Ellen? — **24)** 2 Pfd. Salz kosten 10 kr.; was kostet 1 Pfd.? — **25)** 5 Muskatnüsse zu 10 kr.; was kostet eine? —

Uebersicht und Wiederholung.

Die bereits vorgekommenen Operationen werden nun zur möglichst großen Fertigkeit gebracht. Dabei steht die äußere Anschauung im Hintergrunde. Sie tritt nur dann hervor, wenn sich hin und wieder bei einem oder dem andern Schüler findet, daß seinem Bewußtsein etwas ganz entwichen ist. Außerdem muß derselbe jede Zahl mit der Menge ihrer Einer im Geiste sich vorstellen; er muß sie also innerlich anschauen und so zu dem verlangten Resultate kommen.

I. Zählen und Zerlegen.

a.

1) Auf- und Abwärtszählen zwischen 1 und 10.
2) Welche Zahl steht vor 4? nach 4? vor 7? nach 7? rc.
3) Zwischen welchen 2 Zahlen steht 6? 9? 4? rc.
4) Welche Zahlen stehen zwischen 2 und 6? zwischen 5 u. 8? rc.

b.

1) Angabe, aus wie vielmal 1, 2, 3 rc. jede Zahl besteht.

$1 = 1 \times 1.$
$2 = 2 \times 1 = 1 \times 2.$
$3 = 3 \times 1 = 1 \times 2 + 1 = 1 \times 3.$
$4 = 4 \times 1 = 2 \times 2 = 1 \times 3 + 1 = 1 \times 4.$

So fort bis 10.

2) Das Zerlegen der Zahl in gleiche Theile.

$2 = 2 \times 1$	$5 = 5 \times 1$	$7 = 7 \times 1$	$9 = 9 \times 1$	$10 = 10 \times 1$
$3 = 3 \times 1$	$6 = 6 \times 1$	$8 = 8 \times 1$	$= 3 \times 3$	$= 5 \times 2$
$4 = 4 \times 1$	$= 3 \times 2$	$= 4 \times 2$		$= 2 \times 5$
$= 2 \times 2$	$= 2 \times 3$	$= 2 \times 4.$		

1 ist die Hälfte von 2,
das Drittel von 3 rc.
2 ist die Hälfte von 4
das Drittel von 6 rc.
3 ist die Hälfte von 6,
das Drittel von 9.
4 ist die Hälfte von 8.
5 ist die Hälfte von 10.

Wie viel beträgt

die Hälfte von 2? 6? 4? 10? 8?	$^1/_3$ von 6? $^2/_3$ von 6?
der 3. Theil von 3? 6? 9?	$^1/_3$ von 9? $^2/_3$ von 9?
der 4. Theil von 4? 8?	$^1/_4$ von 8? $^3/_4$ von 8?
der 5. Theil von 5? 10?	$^1/_5$ von 10? $^4/_5$ von 10?

3) Das Zerlegen der Zahlen in zwei ungleiche Theile.

9 = 3 +	6 = 1 +	7 = 5 +	9 = 4 +	4 = 1 +
8 = 6 +	10 = 2 +	9 = 1 +	6 = 2 +	7 = 3 +
7 = 2 +	8 = 2 +	10 = 4 +	8 = 7 +	8 = 1 +
9 = 7 +	5 = 3 +	8 = 3 +	10 = 3 +	9 = 2 +
7 = 4 +	9 = 6 +	10 = 7 +	8 = 5 +	6 = 4 +

II. Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

Mit 1. 1 + 1, 2 + 1, 3 + 1, 4 + 1, 5 + 1, 6 + 1, 7 + 1, 8 + 1, 9 + 1
Ich nenne Zahlen, und ihr zählt immer 1 dazu: 6! (6 + 1 = 7.)
Mit 2. 1 + 2, 3 + 2, 5 + 2, 7 + 2; 2 + 2, 4 + 2, 6 + 2, 8 + 2.
Nun wird zu jeder genannten Zahl stets 2 gezählt: 5! (5 + 2 = 7) ꝛc.

Ebenso mit 3, 4, 5 ꝛc. Nur sehe man darauf, daß die Summe nie mehr als 10 betrage.

Hierauf wird durchaus fest und bis zur Fertigkeit eingeübt:

3 + 2	6 + 3	9 + 1	3 + 4	6 + 1	1 + 7.
7 + 3	4 + 2	2 + 6	1 + 3	5 + 3	2 + 4.
5 + 4	3 + 5	5 + 1	8 + 2	2 + 7	5 + 5.
4 + 6	2 + 8	6 + 4	4 + 1	1 + 6	2 + 2.
8 + 1	5 + 2	1 + 8	3 + 7	3 + 3	1 + 4.
2 + 5	4 + 4	4 + 3	2 + 3	7 + 1	4 + 5
1 + 9	3 + 6	7 + 2	6 + 2	1 + 2	1 + 5.

b.

Mit 1. 10 — 1, 9 — 1, 8 — 1, 7 — 1, 6 — 1, 5 — 1, 4 — 1, 3 — 1 ꝛc.
Ich nenne Zahlen, und ihr zieht davon 1 ab: 5! (5 — 1 = 4.) ꝛc.
Mit 2. 10 — 2, 8 — 2, 6 — 2, 4 — 2, 2 — 2; 9 — 2, 7 — 2 ꝛc.
Nun zieht ihr von den genannten Zahlen 2 hinweg: 9! (9 — 2 = 7) ꝛc.

Ebenso mit 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
Hierauf wird durchaus fest und bis zur Fertigkeit eingeübt:

3 — 2	5 — 4	5 — 1	9 — 8	9 — 6	8 — 6
7 — 3	10 — 3	10 — 4	6 — 2	6 — 6	10 — 10
10 — 5	7 — 6	5 — 3	9 — 4	8 — 2	7 — 2
9 — 2	5 — 2	9 — 9	5 — 1	10 — 8	9 — 7

5 — 5	8 — 7	8 — 1	8 — 4	9 — 1	10 — 2
6 — 4	9 — 5	6 — 3	7 — 5	6 — 5	4 — 4
10 — 8	8 — 3	3 — 1	10 — 2	4 — 2	7 — 4
8 — 5	3 — 3	10 — 7	4 — 3	9 — 3	10 — 1

4 + 5 — 8 =	3 + 3 — 4 =	5 — 3 + 6 =	10 — 7 + 4 =
6 + 2 — 5	7 + 3 — 6	8 — 4 + 2	9 — 5 + 2
4 + 6 — 3	3 + 5 — 2	10 — 8 + 7	8 — 6 + 7
7 + 2 — 6	2 + 7 — 5	7 — 6 + 5	7 — 4 + 7
2 + 5 — 7	4 + 2 — 3	6 — 4 + 8	5 — 2 + 5.

c.

Zwei gerade Linien von einerlei Länge, zwei Kugeln von einerlei Größe, die Zahlen 3 und 3 ꝛc. sind einander gleich. Eine kleinere und eine größere gerade Linie, eine kleinere und eine größere Kugel, die Zahlen 2 und 3 ꝛc. sind nicht einander gleich; sie unterscheiden sich von einander.

Wodurch unterscheiden sich diese zwei (ungleich langen) Schieferstifte von einander? Wodurch sich diese zwei Linien? Wodurch können sich zwei Häuser von einander unterscheiden? Wodurch zwei Bäume? Wodurch zwei Zahlen? Wodurch unterscheiden sich z. B. die Zahlen 5 und 8 von einander? (8 ist um 3 größer als 5, und 5 ist um 3 kleiner als 8. Die Zahlen 5 und 8 unterscheiden sich also um 3 von einander. Der Unterschied zwischen 5 und 8 ist 3.)

Um wie viel unterscheiden sich von einander die Zahlen

3 u. 9 ?	9 u. 6 ?	10 u. 3 ?	2 u. 3 ?	4 u. 7 ?
2 u. 6 ?	6 u. 5 ?	2 u. 5 ?	4 u. 1 ?	6 u. 10 ?
5 u. 7 ?	4 u. 2 ?	6 u. 1 ?	3 u. 7 ?	9 u. 5 ?
8 u. 10 ?	5 u. 4 ?	2 u. 9 ?	10 u. 5 ?	2 u. 8 ?
2 u. 7 ?	10 u. 7 ?	8 u. 6 ?	8 u. 9 ?	6 u. 4 ?

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) Zu welcher Zahl muß man 5 legen, um 9 zu erhalten?
2) Welche Zahl ist um 3 größer, als 4? um 3 kleiner, als 4?
3) Wie heißt die Zahl: nehme ich 6 davon weg, so bleibt 4 übrig?
4) Um wie viel ist 3 + 2 weniger, als 7 + 2 ?
5) Zerlege 10 in 2 gleiche und 1 ungleichen Theil! (4 + 4 + 2.)
6) Wie heißt die Zahl: wenn ich sie 4 mal nehme, so erhalte ich 8?
7) Wie heißt die Zahl, welche in 10 — 1 dreimal liegt?
8) In welcher Zahl ist 5 zweimal enthalten?
9) Von welcher Zahl ist 2 der vierte Theil?

Wie viel beträgt

die Hälfte von 2? 6? 4? 10? 8?	$\frac{1}{3}$ von 6? $\frac{2}{3}$ von 6?
der 3. Theil von 3? 6? 9?	$\frac{1}{3}$ von 9? $\frac{2}{3}$ von 9?
der 4. Theil von 4? 8?	$\frac{1}{4}$ von 8? $\frac{3}{4}$ von 8?
der 5. Theil von 5? 10?	$\frac{1}{5}$ von 10? $\frac{4}{5}$ von 10?

3) Das Zerlegen der Zahlen in zwei ungleiche Theile.

9 = 3 +	6 = 1 +	7 = 5 +	9 = 4 +	4 = 1 +
8 = 6 +	10 = 2 +	9 = 1 +	6 = 2 +	7 = 3 +
7 = 2 +	8 = 2 +	10 = 4 +	8 = 7 +	8 = 1 +
9 = 7 +	5 = 3 +	8 = 3 +	10 = 3 +	9 = 2 +
7 = 4 +	9 = 6 +	10 = 7 +	8 = 5 +	6 = 4 +

II. Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

Mit 1. 1 + 1, 2 + 1, 3 + 1, 4 + 1, 5 + 1, 6 + 1, 7 + 1, 8 + 1, 9 + 1

Ich nenne Zahlen, und ihr zählt immer 1 dazu: 6! (6 + 1 = 7.)

Mit 2. 1 + 2, 3 + 2, 5 + 2, 7 + 2; 2 + 2, 4 + 2, 6 + 2, 8 + 2.

Nun wird zu jeder genannten Zahl stets 2 gezählt: 5! (5 + 2 = 7) ꝛc.

Ebenso mit 3, 4, 5 ꝛc. Nur sehe man darauf, daß die Summe nie mehr als 10 betrage.

Hierauf wird durchaus fest und bis zur Fertigkeit eingeübt:

3 + 2	6 + 3	9 + 1	3 + 4	6 + 1	1 + 7.
7 + 3	4 + 2	2 + 6	1 + 3	5 + 3	2 + 4.
5 + 4	3 + 5	5 + 1	8 + 2	2 + 7	5 + 5.
4 + 6	2 + 8	6 + 4	4 + 1	1 + 6	2 + 2.
8 + 1	5 + 2	1 + 8	3 + 7	3 + 3	1 + 4.
2 + 5	4 + 4	4 + 3	2 + 3	7 + 1	4 + 5
1 + 9	3 + 6	7 + 2	6 + 2	1 + 2	1 + 5.

b.

Mit 1. 10 — 1, 9 — 1, 8 — 1, 7 — 1, 6 — 1, 5 — 1, 4 — 1, 3 — 1 ꝛc.

Ich nenne Zahlen, und ihr zieht davon 1 ab: 5! (5 — 1 = 4.) ꝛc.

Mit 2. 10 — 2, 8 — 2, 6 — 2, 4 — 2, 2 — 2; 9 — 2, 7 — 2 ꝛc.

Nun zieht ihr von den genannten Zahlen 2 hinweg: 9! (9 — 2 = 7) ꝛc.

Ebenso mit 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Hierauf wird durchaus fest und bis zur Fertigkeit eingeübt:

3 — 2	5 — 4	5 — 1	9 — 8	9 — 6	8 — 6
7 — 3	10 — 3	10 — 4	6 — 2	6 — 6	10 — 10
10 — 5	7 — 6	5 — 3	9 — 4	8 — 2	7 — 2
9 — 2	5 — 2	9 — 9	5 — 1	10 — 8	9 — 7

5 — 5	8 — 7	8 — 1	8 — 4	9 — 1	10 — 2
6 — 4	9 — 5	6 — 3	7 — 5	6 — 5	4 — 4
10 — 8	8 — 3	3 — 1	10 — 2	4 — 2	7 — 4
8 — 5	3 — 3	10 — 7	4 — 3	9 — 3	10 — 1

---

4 + 5 — 8 =	3 + 3 — 4 =	5 — 3 + 6 =	10 — 7 + 4 =
6 + 2 — 5	7 + 3 — 6	8 — 4 + 2	9 — 5 + 2
4 + 6 — 3	3 + 5 — 2	10 — 8 + 7	8 — 6 + 7
7 + 2 — 6	2 + 7 — 5	7 — 6 + 5	7 — 4 + 7
2 + 5 — 7	4 + 2 — 3	6 — 4 + 8	5 — 2 + 5.

---

c.

Zwei gerade Linien von einerlei Länge, zwei Kugeln von einerlei Größe, die Zahlen 3 und 3 ꝛc. sind einander gleich. Eine kleinere und eine größere gerade Linie, eine kleinere und eine größere Kugel, die Zahlen 2 und 3 ꝛc. sind nicht einander gleich; sie unterscheiden sich von einander.

Wodurch unterscheiden sich diese zwei (ungleich langen) Schieferstifte von einander? Wodurch sich diese zwei Linien? Wodurch können sich zwei Häuser von einander unterscheiden? Wodurch zwei Bäume? Wodurch zwei Zahlen? Wodurch unterscheiden sich z. B. die Zahlen 5 und 8 von einander? (8 ist um 3 größer als 5, und 5 ist um 3 kleiner als 8. Die Zahlen 5 und 8 unterscheiden sich also um 3 von einander. Der Unterschied zwischen 5 und 8 ist 3.)

Um wie viel unterscheiden sich von einander die Zahlen

3 u. 9?	9 u. 6?	10 u. 3?	2 u. 3?	4 u. 7?
2 u. 6?	6 u. 5?	2 u. 5?	4 u. 1?	6 u. 10?
5 u. 7?	4 u. 2?	6 u. 1?	3 u. 7?	9 u. 5?
8 u. 10?	5 u. 4?	2 u. 9?	10 u. 5?	2 u. 8?
2 u. 7?	10 u. 7?	8 u. 6?	8 u. 9?	6 u. 4?

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) Zu welcher Zahl muß man 5 legen, um 9 zu erhalten?
2) Welche Zahl ist um 3 größer, als 4? um 3 kleiner, als 4?
3) Wie heißt die Zahl: nehme ich 6 davon weg, so bleibt 4 übrig?
4) Um wie viel ist 3 + 2 weniger, als 7 + 2?
5) Zerlege 10 in 2 gleiche und 1 ungleichen Theil! (4 + 4 + 2.)
6) Wie heißt die Zahl: wenn ich sie 4 mal nehme, so erhalte ich 8?
7) Wie heißt die Zahl, welche in 10 — 1 dreimal liegt?
8) In welcher Zahl ist 5 zweimal enthalten?
9) Von welcher Zahl ist 2 der vierte Theil?

10) Um wie viel sind $^2/_3$ von 9 größer, als $^2/_3$ von 6?
11) Wie viele Zweier (Doppelpfennige) sind 5 kr.? 3 kr.?
12) Ein Mann kauft eine Ziege für 4 fl., ein Schaf für 3 fl. und eine Gans für 2 fl.; wie viel muß er im Ganzen zahlen? — Er hat aber nur 6 fl.; wie viel bleibt er schuldig?
13) Ein Kaufmann fordert für die Elle 8 kr.; es werden aber 2 kr. abgehandelt; wie theuer hat er nun die Elle verkauft?
14) Wie viele Kreuzer machen 4 pf.? 5 pf.? 6 pf.? 2c.
15) Eine Bäuerin hat drei Kühe; jede gibt des Morgens 3 Maas Milch; wie viel Milch geben die 3 Kühe mit einander? — Von den 9 Maas Milch behält die Frau 7 für sich; die andere Milch verkauft sie, die Maas für 4 kr.; wie viel macht ihr Erlös?
16) Ich weiß eine Zahl, die um 5 kleiner ist, als 8; wie heißt sie?
17) 2 Loth 2 Quint sind zusammen wie viel Quint?
18) Anton war 1 Wch. und 2 Tg. krank, wie viel Tag lang also?
19) Ein Herr ladet 10 Gäste; es bleiben ihrer jedoch 4 aus; wie viele kommen?
20) Eine Henne hat 9 Eier gelegt; 5 davon nimmt die Hausfrau zu einem Eierkuchen; die andern verkauft sie, jedes zu 2 pf.; wie viel nimmt sie dafür ein?
21) August ist 7 Jahr alt; Hermann um 3 Jahre jünger; wie alt ist Hermann?
22) Emma spricht: „Rathe, wie viel Nüsse habe ich?" Theodor antwortet: 4. Darauf sagt Emma: „Ich habe 2 mal so viel, weniger eine." Wie viel Nüsse hat sie also?
23) Wie viele Loth machen 7 Quint? 10 Quint?
24) In einem Strauße sind 3 Nelken, 3 Rosen und 4 Narzissen; 2 Rosen und 2 Narzissen fallen ab; wie viele Blumen sind noch in dem Strauß?
25) Von einer Stadt zur andern sind 10 Meilen; wie lange braucht ein Mann, um diesen Weg zu gehen, wenn er jeden Tag 5 Meilen macht?
26) Wie viele Vögel sitzen auf einem Dache, wenn sie zusammen 6 Füße haben?
27) Ein Sechser, 1 Gr. und 1 kr. machen im Ganzen wie viel kr.?
28) Wie viele Groschen machen 6 kr.? 9 kr.? 10 Kreuzer?
29) Eine Maas Bier kostet 8 kr.; wie viel kostet 1 Seidlein?
30) Ein Knabe hat 9 Bohnen und will daraus 3 Häuflein machen; wie viel muß er zu 1 Häuflein nehmen?
31) Zwei Männer verzehren miteinander 6 Grsch.; wie viel muß jeder davon bezahlen?
32) Drei Ellen Band kosten 6 kr.; was kostet 1 Elle?
33) Eine Frau hatte 10 Gänse; 2 davon hat sie geschlachtet, 3 hat sie verkauft, und eine wurde vom Fuchse gestohlen; wie viele sind noch übrig?

34) Wer zerlegt mir die 6 in drei ungleiche Zahlen? (1 + 2 + 3.)
35) In welche 4 ungleichen Zahlen läßt sich 10 zerlegen? (1 + 2 + 3 + 4.)

Der Zehner.

4 Quint zusammen heißen 1 Loth; 4 Pfennige zusammen heißen 1 Kreuzer; 3 Kreuzer = 1 Groschen; 6 kr. = 1 Sechser. So nennt man zehn Eins oder zehn Einer, zusammen genommen, einen Zehner.

Sind 9 Einer auch 1 Zehner? Wie viel fehlt daran? Wie viel fehlt an 8 Einern zu 1 Zehner? Wie viel an 7 Einern? rc.

| • • • • • • • • • • | ist = 1 Zehner und 0 Einer, geschrieben 10.

Was bedeutet die Ziffer 1, wenn sie allein (1) steht? Was bedeutet sie, wenn sich zu ihrer Rechten eine Null befindet? (10) Schreibt 1 Einer! 1 Zehner!

Der zweite Zehner.

Der zweite Zehner wird dem Wesen nach gerade so behandelt, wie der erste. Nur insofern tritt eine Aenderung ein, als jetzt der Schüler, mit dem Gange, sowie mit dem Verfahren bekannt, am Unterricht mehr selbstthätig Antheil nimmt und über das, was er thut und erkennt, sich mehr im Zusammenhange ausspricht, als bisher.

Die Elf.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

In die erste oder oberste Stange der Rechenmaschine thut man 10, in die nächste darunter 1 Kugel.

• • • • • • • • • •
•

Wie heißen die 10 Einer zusammen genommen? Zu welchem Zehner gehört der einzelne Einer (in der zweiten Stange)? Wie viele Einer fehlen noch am zweiten Zehner?

1 Zehner und 1 Einer, Zehn und Eins, nennt man mit einem Worte Elf und setzt dafür die Ziffern 11. — Die Ziffer 1 zur Linken bedeutet 1 Zehner, die Ziffer 1 zur Rechten 1 Einer. Beide zusammen also gelten 1 Zehner und 1 Einer, 10 + 1 oder Elf.

b.

$11 = 11 \times 1$	$11 = 1 \times 6 + 5.$
$= 5 \times 2 + 1.$	$= 1 \times 7 + 4.$
$= 3 \times 3 + 2.$	$= 1 \times 8 + 3.$
$= 2 \times 4 + 3.$	$= 1 \times 9 + 2.$
$= 2 \times 5 + 1.$	$= 1 \times 10 + 1$ (1 Z. + 1 E.)

Lehrverfahren.

Einer der Schüler tritt vor die Wandtafel hin und stellt die Zahl durch Punkte dar. Dieselben werden so groß gemacht, daß Alle sie deutlich sehen können, und so weit aus einander gesetzt, daß dazwischen gezogene Striche leicht wieder können abgelöscht werden.

Zuerst wird nun untersucht, aus wie vielmal **Eins** die Zahl besteht. Der Schüler theilt daher die ganze Anzahl von Punkten durch kleine senkrechte Striche in lauter einzelne Punkte ab, zählt dann, wie viel mal Eins es ist, spricht dieß aus und schreibt es in Ziffern darunter. $11 = 11 \times 1$.

Hierauf wird gesucht, aus wie vielmal **Zwei** die Zahl besteht. Die Striche zwischen den Punkten werden weggelöscht und diese dann so abgetheilt, daß immer zwei zusammen kommen. Das Ergebniß kommt, wie oben zu sehen, unter $11 = 11 \times 1$.

Auf dieselbe Weise sucht der Schüler, aus wie viel mal 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 und 10 die Zahl besteht. Und ebenso wird jedes neue Resultat unter die früheren notirt.

Zuletzt wird den Schülern aufgegeben, dasselbe, was sie an der Wandtafel ausführen sahen, entweder noch in der Schule, oder zu Hause auf ihren Schiefertafeln zu wiederholen und die Ergebnisse sich fest einzuprägen. Am folgenden Tage muß dann jeder von ihnen im Stande sein, die einzelnen Zerfällungen in der Reihenfolge vor- und rückwärts, sowie auf Befragen außer der Ordnung anzugeben.

II. Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

Zur Veranschaulichung dient die Rechenmaschine. Der Lehrer nennt eine Aufgabe, oder einer der Schüler liest sie aus dem Aufgabenheftchen vor, und ein zweiter führt dieselbe am Rechenbrette, das Nöthige dazu sprechend, vor den Augen Aller aus. In diesem Falle hat der Lehrer die Schüler nur zu überwachen und von Zeit zu Zeit einen andern an das Rechenbrett zu berufen.

Sind mehrere Klassen zugleich zu unterrichten, so kann sich hier der Lehrer schon nach kurzer Zeit durch einen der größern Schüler vertreten lassen.

a.

$10 + ? = 11$

$9 + ? = 11$

$8 + ? = 11$ ꝛc.

Lehrverfahren.

$8 + ? = 11.$

Nachdem die Kugeln mit einem Wurfe auf eine Seite gebracht worden sind, nennt der Lehrer die Zahl 8, und ein Schüler schiebt am Rechenbrette von der obersten Stange sofort 8 Kugeln auf die entgegengesetzte Seite. Dann kommt die Frage: Wie viel muß man zu 8 thun, um 11 zu erhalten? Die Antwort ist: Noch 2 + 1 oder 3. Indem nun derselbe Schüler, die 2 übrigen Kugeln von der obern Stange und die eine von der nächsten Stange zu den 8 Kugeln hinüber rückt, spricht er zugleich: 8 + 2 = 10, 10 + 1 = 11; 8 + 3 = 11.

So geschieht auch in den übrigen Fällen.

Sind die Schüler im Stande, die Operation am Rechenbrette fertig auszuführen; so üben sie sich dann in derselben frei im Kopfe. Einer von ihnen liest die Aufgaben aus dem Rechenbüchlein einzeln vor, indem er z. B. fragt: 8 und wie viel ist 11? Und ein anderer antwortet: 8 + 2 = 10, + 1 = 11; 8 + 3 = 11. (Mit Betonung der 3.)

Geht auch dieses fest und sicher, so nehmen alle Schüler Aufgabenheft und Schiefertafel zur Hand und rechnen eben dasselbe mit Ziffern.

b.

11 — 1 = ?
11 — 2 = ?
11 — 3 = ? 2c.

Lehrverfahren.

$11 - 3 = ?$

Auf die Frage: Wie viel ist 11 weniger 3? schafft der Schüler am Rechenbrette die 11 Kugeln auf eine Seite und antwortet: Zuerst nehme ich von 11 den einzelnen Einer weg, dann noch 2 Einer von dem Zehner. Und indem er nun dieses ausführt, spricht er weiter: 11 — 1 = 10, 10 — 2 = 8; 11 — 3 = 8.

Sind so alle Fälle in und außer der Reihenfolge wiederholt behandelt; so tritt, wie bei der vorhergehenden Uebung, das freie Kopfrechnen ein, und auf dieses folgt wieder das Rechnen mit Ziffern.

c.

11 > 10 um 1.
11 > 9 um 2.
11 > 8 um 3 2c.

Beispiel: Wie groß ist der Unterschied zwischen 8 und 11?

Ich sehe zu, wie viel ich zu 8 legen muß, um 11 zu erhalten. 8 + 2 = 10, 10 + 1 = 11. Um 11 zu erhalten, muß ich zu 8 noch 2 + 1 oder 3 legen; 8 ist daher um 3 kleiner, als 11. — Oder:

Ich suche, wie viel 11 über 8 enthält. 11 enthält über 8 noch 2 + 1 oder 3; 11 ist daher um 3 größer, als 8. —

Der Unterschied zwischen 8 und 11 ist also 3.

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) Wie viel ist 5 + 5 + 1 — 4 — 1 + 5 — 3 — 4 + 7 — 5 ꝛc. — 2) In welche Zahlenpaare läßt sich 11 zerlegen? — 2) Zwei Zahlen machen zusammen 11; die eine heißt 6; wie heißt die andere? Die eine heißt 4, wie die andere? ꝛc. — 4) Um wie viel ist 11 mehr, als 7? — 5) Um wie viel ist 6 kleiner, als 11? — 6) Wie groß ist der Unterschied zwischen 2 × 4 + 1 und 2 × 5 + 1? — 7) Wie viel Nüsse hat Karl: bekäme er noch 5 dazu, so hätte er dann 11? — 8) Wie viel muß ich von 11 wegnehmen, wenn 9 übrig bleiben soll? — 9) Wie heißt die Zahl: nimmt man davon 3 weg, so bleibt 8 übrig? — 10) Wie rechnest du 3 × 3 + 2? — 11) Zwei Knaben theilen 11 Aepfel miteinander, wie thun sie das? — 12) Wie viel mal so groß als 1, ist 11? — 13) Was für ein Theil ist 1 von 7? von 9? von 11? — 14) In welcher Zahl ist 1 elfmal enthalten? — 15) 11 Zweier, wie viele Kreuzer? — 16) 11 kr., wie viele Groschen? — 17) 11 Qt. wie viele Loth? — 18) 11 kr., wie viele Sechser? — 19) 11 Tage, wie viele Wochen? — 20) Hermann hat 5 kr., seine Schwester hat nochmal so viel und noch 1 kr.; wie viel Geld hat diese? —

Die Zwölf.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

• • • • • • • • • •
• •

1 Zehner 1 Einer + 1 Einer = 1 Zehner 2 Einer. Die 2 Einer gehören zum zweiten Zehner. Zu den 2 Einern gehören noch 8 Einer, bis der zweite Zehner voll ist.

1 Zehner und 2 Einer, 10 + 2, heißen zusammen Zwölf.

1 Zehner, mit Ziffern geschrieben = 10.
1 Z. + 1 E., " " " = 11.
1 Z. + 2 E., " " " = 12.

b.

12 = 12 × 1	12 = 2 × 6
= 6 × 2	= 1 × 7 + 5
= 4 × 3	= 1 × 8 + 4
= 3 × 4	= 1 × 9 + 3
= 2 × 5 + 2	= 1 × 10 + 2.

II. Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

a.	b.
$11 + ? = 12$	$12 - 1 = ?$
$10 + ? = 12$	$12 - 2 = ?$
$9 + ? = 12$ ꝛc.	$12 - 3 = ?$ ꝛc.

Wie nimmt man 11 von 12 hinweg? Man nimmt von 12 erst 10, dann 1; $12 - 10 = 2$, $2 - 1 = 1$; $12 - 11 = 1$.

c.

$12 > 11$ um 1.
$12 > 10$ um 2.
$12 > 9$ um 3 ꝛc.

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) $12 - 5 + 4 - 5 + 6 - 7 + 3 - 5 + 8 - 3 + 2 - 8$ ꝛc. ꝛc. — 2) Wie heißt die Zahl, zu der man noch 3 legen muß, um 12 zu erhalten? — 3) Wie viel muß ich von 12 wegnehmen, wenn 8 übrig bleiben soll? — 4) Wie viel ist 5×2? 3×2? 6×2? 4×2? — 5) Wie viel ist 3×3? 2×3? 4×3? — 6) Wie oft muß man 4 nehmen, um 12 zu bekommen? — 7) Wie heißt die Zahl: wenn man sie 2mal nimmt, so erhält man 12? — 8) Wie oft ist 2 in 6? in 10? in 8? in 12? — 9) In welcher Zahl liegt 3 zweimal? dreimal? viermal? — 10) Wie heißt die Zahl, welche in 12 dreimal enthalten ist? — 11) Wie groß ist die Hälfte von 8? von 4? von 12? von 6? — 12) Von welcher Zahl ist 3 die Hälfte? 1 Drittel? 1 Viertel? — 13) Was für ein Theil ist 4 von 8? von 12? — 14) Wie viel betragen $^2/_3$ von 12? $^3/_4$ von 12? $^5/_6$ von 12? — 15) 12 Stück nennt man ein Dutzend. Welcher Theil vom Dutzend sind 6 Stück? 4 Stück? 3 Stück? 2 Stück? 1 Stück? — 16) Wie viele Stücke sind $^1/_2$ Dutzend? $^1/_3$ Dutzend? $^2/_3$ Dutzend? $^1/_4$ Dutzend? $^3/_4$ Dutzend? — 17) 12 Monate nennt man 1 Jahr. Was für ein Theil vom Jahre sind 6 Monate? 4 Monate? 3 Monate? 2 Monate? 1 Monat? — 18) Wie viele Monate sind $^1/_2$ Jahr? $^1/_4$ Jahr? $^2/_3$ Jahr? $^1/_4$ Jahr? $^3/_4$ Jahr? — 19) Wie heißen die 12 Monate des Jahres? — 20) Von 1 Dutzend Bleistifte verkauft ein Handelsmann 7 Stück; wie viel bleiben ihm davon übrig? — 21) Marie hat ein Schwesterchen; wenn es am Leben bleibt, so ist es nach 4 Monaten 1 Jahr alt; wie alt ist es jetzt? — 22) Was kostet $^1/_2$ Dutzend Stühle, das Stück zu 2 fl.? — 23) 3 Ms. Essig kosten 12 kr., was kostet 1 Ms.? — 24) Von 1 Dutzend Eier braucht 1 Bauersfrau 8 Stück für sich; die andern verkauft sie, das Stück zu 3 pf.; wie viel wird sie dafür lösen? — 25) Ein Landmann hat 12 Stück Schafe; den dritten und vierten Theil davon verkauft er; wie viel bleiben ihm? —

Die Dreizehn.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

• • • • • • • • • •
• • •

1 Zehner 2 Einer + 1 Einer = 1 Z. 3 E. = 10 + 3 oder Dreizehn, geschrieben 13. Die 3 Einer gehören ꝛc.

b.

13 = 13 × 1	13 = 2 × 6 + 1
= 6 × 2 + 1	= 1 × 7 + 6
= 4 × 3 + 1	= 1 × 8 + 5
= 3 × 4 + 1	= 1 × 9 + 4
= 2 × 5 + 3	= 1 × 10 + 3

II. Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

a.	b.
12 + ? = 13	13 — 1 = ?
11 + ? = 13	13 — 2 = ?
10 + ? = 13 ꝛc.	13 — 3 = ? ꝛc.

c.

13 > 12 um 1.
11 < 13 um 2.
13 > 10 um 3.
9 < 13 um 4 ꝛc.

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) 2 × 6 + 1 — 4 + 3 — 4 + 5 — 6 + 4 — 5 + 7 — 8 ꝛc. — 2) In welche zwei verschiedenen Theile läßt sich 13 zerlegen? — 3) Wie weit ist 13 von 8 entfernt? — 4) Wie zählt man 4 zu 9? wie 5 zu 8? wie 6 zu 7? — 5) Wie zieht man 5 von 13 ab? 6) Zu welcher Zahl muß man 6 legen, um 13 zu erhalten? — 7) Wie viel muß man von 13 wegthun, damit 11 übrig bleibt? — 8) Wie oft muß ich 1 nehmen, um 13 zu bekommen? — 9) Was für ein Theil ist 1 von 8? von 11? von 13? — 10) Um wie viel ist 2 × 6 weniger, als 13? — 11) 13 halbe Gulden, wie viele ganze? 13 kr., wie viele Groschen? 13 Quint, wie viel Loth? 13 kr., wie viele Sechser? 13 Tag, wie viele Wochen? 13 fl., wie viele Karolin? 13 Stück, wie viel Dutzend? — 12) Ein Taubenhändler kauft das Paar um 9 kr, und verkauft es wieder um 13 kr.; wie viele Kreuzer hat er übrig? — 13) Wilhelm hat 1 Sechser, 2 Groschen und 1 kr., wie viel im Ganzen? — 14) Davon gibt er 4 kr. in die Missionsbüchse, und für 1 Groschen kauft er sich ein Schreibheft; wie viel Geld bleibt ihm übrig? —

Die Vierzehn.

I Bilden und Zerlegen.

• • • • • • • • • •
• • • •

1 Zehner 3 Einer + 1 Einer = 1 Z. 4 Einer. = 10 + 4 oder Vierzehn, geschrieben 14. — Die 4 Einer gehören ꝛc.

b.

$14 = 14 \times 1$	$14 = 2 \times 6 + 2$
$= 7 \times 2$	$= 2 \times 7$
$= 4 \times 3 + 2$	$= 1 \times 8 + 6$
$= 3 \times 4 + 2$	$= 1 \times 9 + 5$
$= 2 \times 5 + 4$	$= 1 \times 10 + 4$

II. Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

a.	b.
$13 + ? = 14$	$14 - 1 = ?$
$12 + ? = 14$	$14 - 2 = ?$
$11 + ? = 14$ ꝛc.	$14 - 3 = ?$ ꝛc.

c.

$14 > 13$ um 1.
$12 < 14$ um 2.
$14 > 11$ um 3 ꝛc.

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) $2 \times 7 - 5 + 4 - 6 + 4 - 7 + 10 - 3 + 2 - 8$ ꝛc. 2) Von 14 nehme ich 4 + 5 weg; wie viel bleibt übrig? — 3) Wie viel ist 14 mehr, als 3×4? — 4) Wie heißt die Zahl: nehme ich sie 2 mal, so erhalte ich 14? — 5) Wie oft muß ich aber 2 nehmen, um 14 zu bekommen? — 6) Welche Zahl ist in 14 zweimal enthalten? — 7) Wie oft ist 2 in 14? — 8) Was für ein Theil ist 7 von 14? — 9) Wie viel beträgt der 7. Theil von 14? 10) Suche $^6/_7$ von 14! — 11) 14 Tage, wie viele Wochen? — 12) 14 Monate, wie viele Jahre? — 13) 14 Groschen, wie viele Sechser? — 14) Karl hat 14 Nüsse; 3 davon ißt er, und 3 gibt er seiner Schwester; wie viel hat er noch? — 15) August hat 1 Sechser, 1 Gr. und 1 kr.; wie viel fehlt ihm noch auf 14 kr.? — 16) Wie viele Hände haben 7 Kinder miteinander? — 17) Wie viele Tage sind 2 Wochen? — 18) 2 Trauben kosten 14 kr.; was kostet eine? —

Die Fünfzehn.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

• • • • • • • • • •

• • • • •

1 Zehner 4 Einer + 1 Einer = 1 Z. 5 E. = 10 + 5 oder Fünfzehn, geschrieben 15. — Die 5 Einer gehören 2c.

b.

$15 = 15 \times 1$
$= 7 \times 2 + 1$
$= 5 \times 3$
$= 3 \times 4 + 3$
$= 3 \times 5$

$15 = 2 \times 6 + 3$
$= 2 \times 7 + 1$
$= 1 \times 8 + 7$
$= 1 \times 9 + 6$
$= 1 \times 10 + 5$

II. Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

a.

$14 + ? = 15$
$13 + ? = 15$
$12 + ? = 15$ 2c.

b.

$15 - 1 = ?$
$15 - 2 = ?$
$15 - 3 = ?$ 2c.

c.

$15 > 14$ um 1.
$13 < 15$ um 2.
$15 > 12$ um 3 2c.

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) 3 × 5 — 3 — 3 + 6 — 4 — 4, 2 mal, + 1, weniger 7 2c. — **2)** Wie viel ist 15 mehr, als 2 × 6? — **3)** Was ist mehr: 3 × 5, oder 4 + 5 + 6? — **4)** Wie viele Liederverse kann Hermann schon: wenn er noch 3 dazu lernt, so kann er 15? — **5)** Wie viel ist 2 × 3? 3 × 3? 4 × 3? 5 × 3? — **6)** Wie viel einzelne Kreuzer erhält man für 5 Groschen? — **7)** Welche Zahl muß man 3 mal nehmen, um 15 zu erhalten? — **8)** Was für ein Theil ist 3 von 6? von 9? von 12? von 15? — **9)** Wie oft kann man 3 Ellen von 15 Ellen wegnehmen? — **10)** Wie viel Hemden kann eine Mutter aus 15 Ellen Leinwand machen, wenn sie zu 1 Hemde 3 Ellen braucht? — **11)** 3 Brüder bekommen am heiligen Christfeste 15 vergoldete Nüsse miteinander, wie viel erhält e i n e r davon? **12)** 15 kr., wie viele Gr.? Sechser? — **13)** 15 Qt., wie viele Loth? **14)** 15 Tg., wie viele Wochen? — **15)** Ein Knabe erhält vom Vater 6 kr., von der Mutter 5 kr. und von seinem Pathen 4 kr.; wie viel Geld hat er bekommen? — **16)** Davon gibt er täglich 1 kr. aus; wie viele Tage hat er daran? — **17)** Auguste hat 2 Sechser

und 1 Gr.; davon gibt sie 1 Sechser und 2 kr. einer armen Frau; wie viel Geld hat sie noch? — **18)** 5 Ellen Band kosten 15 kr.; was kostet 1 Elle? —

Um zu finden, was 1 Elle kostet, so muß man die 15 kr. auf die 5 Ellen so vertheilen, daß auf eine Elle so viel kommt, als auf die andere. Man muß daher die 15 kr. in 5 gleiche Theile zerlegen. Auf 1 Elle kommt also der fünfte Theil von 15 kr.; der 5. Theil von 15 kr. = 3 kr. Also kostet 2c.

Die Sechszehn.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

• • • • • • • • • •
• • • • • •

1 Zehner 5 Einer + 1 Einer = 1 Z. 6 E. = 10 + 6 oder Sechszehn, geschrieben 16. — Die 6 Einer gehören 2c.

b.

$$16 = 16 \times 1 \quad = 8 \times 2 \quad = 5 \times 3 + 1 \quad = 4 \times 4 \quad = 3 \times 5 + 1$$

$$16 = 2 \times 6 + 4 \quad = 2 \times 7 + 2 \quad = 2 \times 8 \quad = 1 \times 9 + 7 \quad = 1 \times 10 + 6$$

II. Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

a.

$15 + ? = 16$
$14 + ? = 16$
$13 + ? = 16$ 2c.

b.

$16 - 1 = ?$
$16 - 2 = ?$
$16 - 3 = ?$ 2c.

c.

$16 > 15$ um 1.
$14 < 16$ um 2.
$16 > 13$ um 3 2c.

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) $2 \times 8 - 4 + 3 - 6 + 7 - 10$, 2mal, + 4, weniger 8 2c. — **2)** 16 ist um 4 mehr, als welche Zahl? — **3)** Ich lege zu 8 noch eine Zahl und erhalte 16; wie heißt sie? — **4)** Wie oft muß ich 4 nehmen, um 16 zu erhalten? — **5)** Um wie viel sind 16 fl. mehr, als 1 Karolin? — **6)** Welche Zahl muß ich 2 mal nehmen, damit ich 16 bekomme? — **7)** Wie oft ist 2 in 16 enthalten?

8) Welche Zahl ist 4 mal in 16? — **9)** In welche gleiche Theile kann man 16 zerlegen. (In 16 × 1, 8 × 2, 4 × 4, 2 × 8.) **10)** Wie viel ist 1/4 von 16? 3/4 von 16? — **11)** 8 Kinder erhalten 16 Aprikosen miteinander; wie viel kommt auf eines? — **12)** Wie viele Pfennige erhält man für 4 kr.? — **13)** 16 Qt., wie viel Loth? — **14)** Eine Muskatnuß kostet 4 kr.; was kosten 4? — **15)** Ein Mann verdient in 1 Tag 2 fl.; wie viel in 8 Tg.? — **16)** 16 Maas (Dreiling oder Sechzehntel) machen 1 Mtz; wie viel ist 1 Mtz. mehr, als 11 Ms.? — **17)** Wie viel Maas hat 1/2 Mtz.? 1/4 Mtz.? — **18)** 6 Mtz. = 1 Scheffel; wie viel Scheffel machen 16 Mtz? — **19)** Was kosten 2 Ms. Mehl, die Ms. zu 8 kr.? — **20)** 4 Loth Gewürz kosten 16 kr.; was kostet 1 Loth?

Die Siebenzehn.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

• • • • • • • • • •
• • • • • • •

1 Zehner 6 Einer + 1 Einer = 1 Zehner 7 Einer = 10 + 7 oder Siebenzehn, geschrieben 17. — Die 7 Einer gehören &c.

b.

17 = 17 × 1	17 = 2 × 6 + 5
= 8 × 2 + 1	= 2 × 7 + 3
= 5 × 3 + 2	= 2 × 8 + 1
= 4 × 4 + 1	= 1 × 9 + 8
= 3 × 5 + 2	= 1 × 10 + 7

II. Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

a.	b.
16 + ? = 17	17 — 1 = ?
15 + ? = 17	17 — 2 = ?
14 + ? = 17 &c.	17 — 3 = ? &c.

c.

17 > 16 um 1.
15 < 17 um 2.
17 > 14 um 3 &c.

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) 3 × 5 + 2 — 4 + 3 — 8, 2 mal, + 1, 9 ab, + 5 &c. — **2)** Wie viel muß ich zu 9 legen, um 17 zu erhalten? — **3)** Wie

viel muß man von 17 wegnehmen, wenn 12 übrig bleiben soll? — **4)** Um wie viel ist 17 mehr, als 2 × 7? — **5)** Ich weiß eine Zahl; füge ich 7 dazu, so erhalte ich 17; wie heißt die Zahl? — **6)** Um wie viel ist 2 × 8 weniger, als 17? — **7)** 17 pf., wie viel Zweier? wie viele kr.? — **8)** 17 kr., wie viel Gr.? Sechser? Zwölfer? — **9)** 17 Tg., wie viele Wochen.? — **10)** Heinrich hatte 17 Aepfel; jetzt hat er nur noch 9; wie viele hat er gegessen? — **11)** Adolph hat 17 Kirschen, Gustav 13; wie viel Kirschen hat Adolph mehr, als Gustav? — **12)** Ein Holzhändler kauft die Klafter Buchenholz um 14 fl. und verkauft sie wieder um 17 fl.; wie viel Gulden gewinnt er dabei? — **13)** Ein Wort hat 9 Buchstaben, ein anderes hat 8; wie viele Buchstaben haben beide Wörter zusammen? — **14)** Sophie bekam 17 kr., um 1 Elle Zeug zu holen; als sie aber zum Kaufmann kam, hatte sie nur noch 15 kr.; wie viel Geld hat sie unterwegs verloren? —

Die Achtzehn.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

• • • • • • • • • •
• • • • • • • •

1 Zehner 7 Einer + 1 Einer = 1 Z. 8 E. = 10 + 8 oder Achtzehn, geschrieben 18. — Die 8 Einer gehören 2c.

b.

18 = 18 × 1	18 = 3 × 6
= 9 × 2	= 2 × 7 + 4
= 6 × 3	= 2 × 8 + 2
= 4 × 4 + 2	= 2 × 9
= 3 × 5 + 3	= 1 × 10 + 8

II. Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

a.	b.
17 + ? = 18	18 — 1 = ?
16 + ? = 18	18 — 2 = ?
15 + ? = 18 2c.	18 — 3 = ? 2c.

c.

18 > 17 um 1.
16 < 18 um 2.
18 > 15 um 3 2c.

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) 3 × 6 — 5 + 4 — 5 + 6 — 7 — 2, 2mal, 11 ab, + 7 ꝛc. — **2)** Um wie viel ist 18 mehr, als 2 × 5 + 1? — **3)** Wie oft ist 6 zu nehmen, um 18 zu erhalten? — **4)** Wie viel muß ich von 18 wegthun, wenn 9 übrig bleiben soll? — **5)** Wie oft ist 3 in 18? — **6)** Wie viele halbe Guldenstücke erhalte ich für 9 ganze fl.? — **7)** 6 Groschen, wie viele einzelne Kreuzer? — **8)** Wie viel einzelne Kreuzer bekommt man für 3 Sechser? — **9)** Ein Lesebüchlein kostet 9 kr.; was kosten 2? — **10)** 2 Dutzend Knöpfe kosten 18 kr.; was kosten 1 Dutzend? — **11)** Was kostet 1 Rechenbüchlein, wenn drei 18 kr. kosten? — **12)** 6 Schreibhefte kosten 18 kr.; wie theuer ist eines? — **13)** Wie viel Schreibhefte kann man aus 18 Bogen Papier machen, jedes zu 3 Bg.? — **14)** Eine Mutter kauft 18 Ellen Zeug; wie viele Kleider kann sie daraus machen, wenn sie zu jedem Kleide 6 Ellen nimmt? — **15)** Wie viel beträgt $^1/_3$ von 18 Ms.? $^2/_3$ von 18 Ms.? — **16)** Suche $^1/_6$ von 18 Loth! $^5/_6$ von 18 Loth! — **17)** Adolph hat 3 Sechser und gibt 2 Sechser und 1 Gr. davon aus; wie viel Geld bleibt ihm übrig? — **18)** Wie viel Sechserkipfe kann man für 18 kr. kaufen? —

Die Neunzehn.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ●

1 Zehner 8 Einer + 1 Einer = 1 Z. 9 E. = 10 + 9 oder Neunzehn, geschrieben 19. — Die 9 Einer gehören ꝛc.

b.

19 = 19 × 1	19 = 3 × 6 + 1
= 9 × 2 + 1	= 2 × 7 + 5
= 6 × 3 + 1	= 2 × 8 + 3
= 4 × 4 + 3	= 2 × 9 + 1
= 3 × 5 + 4	= 1 × 10 + 9

II. Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

a.	b.
18 + ? = 19	19 — 1 = ?
17 + ? = 19	19 — 2 = ?
16 + ? = 19 ꝛc.	19 — 3 = ? ꝛc.

c.

$19 > 18$ um 1.

$17 < 19$ um 2.

$19 > 16$ um 3 ꝛc.

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) $2 \times 9 + 1 - 7 + 3 + 4 - 6 - 7$, 3 mal, 5 ab ꝛc. — **2)** In welche zwei Zahlen läßt sich 19 zerlegen? — **3)** Wie viel muß man zu 15 fügen, um 19 zu erhalten? — **4)** Um wie viel muß ich 19 kleiner machen, damit sich 12 ergibt? — **5)** 19 Stücke, wie viel Paar? — **6)** 19 kr., wie viele Gr.? — **7)** 19 Qt., wie viel Loth? — **8)** 19 kr., wie viel Sechser? — **9)** Um wie viel ist 19 größer, als 3×6? — **10)** Gestern hatte ich 19 kr., heute habe ich noch 5; wie viel Kreuzer habe ich davon ausgegeben? — **11)** Von 19 Nüssen, die ich habe, sind 11 versilbert; die anderen sind übergoldet; wie viel also? — **12)** Mit welchen Geldstücken kann man 19 kr. zahlen? — **13)** 19 Tag, wie viele Wochen? — **14)** Wie nimmt man 12 von 19 weg? ($19 = 10 - 9$, $9 - 2 = 7$.) — **15)** Karl hat in seinem Schlage 19 Tauben; 8 davon tödtet ihm der Marder; wie viele Tauben hat er noch? — **16)** Gottlob fährt mit dem Vater zu seinem Pathen, der 19 Stunden weit entfernt wohnt; am ersten Tag legen sie 12 St. zurück; wie viele Stunden müssen sie noch am andern Tage machen?

Die Zwanzig.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

• • • • • • • • • •
• • • • • • • • • •

Legt man zu 1 Zehner und 9 Einern noch 1 Einer, so ist der zweite Zehner voll. 2 Zehner oder 2×10 = Zwanzig, geschrieben 20.

b.

$20 = 20 \times 1$	$20 = 3 \times 6 + 2$
$= 10 \times 2$	$= 2 \times 7 + 6$
$= 6 \times 3 + 2$	$= 2 \times 8 + 4$
$= 5 \times 4$	$= 2 \times 9 + 2$
$= 4 \times 5$	$= 2 \times 10$

II. Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

a.	b.
19 + ? = 20	20 — 1 = ?
18 + ? = 20	20 — 2 = ?
17 + ? = 20 ꝛc.	20 — 3 = ꝛc.

20 — 3 = ? 20 besteht aus 2 Zehnern; die 3 Einer nimmt man daher von 1 Zehner weg. Anstatt 2 Zehner hat man dann noch 1 Z. + 7 E. oder 17. Also ꝛc.

c.

20 > 19 um 1.
18 < 20 um 2.
20 > 17 um 3 ꝛc.

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) 20 — 8 + 4 — 5 + 9 — 7 — 5, 2 mal, + 4, die Hälfte ꝛc. — **2)** In welche zwei Zahlen läßt sich 20 zerlegen? — **3)** Um wie viel ist 2 × 10 mehr, als 12 + 8? — **4)** Um wie viel ist 6 + 8 weniger, als 2 × 8? — **5)** Um wie viel ist 20 von 15 entfernt? — **6)** Wie heißt die Zahl, die um 7 kleiner ist, als 20? — **7)** Wie oft können 4 pf. von 20 pf. weggenommen werden? — **8)** 20 pf., wie viele kr.? — **9)** 2 × 10 ist wie viel mal 5? — **10)** Wer sagt mir die Zahl, welche $^1/_4$ von 20 ist? — **11)** Wie viel ist 1 × 4? 2 × 4? 3 × 4? 4 × 4? 5 × 4? — **12)** Wie oft muß ich 5 nehmen, um 10 zu erhalten? um 15 zu erhalten? um 20 zu erhalten? — **13)** Wie heißt die Zahl: wenn man sie 2mal nimmt, so bekommt man 20? — **14)** Was für ein Theil von 20 ist 10? 5? 4? 2? 1? — **15)** Wer sagt mir, wie viel $^3/_4$ von 20 betragen? — **16)** Karl hatte 20 kr. und kaufte sich für 2 Sechser ein Buch; wie viel Geld behielt er noch? — **17)** 20 Zweier, wie viele Kreuzer? — **18)** 20 kr., wie viele Gr.? — **19)** 10 Quint, wie viel Loth? — **20)** Bekäme Emil zu seinem Gelde noch 4 kr., so würde er 20 kr. haben; wie viel Geld hat er also? — **21)** Wie viel Kleider lassen sich von 20 Ellen Zeug machen, wenn man zu jedem Kleide 5 Ellen nimmt? — **22)** Anton soll 20 Liederverse lernen; 13 kann er schon davon; wie viele hat er noch zu lernen? — **23)** Eine Citrone kostet 4 kr.; was kosten 5? — **24)** Ein Reisender macht jeden Tag 10 Std. Wegs; wie weit kommt er in 2 Tg.? — — **25)** Zwei Pfd. Fleisch kosten 20 kr.; was kostet 1 Pfd.? — **26)** 4 Ms. Essig zu 20 kr.; wie theuer ist 1 Ms.? —

Übersicht und Wiederholung.

I. Zuzählen und Zerlegen.

a.

Auf- und Abwärtszählen.

b.

Mündlich und schriftlich.

$4 = 4 \times 1$	$10 = 10 \times 1$	$14 = 7 \times 2$	$18 = 18 \times 1$
$= 2 \times 2$	$= 5 \times 2$	$15 = 15 \times 1$	$= 9 \times 2$
$6 = 6 \times 1$	$= 2 \times 5$	$= 5 \times 3$	$= 6 \times 3$
$= 3 \times 2$	$11 = 11 \times 1$	$= 3 \times 5$	$= 3 \times 6$
$= 2 \times 3$	$12 = 12 \times 1$	$16 = 16 \times 1$	$= 2 \times 9$
$8 = 4 \times 2$	$= 6 \times 2$	$= 8 \times 2$	$20 = 10 \times 2$
$= 2 \times 4$	$= 4 \times 3$	$= 4 \times 4$	$= 5 \times 4$
$9 = 9 \times 1$	$= 3 \times 4$	$= 2 \times 8$	$= 4 \times 5$
$= 3 \times 3$	$= 2 \times 6$	$17 = 17 \times 1$	$= 2 \times 10$

II Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

Beim Zuzählen und Abziehen unterscheiden wir von jetzt an zweierlei Arten von Aufgaben: 1) innerhalb des Zehners und 2) mit Uebergang von einem Zehner in den andern. Bei jeder derselben wird so lange verweilt und Alles so oft wiederholt, bis sämmtliche Schüler vollkommen sicher und fertig darin sind, und zwar werden zuerst stets die hier gesetzten Aufgaben in der beigefügten Weise mit Anschauung behandelt— der Lehrer gibt eine nach der andern an, während abwechslungsweise einzelne Schüler beschäftigt sind, sie an der Rechenmaschine auszuführen; — dann rechnet ein Schüler nach dem andern ohne Anschauung eine Reihe derselben Aufgaben aus dem Heftchen vor, — und dann geht man zum schriftlichen Rechnen über.

a.

1)	$13 + 4$	$11 + 8$	$14 + 2$	$15 + 3$	$16 + 2$
	$14 + 5$	$12 + 6$	$16 + 3$	$11 + 9$	$17 + 3$
	$15 + 2$	$13 + 7$	$18 + 1$	$12 + 4$	$13 + 6$

Beispiel: $13 + 4 = ?$ $13 = 1$ Zehner $+ 3$ Einer; thue ich noch 4 Einer hinzu, so erhalte ich 1 Zehner $+ 7$ Einer oder 17; $13 + 4 = 17$.

2)	$9 + 3$	$6 + 5$	$3 + 8$	$2 + 9$	$5 + 8$
	$8 + 5$	$5 + 7$	$7 + 5$	$6 + 8$	$3 + 9$
	$7 + 8$	$4 + 9$	$8 + 6$	$9 + 4$	$7 + 6.$

II. Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

a.	b.
$19 + ? = 20$	$20 - 1 = ?$
$18 + ? = 20$	$20 - 2 = ?$
$17 + ? = 20$ ꝛc.	$20 - 3 =$ ꝛc.

$20 - 3 = ?$ 20 besteht aus 2 Zehnern; die 3 Einer nimmt man daher von 1 Zehner weg. Anstatt 2 Zehner hat man dann noch 1 Z. + 7 E. oder 17. Also ꝛc.

c.

$20 > 19$ um 1.
$18 < 20$ um 2.
$20 > 17$ um 3 ꝛc.

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) $20 - 8 + 4 - 5 + 9 - 7 - 5$, 2 mal, + 4, die Hälfte ꝛc. — **2)** In welche zwei Zahlen läßt sich 20 zerlegen? — **3)** Um wie viel ist 2×10 mehr, als $12 + 8$? — **4)** Um wie viel ist $6 + 8$ weniger, als 2×8? — **5)** Um wie viel ist 20 von 15 entfernt? — **6)** Wie heißt die Zahl, die um 7 kleiner ist, als 20? — **7)** Wie oft können 4 pf. von 20 pf. weggenommen werden? — **8)** 20 pf., wie viele kr.? — **9)** 2×10 ist wie viel mal 5? — **10)** Wer sagt mir die Zahl, welche $^1/_4$ von 20 ist? — **11)** Wie viel ist 1×4? 2×4? 3×4? 4×4? 5×4? — **12)** Wie oft muß ich 5 nehmen, um 10 zu erhalten? um 15 zu erhalten? um 20 zu erhalten? — **13)** Wie heißt die Zahl: wenn man sie 2mal nimmt, so bekommt man 20? — **14)** Was für ein Theil von 20 ist 10? 5? 4? 2? 1? — **15)** Wer sagt mir, wie viel $^3/_4$ von 20 betragen? — **16)** Karl hatte 20 kr. und kaufte sich für 2 Sechser ein Buch; wie viel Geld behielt er noch? — **17)** 20 Zweier, wie viele Kreuzer? — **18)** 20 kr., wie viele Gr.? — **19)** 10 Quint, wie viel Loth? — **20)** Bekäme Emil zu seinem Gelde noch 4 kr., so würde er 20 kr. haben; wie viel Geld hat er also? — **21)** Wie viel Kleider lassen sich von 20 Ellen Zeug machen, wenn man zu jedem Kleide 5 Ellen nimmt? — **22)** Anton soll 20 Liederverse lernen; 13 kann er schon davon; wie viele hat er noch zu lernen? — **23)** Eine Citrone kostet 4 kr.; was kosten 5? — **24)** Ein Reisender macht jeden Tag 10 Std. Wegs; wie weit kommt er in 2 Tg.? — — **25)** Zwei Pfd. Fleisch kosten 20 kr.; was kostet 1 Pfd.? — **26)** 4 Ms. Essig zu 20 kr.; wie theuer ist 1 Ms.? —

Übersicht und Wiederholung.

I. Zuzählen und Zerlegen.

a.

Auf- und Abwärtszählen.

b.

Mündlich und schriftlich.

4 = 4 × 1	10 = 10 × 1	14 = 7 × 2	18 = 18 × 1
= 2 × 2	= 5 × 2	15 = 15 × 1	= 9 × 2
6 = 6 × 1	= 2 × 5	= 5 × 3	= 6 × 3
= 3 × 2	11 = 11 × 1	= 3 × 5	= 3 × 6
= 2 × 3	12 = 12 × 1	16 = 16 × 1	= 2 × 9
8 = 4 × 2	= 6 × 2	= 8 × 2	20 = 10 × 2
= 2 × 4	= 4 × 3	= 4 × 4	= 5 × 4
9 = 9 × 1	= 3 × 4	= 2 × 8	= 4 × 5
= 3 × 3	= 2 × 6	17 = 17 × 1	= 2 × 10

II Zuzählen, Abziehen, Unterscheiden.

Beim Zuzählen und Abziehen unterscheiden wir von jetzt an zweierlei Arten von Aufgaben: 1) innerhalb des Zehners und 2) mit Uebergang von einem Zehner in den andern. Bei jeder derselben wird so lange verweilt und Alles so oft wiederholt, bis sämmtliche Schüler vollkommen sicher und fertig darin sind, und zwar werden zuerst stets die hier gesetzten Aufgaben in der beigefügten Weise mit Anschauung behandelt— der Lehrer gibt eine nach der andern an, während abwechslungsweise einzelne Schüler beschäftigt sind, sie an der Rechenmaschine auszuführen; — dann rechnet ein Schüler nach dem andern ohne Anschauung eine Reihe derselben Aufgaben aus dem Heftchen vor, — und dann geht man zum schriftlichen Rechnen über.

a.

1)	13 + 4	11 + 8	14 + 2	15 + 3	16 + 2
	14 + 5	12 + 6	16 + 3	11 + 9	17 + 3
	15 + 2	13 + 7	18 + 1	12 + 4	13 + 6

Beispiel: 13 + 4 = ? 13 = 1 Zehner + 3 Einer; thue ich noch 4 Einer hinzu, so erhalte ich 1 Zehner + 7 Einer oder 17; 13 + 4 = 17.

2)	9 + 3	6 + 5	3 + 8	2 + 9	5 + 8
	8 + 5	5 + 7	7 + 5	6 + 8	3 + 9
	7 + 8	4 + 9	8 + 6	9 + 4	7 + 6.

Beispiel: 9 + 3 = ? Legt man zu 9 noch 1, so ist der Zehner voll; daher thue ich von 3 erst 1 hinzu und dann noch 2; 9 + 1 = 10, 10 + 2 = 12; 9 + 1 + 2 oder 9 + 3 = 12.

b.

1)	15 — 5	17 — 3	19 — 6	16 — 3	20 — 2
	18 — 8	16 — 5	14 — 2	19 — 5	20 — 5
	13 — 3	15 — 4	18 — 7	17 — 4	20 — 9

Beispiel: 17 — 3 = ? 17 = 1 Zehner + 7 Einer; nehme ich davon 3 Einer weg, so bleibt 1 Z. + 4 E. oder 14 übrig; 17 — 3 = 14.

2)	11 — 2	14 — 8	13 — 8	15 — 9	13 — 5
	12 — 4	15 — 7	16 — 9	17 — 8	16 — 7
	13 — 6	18 — 9	11 — 5	12 — 7	14 — 6

Beispiel: 15 — 7 = ? Wie nimmt man 7 von 15 weg? Antwort: Erst 5, dann 2; 15 — 5 = 10, 10 — 2 = 8; 15 — 7 = 8.

15 + 3 — 7 =	9 + 4 — 5 =
11 + 9 — 6	7 + 8 — 6
13 + 4 — 5	5 + 7 — 8
12 + 7 — 4	8 + 6 — 7.

c.

Um wie viel unterscheiden sich von einander die Zahlen:

9 u. 11 ?	4 u. 17 ?	14 u. 17 ?	17 u. 19 ?
9 u. 12 ?	2 u. 19 ?	16 u. 19 ?	4 u. 20 ?
8 u. 11 ?	5 u. 20 ?	13 u. 18 ?	16 u. 20 ?
7 u. 12 ?	3 u. 18 ?	15 u. 20 ?	3 u. 17 ?

III. Messen und Theilen der Zahlen von 1 bis 20 durch 2.

a.

1 + 2, 3 + 2, 5 + 2 . . . 17 + 2	20 — 2, 18 — 2, 16 — 2, 14 = 2 ꝛc.
2 + 2, 4 + 2, 6 + 2 . . . 18 + 2	19 — 2, 17 — 2, 15 — 2, 13 — 2 ꝛc.

$$2 = 2;\ 1 \times 2 = 2$$
$$2 + 2 = 4;\ 2 \times 2 = 4$$
$$2 + 2 + 2 = 6;\ 3 \times 2 = 6$$
$$2 + 2 + 2 + 2 = 8;\ 4 \times 2 = 8$$

u. s. w.

Das Vervielfachen an dieser Stelle ist in und außer der Reihenfolge jedesmal so fest und sicher einzuüben, daß hierin nichts mehr zu wünschen übrig bleibt. Ist das geschehen, dann gehe man auf folgende Fragen über.

1) Welche Zahlen von 1 bis 20 lassen sich aus der Zahl 2 zusammensetzen?

2) Wie oft ist 2 enthalten in 2? in 4? in 10? in 6? 12? 8? ꝛc.
in 3? in 5? in 7? in 11? 17? 9? ꝛc.

Hierauf lasse man die Gulden von 1 bis 10 in halbe Gulden, und die halben Gulden von 2 bis 20 in ganze verwandeln.

b.

1) Zerlegt in 2 gleiche Theile die Zahl 2! 4! 6! 8! 10! ꝛc.
2) Wie heißt der halbe Theil von 2? 8? 12? 6? 10? ꝛc.
3) 2 Mädchen theilen 8 Ellen Band mit einander; wie viel bekommt eines? Wie viel aber, wenn sie miteinander theilen 10 Ellen? 18 Ellen? 14 Ellen? 20 Ellen? 12 Ellen?
4) A und B, (2 Schüler), theilt hier diese Nuß miteinander!
5) A und B, (2 andere Schüler) theilt hier diese 3 Nüsse miteinander!
6) Wie werden 2 Kinder 5 Nüsse miteinander theilen? Wie 7 Aepfel? 9 Bg. Papier? 11 Pfirsiche? 13 Schieferstifte?

IV. Aufgaben verschiedener Art.

1) 6 kr. + 5 kr. + 4 kr. + 3 kr. — 6 kr. — 5 kr. — 4 kr. — 3 kr.? — **2)** Von 8 und 9 Bäumchen, welche Heinrich pflanzte, sind nur 14 gewachsen; wie viele sind ihm verdorrt? — **3)** Von 18 Ellen werden einmal 7 und dann wieder 6 Ellen abgeschnitten; wie viele Ellen sind davon noch vorhanden? — **4)** Drei Knaben haben zusammen 20 Nüsse; der eine hat 6, der andere 9; wie viel hat der dritte? — **5)** Wie viel Groschen erhält man für 3 Sechser? Wie viel für 9 Sechser? — **6)** Wie viele Sechser erhalte ich aber für 8 Gr.? Wie viel für 16 Gr.? — **7)** Wie viel ist 1/2 Dutzend? (1 ganzes Dutzend = 12 Stück; 1/2 Dutzend beträgt die Hälfte von 12 Stück = 6 Stück.) — **8)** Wie viel ist 1/2 Loth? — **9)** Eine Elle zu 6 kr.; was kosten 2 Ellen? — **10)** Ein Pfd. Kirschen kostet 2 kr.; wie viel kosten 3 Pfd.? 5 Pfd.? 7 Pfd.? 9 Pfd.? — **11)** Für 1 kr. erhalte ich 2 Aepfel; wie viel bekomme ich für 4 kr.? für 6 kr.? 8 kr.? 10 kr.? — **12)** 2 Ellen Band kosten 12 kr.; was kostet 1 Elle? — **13)** Zwei Knaben theilen 19 Nüsse unter sich; wie viel kommt auf einen? — **14)** Emilie hat 16 Aepfel; alle Tage ißt sie 2 davon; wie viel Tage lang hat sie daran? — **15)** Karl hat 2 Sechser, 1 Gr. und 1 kr.; er kauft 5 Bleistifte, jeden zu 2 kr.; wie viel Geld bleibt ihm übrig? — **16)** Ein reicher Herr theilte unter Arme 20 fl. aus; jedem gab er 2 fl.; wie viel wurden von ihm beschenkt? —

Von jetzt an stellen wir es dem Lehrer frei, die einzelnen Zahlen des zur Behandlung kommenden Zehners sogleich alle nacheinander zu bilden und hierauf wieder eben so zu zerlegen, oder bei jeder Zahl unmittelbar nach dem Bilden das Zerlegen derselben vorzunehmen. Wir selbst entscheiden uns hier der kürzeren und leichteren Darstellung wegen für das Erstere.

In die Rechenmaschine wird nunmehr die volle Anzahl von 100 Kugeln aufgenommen.

Der dritte Zehner.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

2 Zehner + 1 E. = 20 + 1 oder Einundzwanzig, geschrieben 21.
2 Z. 1 E. + 1 E. = 20 + 2 oder Zweiundzwanzig, " 22.
2 Z. 2 E. + 1 E. = 20 + 3 oder Dreiundzwanzig, " 23.

So fort bis 30.

Die Veranschaulichung geschieht an der Rechenmaschine.

Fragen: Wie viel muß man zu 29 legen, um 30 zu erhalten? Wie viel zu 28? zu 25? zu 27? ꝛc.

b.

Lehrverfahren.

Das Zerlegen der Zahlen wird von den Schülern nun ganz allein ausgeführt. Sie bekommen die Aufgabe, zu untersuchen und aufzuschreiben, aus wie viel mal 1, aus wie vielmal 2, aus wie vielmal 3 u. s. f. die Zahl besteht, die an der Reihe ist. Wie sie dabei zu Werke gehen, ist ihnen ganz und gar zu überlassen. Die Fähigeren werden ihre Untersuchung auf die innere Anschauung der Zahl und auf das ihnen bereits Bekannte gründen. Sie denken: 20 = 20 × 1, also ist 21 = 20 × 1 und 1 × 1 oder 21 × 1; 20 = 10 × 2, also ist 21 = 10 × 2 + 1; 18 = 6 × 3, also ist 21 (oder 18 + 3) = 7 × 3 ꝛc. Die Minderfähigen halten sich zunächst noch an die äußere Anschauung. Sie stellen die Zahl durch Punkte dar, welche sie in Reihen von 10 und 10 untereinander setzen und dann zerlegen. Die einzelnen Ergebnisse werden dabei sogleich notirt und stehen zuletzt bei der Zahl 21 so:

• • • • • • • • • •
• • • • • • • • • •
•

21 = 21 × 1
= 10 × 2 + 1
= 7 × 3
= 5 × 4 + 1
= 4 × 5 + 1
= 3 × 6 + 3
= 3 × 7
= 2 × 8 + 5
= 2 × 9 + 3
= 2 × 10 + 1 = 2 Z. + 1 E.

Die Aufschriebe der Schüler werden später vorgelesen, vorkommende Fehler, nach Veranschaulichung und Beleuchtung, berichtigt und die einzelnen Zerfällungen frei aus dem Kopfe angegeben.

II. Zuzählen und Abziehen.

Das Unterscheiden oder eigentlicher das Unterschiedsuchen wird jetzt nicht mehr als stehende Uebung aufgeführt, sondern bei den Aufgaben verschiedener Art vertreten.

In Bezug auf das hier einzuschlagende Verfahren berufen wir uns auf das, was Seite 43 bemerkt worden ist.

21 + 5	26 — 6	19 + 4	23 — 4	30 — 4
22 + 2	24 — 2	17 + 8	24 — 8	30 — 8
26 + 3	29 — 3	14 + 7	21 — 6	30 — 6
24 + 4	28 — 4	18 + 5	22 — 5	30 — 15
23 + 7	27 — 5	15 + 6	25 — 9	30 — 19.

III. Messen und Theilen der Zahlen von 1 — 30 durch 3.

a.

1 + 3, 4 + 3, 7 + 3 . . . 25 + 3	30 — 3, 27 — 3, 24 — 3 ꝛc.
2 + 3, 5 + 3, 8 + 3 . . . 26 + 3	29 — 3, 26 — 3, 23 — 3 ꝛc.
3 + 3, 6 + 3, 9 + 3 . . . 27 + 3	28 — 3, 25 — 3, 22 — 3 ꝛc.

$$3 = 3;\ 1 \times 3 = 3$$
$$3 + 3 = 6;\ 2 \times 3 = 6$$
$$3 + 3 + 3 = 9;\ 3 \times 3 = 9$$
$$3 + 3 + 3 + 3 = 12;\ 4 \times 3 = 12$$

u. s. w.

Ist Vorstehendes vollständig eingeprägt; dann folgende Fragen:

1) Welche Zahlen bis 30 lassen sich aus der 3 zusammensetzen?
2) Wie oft ist 3 enthalten in 3? in 6? 9? 12? 15? ꝛc.
in 4? in 5? 7? 8? 10? ꝛc.
3) Wie viele einzelne Kreuzer machen 7 Gr.? 5 Gr.? ꝛc.
4) Wie viele Gr. erhalte ich für 15 kr.? 24 kr.? 18 kr.? ꝛc.

b.

1) Wie heißen die 3 gleichen Theile von 3? 6? 9? 12? ꝛc.
2) Wie viel ist der 3. Theil von 12? 9? 15? 21? ꝛc.
3) Wie viel betragen $^2/_3$ von 6? von 18? von 24? ꝛc.
4) Für 3 kr. 21 Aprikosen, wie viel für 1 kr.? für 2 kr.?
5) A, B u. C (3 Schüler) theilt diese 2 Aepfel miteinander!

Da es ihrer Drei sind, die sich in die 2 Aepfel theilen sollen; so bekommt Jeder den dritten Theil davon. Zuerst theilen sie 1 Apfel in 3 gleiche Theile.

Jeder nimmt 1 Theil und hat jetzt den dritten Theil von 1 Apfel, nämlich $^1/_3$ Apfel. In gleicher Weise theilen sie auch den andern Apfel. Und nun hat Jeder den dritten Theil von den 2 Aepfeln, nämlich $^2/_3$ Aepfel. — Der 3. Theil von 1 Apfel = $^1/_3$ Apfel; der 3. Theil von 2 Aepfeln = $^2/_3$ Aepfel. —

6) Wie viel bekommt einer, wenn 3 Knaben miteinander theilen 4 Aepfel? 8 Aepfel? 10 Aepfel? 14 Aepfel? ꝛc.

IV. Aufgaben verschiedener Art.

1) 12 + 6 — 9 + 7 + 8 — 6 + 9 — 12 + 9 — 12 ꝛc. — **2)** Wie groß ist der Unterschied zwischen 21 und 15? zwischen 26 und 12? zwischen 30 und 18? — **3)** Suche, wie oft 2 enthalten ist in 24? in 26? in 28? in 30? — **4)** Wie findest du den halben Theil von 22? von 24? von 26? von 28? von 30? — **5)** Von einer Zahl ist die eine Hälfte 13; wie groß ist die andere Hälfte? — **6)** Ich habe 18; wie viel muß ich dazu legen, um 30 zu erhalten? — 7) Was ist mehr: die Hälfte von 18, oder $^1/_3$ von 24? **8)** Um wie viel ist das Doppelte von 11 mehr, als $^2/_3$ von 27? — **9)** Zerlegt 25 so oft als möglich in 2 ungleiche Theile. (24 + 1, 23 + 2 ꝛc.) — **10)** Vervielfacht die 2 mit jeder Zahl von 1 bis 10! — **11)** 27 kr., wie viel Gr.? — **12)** 7 Gr., wie viel Kreuzer? — **13)** In welcher Zahl ist 3 fünfmal enthalten? in welcher 8mal? **14)** Von welcher Zahl ist 4 ein Drittel? Von welcher Zahl ist 10 ein Drittel? — **15)** 24 Bogen Papier nennt man 1 Buch; welcher Theil von 1 Buch Papier sind 12 Bg.? 8 Bg.? 6 Bg.? — **16)** Wie viel Bogen beträgt $^1/_2$ Buch? $^1/_4$ Buch? — 17) 2 Dutzend, wie viele Stücke? — **18)** 1 Elle Tuch kostet 3 fl.; was kosten 2 Ellen? 5 Ellen? 8 Ellen? — **19)** Für 3 Pfd. bezahle ich 21 kr.; wie viel kostet 1 Pfd.? 2 Pfd.? — **20)** 3 Ms. Wein zu 30 kr.; was kostet 1 Ms.? 2 Ms.? — **21)** Wie viele Schreibhefte lassen sich aus 1 Bch. Papier machen, jedes zu 3 Bg.? —

Der vierte Zehner.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

3 Zehner + 1 E. = 30 + 1 oder Einunddreißig, geschrieben 31;
3 Z. 1 E. + 1 E. = 30 + 2 oder Zweiunddreißig, „ 32;
3 Z. 2 E. + 1 E. = 30 + 3 oder Dreiunddreißig, „ 33;
u. s. w.

Wie viel muß man zu 38 legen, um 40 zu erhalten? Wie viel zu 35? zu 32? zu 39? ꝛc.

b.

Bekannt.

II. Zuzählen und Abziehen.

32 + 3	35 — 3	28 + 5	33 — 5	40 — 2
36 + 4	38 — 5	25 + 9	34 — 9	40 — 7
33 + 5	36 — 6	24 + 8	32 — 8	40 — 15
31 + 8	39 — 8	27 + 4	31 — 4	40 — 18
35 + 2	37 — 2	26 + 7	35 — 7	40 — 24

III. Messen und Theilen der Zahlen von 1 — 40 durch 4.

a.

1 + 4, 5 + 4, 9 + 4 . . . 33 + 4	40 — 4, 36 — 4, 32 — 4 2c.
2 + 4, 6 + 4, 10 + 4 . . . 34 + 4	39 — 4, 35 — 4, 31 — 4 2c.
3 + 4, 7 + 4, 11 + 4 . . . 35 + 4	38 — 4, 34 — 4, 30 — 4 2c.
4 + 4, 8 + 4, 12 + 4 . . . 36 + 4	37 — 4, 33 — 4, 29 — 4 2c.

$$4 = 4;\ 1 \times 4 = 4$$
$$4 + 4 = 8;\ 2 \times 4 = 8$$
$$4 + 4 + 4 = 12;\ 3 \times 4 = 12$$
$$4 + 4 + 4 + 4 = 16;\ 4 \times 4 = 16$$

u. s. w.

Geht Vorstehendes sicher und fertig, dann folgende Fragen:

1) Welche Zahlen bis 40 lassen sich aus der 4 zusammensetzen?
2) Wie oft ist 4 enthalten in 4? in 8? 12? 16? 20? 2c. in 5? in 10? 15? 17? 22? 2c.
3) Wie viel Pfennige erhalte ich für 3 kr.? für 7 kr.? 5 kr.? 2c.
4) Wie viel Loth machen 12 Qt.? 20 Qt.? 32 Qt.? 26 Qt.? 2c.

b.

1) Wie heißen die 4 gleichen Theile von 4? von 8? von 12? 2c.
2) Wie viel ist der 4. Theil von 8? von 20? 12? 28? 2c.
3) Wie viel betragen $^3/_4$ von 24? von 40? von 16? 2c.
4) Jemand erspart sich in 4 J. 36 fl.; wie viel in 1 J.? 3 J.?
5) A, B, C und D (4 Schüler), theilt hier diese 3 Bg. Papier miteinander!

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) 2 × 2 × 2 × 2 × 2 + 4 — 8 + 6 — 8 + 6, $^1/_4$, 3 mal 2c. — **2)** Um wie viel unterscheiden sich von einander 32 und 24? 35 und 21? 36 und 18? — **3)** Was ist mehr: $^2/_3$ von 36, oder $^3/_4$ von 32? — **4)** Wie suchst du den halben Theil von 26? von 32? von 36? — **5)** Wie suchst du den dritten Theil von 40? — **6)** In welche 2 Zahlen läßt sich 37 zerlegen? — **7)** Ich

zähle 2 Zahlen zusammen und erhalte 35; die eine Zahl heißt 24, wie die andere? — **8)** Wie viel muß ich von 37 nehmen, wenn 21 übrig bleiben soll? — **9)** Wie viel beträgt der Unterschied zwischen dem 8fachen von 3 und dem 10fachen von 4? — **10)** Wie oft sind 6 kr. in 36 kr. enthalten? — **11)** Wie viele Kreuzer erhalte ich für 40 Pfennige? — **12)** Wie viele Pfennige machen 8 kr. 3 pf.? — **12)** Wie viel Quint sind 9 Loth 2 Qt.? — **14)** 32 Loth = 1 Pfd.; welcher Theil von 1 Pfd. sind 16 Loth? 8 Lth.? — **15)** Wie viel Loth beträgt $^1/_2$ Pfd.? $^1/_4$ Pfd.? $^3/_4$ Pfd.? — **16)** Eine Elle zu 4 kr.; was kosten 3 Ellen? 6 Ellen? 8 Ellen? 10 Ellen? — **17)** Was kostet 1 Pfd. Mehl, wenn 2 (3, 4) Pfd. 24 kr. kosten? — **18)** 4 Kinder theilen sich in 36 Pfirsiche; wie viel erhält eines? wie viel 3 derselben? — **19)** Für 4 fl. kauft man 1 Pfd. Gewürz; wie viel Loth für 1 fl.? für 3 fl. — **20)** Ich habe 1 Vierundzwanziger, 1 Zwölfer, 1 Gr. und 1 kr.; wie viele Schreibhefte kann ich dafür kaufen, wenn 1 Schreibheft 4 kr. kostet? — **21)** Nehmt jede Zahl von 10 bis 20 zweimal! —

Anm. Fortan lasse man immer unmittelbar nach den „Aufgaben verschiedener Art" diejenigen Theile von dem Einmaleins, welche bereits eingeübt worden sind, recht tüchtig wiederholen, so daß die Schüler am Schlusse dieses Cursus das ganze Einmaleins vollständig im Kopfe haben. Hier erstreckt sich die Wiederholung auf folgende Sätze:

1 × 2	1 × 3	1 × 4
2 × 2	2 × 3	2 × 4
3 × 2	3 × 3	3 × 4
|	|	|
10 × 2	10 × 3	10 × 4

Der fünfte Zehner.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

4 Zehner + 1 E. = 40 + 1 oder Einundvierzig, geschrieben 41;
4 Z. 1 E. + 1 E. = 40 + 2 oder Zweiundvierzig, „ 42;
4 Z. 2 E. + 1 E. = 40 + 3 oder Dreiundvierzig, „ 43;
u. s. w.

Wie viel muß man zu 47 legen, um 50 zu erhalten? Wie viel zu 45? zu 48? zu 42? 2c.

b.

Bekannt.

II. Zuzählen und Abziehen.

45 + 3	48 — 3	37 + 5	42 — 5	50 — 3
42 + 7	49 — 7	35 + 8	43 — 8	50 — 6
44 + 2	46 — 2	38 + 3	41 — 3	50 — 14

46 + 4	47 — 4	36 + 7	45 — 7	50 — 25
41 + 6	45 — 3	32 + 9	48 — 9	50 — 32

III. Messen und Theilen der Zahlen von 1 — 50 durch 5.

a.

1 + 5, 6 + 5, 11 + 5 . . . 41 + 5	50 — 5, 45 — 5, 40 — 5 2c.
2 + 5, 7 + 5, 12 + 5 . . . 42 + 5	49 — 5, 44 — 5, 39 — 5 2c.
3 + 5, 8 + 5, 13 + 5 . . . 43 + 5	48 — 5, 43 — 5, 38 — 5 2c.
u. s. w.	u. s. w.

5 = 5; 1 × 5 = 5
5 + 5 = 10; 2 × 5 = 10
5 + 5 + 5 = 15; 3 × 5 = 15
5 + 5 + 5 + 5 = 20; 4 × 5 = 20
u. s. w.

1) Welche Zahlen von 1 — 50 lassen sich aus 5 zusammensetzen?
2) Wie oft liegt 5 in 5? in 10? in 15? in 20? 2c.
in 6? in 12? in 18? in 24? 2c.
3) Für 1 fl. kauft man 5 Pfd.; wie viel für 2 fl.? für 3 fl. 2c.
4) 5 Aepfel kosten 1 kr.; was kosten 10 Aepfel? 15? 20? 2c.

b.

1) Zerlegt die Zahl 10 in 5 gleiche Theile! Ebenso 15! 20! 25 2c.
2) Wie heißt der 5te Theil von 10? 15? 25? 20? 2c.
3) Sucht $^2/_5$ von 15! $^3/_5$ von 30! $^4/_5$ von 40!
4) 5 Mann verdienen 15 (20, 30 2c.) fl.; was verdient 1 M.? 4 M.?
5) 5 Arme erhalten 4 Laib Brod; wie viel kommt auf einen?

IV. Aufgaben verschiedener Art.

1) Wie viel muß ich zu 26 legen, um 45 zu erhalten? — **2)** Wie viel muß man von 50 wegnehmen, wenn 32 übrig bleiben soll? — **3)** Rechne 2 × 11; 3 × 11; 4 × 11! — **4)** Wie viel ist 2 × 12? 3 × 12? 4 × 12? — **5)** Wie oft muß man 5 nehmen um 35 zu erhalten? — **6)** In welche 2 Zahlen läßt sich 48 zerlegen? (47 + 1, 46 + 2 2c.) — **7)** Wie viel betragen $^2/_3$ von 48? $^3/_4$ von 48? — **8)** Wovon ist 8 der 5te Theil? — **9)** Wie groß ist der Unterschied zwischen 42 und 36? zwischen 45 und 30? zwischen 48 und 24? zwischen 50 und 18? — **10)** Wie oft ist enthalten 11 in 44? 15 in 45? 12 in 48? 16 in 48? — **11)** Welche Zahl ist um 17 größer, als 32? — **12)** Um wie viel betragen $^4/_5$ von 45 mehr, als $^2/_5$ von 45? — **13)** Mit welchen Geldsorten kann ich 48 kr. zahlen? — **14)** 5 kr. = 1 Batzen; wie viel Batzen sind 10 kr.? 25 kr.? 2c. — **15)** 49 Tage, wie viele Wochen? — **16)** 1 Pomeranze kostet 5 kr.; was kosten 2? 3? 4? 2c. — **17)** 5 Ellen kosten 35 fl.; was kostet 1 Elle? was kosten 4 Ellen? — **18)** Für 5 kr.

zähle 2 Zahlen zusammen und erhalte 35; die eine Zahl heißt 24, wie die andere? — **8)** Wie viel muß ich von 37 nehmen, wenn 21 übrig bleiben soll? — **9)** Wie viel beträgt der Unterschied zwischen dem 8fachen von 3 und dem 10fachen von 4? — **10)** Wie oft sind 6 kr. in 36 kr. enthalten? — **11)** Wie viele Kreuzer erhalte ich für 40 Pfennige? — **12)** Wie viele Pfennige machen 8 kr. 3 pf.? — **12)** Wie viel Quint sind 9 Loth 2 Qt.? — **14)** 32 Loth = 1 Pfd.; welcher Theil von 1 Pfd. sind 16 Loth? 8 Lth.? — **15)** Wie viel Loth beträgt $^1/_2$ Pfd.? $^1/_4$ Pfd.? $^3/_4$ Pfd.? — **16)** Eine Elle zu 4 kr.; was kosten 3 Ellen? 6 Ellen? 8 Ellen? 10 Ellen? — **17)** Was kostet 1 Pfd. Mehl, wenn 2 (3, 4) Pfd. 24 kr. kosten? — **18)** 4 Kinder theilen sich in 36 Pfirsiche; wie viel erhält eines? wie viel 3 derselben? — **19)** Für 4 fl. kauft man 1 Pfd. Gewürz; wie viel Loth für 1 fl.? für 3 fl. — **20)** Ich habe 1 Vierundzwanziger, 1 Zwölfer, 1 Gr. und 1 kr.; wie viele Schreibhefte kann ich dafür kaufen, wenn 1 Schreibheft 4 kr. kostet? — **21)** Nehmt jede Zahl von 10 bis 20 zweimal! —

Anm. Fortan lasse man immer unmittelbar nach den „Aufgaben verschiedener Art" diejenigen Theile von dem Einmaleins, welche bereits eingeübt worden sind, recht tüchtig wiederholen, so daß die Schüler am Schlusse dieses Cursus das ganze Einmaleins vollständig im Kopfe haben. Hier erstreckt sich die Wiederholung auf folgende Sätze:

1 × 2	1 × 3	1 × 4
2 × 2	2 × 3	2 × 4
3 × 2	3 × 3	3 × 4
|	|	|
10 × 2	10 × 3	10 × 4

Der fünfte Zehner.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

4 Zehner + 1 E. = 40 + 1 oder Einundvierzig, geschrieben 41;
4 Z. 1 E. + 1 E. = 40 + 2 oder Zweiundvierzig, „ 42;
4 Z. 2 E. + 1 E. = 40 + 3 oder Dreiundvierzig, „ 43;
u. s. w.

Wie viel muß man zu 47 legen, um 50 zu erhalten? Wie viel zu 45? zu 48? zu 42? rc.

b.

Bekannt.

II. Zuzählen und Abziehen.

45 + 3	48 — 3	37 + 5	42 — 5	50 — 3
42 + 7	49 — 7	35 + 8	43 — 8	50 — 6
44 + 2	46 — 2	38 + 3	41 — 3	50 — 14

46 + 4	47 — 4	36 + 7	45 — 7	50 — 25
41 + 6	45 — 3	32 + 9	48 — 9	50 — 32

III. Messen und Theilen der Zahlen von 1 — 50 durch 5.

a.

1 + 5, 6 + 5, 11 + 5 ... 41 + 5	50 — 5, 45 — 5, 40 — 5 ꝛc.
2 + 5, 7 + 5, 12 + 5 ... 42 + 5	49 — 5, 44 — 5, 39 — 5 ꝛc.
3 + 5, 8 + 5, 13 + 5 ... 43 + 5	48 — 5, 43 — 5, 38 — 5 ꝛc.
u. s. w.	u. s. w.

5 = 5; 1 × 5 = 5
5 + 5 = 10; 2 × 5 = 10
5 + 5 + 5 = 15; 3 × 5 = 15
5 + 5 + 5 + 5 = 20; 4 × 5 = 20
u. s. w.

1) Welche Zahlen von 1 — 50 lassen sich aus 5 zusammensetzen?
2) Wie oft liegt 5 in 5? in 10? in 15? in 20? ꝛc.
in 6? in 12? in 18? in 24? ꝛc.
3) Für 1 fl. kauft man 5 Pfd.; wie viel für 2 fl.? für 3 fl. ꝛc.
4) 5 Aepfel kosten 1 kr.; was kosten 10 Aepfel? 15? 20? ꝛc.

b.

1) Zerlegt die Zahl 10 in 5 gleiche Theile! Ebenso 15! 20! 25 ꝛc.
2) Wie heißt der 5te Theil von 10? 15? 25? 20? ꝛc.
3) Sucht $^2/_5$ von 15! $^3/_5$ von 30! $^4/_5$ von 40!
4) 5 Mann verdienen 15 (20, 30 ꝛc.) fl.; was verdient 1 M.? 4 M.?
5) 5 Arme erhalten 4 Laib Brod; wie viel kommt auf einen?

IV. Aufgaben verschiedener Art.

1) Wie viel muß ich zu 26 legen, um 45 zu erhalten? — 2) Wie viel muß man von 50 wegnehmen, wenn 32 übrig bleiben soll? — 3) Rechne 2 × 11; 3 × 11; 4 × 11! — 4) Wie viel ist 2 × 12? 3 × 12? 4 × 12? — 5) Wie oft muß man 5 nehmen um 35 zu erhalten? — 6) In welche 2 Zahlen läßt sich 48 zerlegen? (47 + 1, 46 + 2 ꝛc.) — 7) Wie viel betragen $^2/_3$ von 48? $^3/_4$ von 48? — 8) Wovon ist 8 der 5te Theil? — 9) Wie groß ist der Unterschied zwischen 42 und 36? zwischen 45 und 30? zwischen 48 und 24? zwischen 50 und 18? — 10) Wie oft ist enthalten 11 in 44? 15 in 45? 12 in 48? 16 in 48? — 11) Welche Zahl ist um 17 größer, als 32? — 12) Um wie viel betragen $^4/_5$ von 45 mehr, als $^2/_5$ von 45? — 13) Mit welchen Geldsorten kann ich 48 kr. zahlen? — 14) 5 kr. = 1 Batzen; wie viel Batzen sind 10 kr.? 25 kr.? ꝛc. — 15) 49 Tage, wie viele Wochen? — 16) 1 Pomeranze kostet 5 kr.; was kosten 2? 3? 4? ꝛc. — 17) 5 Ellen kosten 35 fl.; was kostet 1 Elle? was kosten 4 Ellen? — 18) Für 5 kr.

erhalte ich 50 Nüsse, wie viel für 1 kr.? für 3 kr? — **19)** Für 5 kr. erhält man 1 Citrone, wie viel für 15 kr.? — **20)** Fritz bekommt 2 Vierundzwanziger, um 8 neue Schiefertafeln zu holen, jede zu 5 kr.; wie viel Geld muß er wiederbringen? —

Der sechste Zehner.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

5 Zehner + 1 E. = 50 + 1 oder Einundfünfzig, geschrieben 51;
5 Z. 1 E. + 1 E. = 50 + 2 oder Zweiundfünfzig, " 52;
5 Z. 2 E. + 1 E. = 50 + 3 oder Dreiundfünfzig, " 53;
u. s. w.

Wie viel muß man zu 59 legen, um 60 zu erhalten? Wie viel zu 57? zu 52? zu 55? ꝛc.

b.

Bekannt.

II. Zuzählen und Abziehen.

54 + 4	56 — 5	45 + 6	51 — 7	60 — 6
56 + 3	58 — 4	48 + 5	54 — 8	60 — 9
53 + 7	54 — 2	46 + 8	53 — 6	60 — 12
52 + 2	57 — 6	49 + 4	52 — 9	60 — 24
51 + 5	59 — 3	44 + 7	55 — 6	60 — 32

III. Messen und Theilen der Zahlen von 1 — 60 durch 6.

a.

1 + 6, 7 + 6, 13 + 6 . . . 49 + 6	60 — 6, 54 — 6, 48 — 6 ꝛc.
2 + 6, 8 + 6, 14 + 6 . . . 50 + 6	59 — 6, 53 — 6, 47 — 6 ꝛc.
3 + 6, 9 + 6, 15 + 6 . . . 51 + 6	58 — 6, 52 — 6, 46 — 6 ꝛc.
u. s. w.	u. s. w.

6 = 6; 1 × 6 = 6
6 + 6 = 12; 2 × 6 = 12
6 + 6 + 6 = 18; 3 × 6 = 18
6 + 6 + 6 + 6 = 24; 4 × 6 = 24
u. s. w.

1) Welche Zahlen lassen sich aus der 6 zusammensetzen?
2) Wie oft ist 6 enthalten in 6? in 12? in 24? 18? ꝛc.
3) Wie viel Kreuzer machen 2 Sechser? 3 Sechser? 4 Sechser? ꝛc.
4) Wie viel Sechser erhalte ich für 12 kr.? 30 kr.? 18 kr.? ꝛc.

b.

1) Zerlege in 6 gl. Theile die Zahl 6! 12! 18! 24! 2c.
2) Wie heißt der 6. Theil von 6? von 18? von 30? 12? 2c.
3) Wie viel betragen $^5/_6$ von 18? von 30? von 48? 2c.
4) 6 Pfd. kosten 54 kr.; wie viel zahlt man für 1 Pfd.? für 5 Pfd.?
5) Wie viel ist der 6. Theil von 1 Elle? von 5 Ellen?

IV. Aufgaben verschiedener Art.

1) 2 × 12, 1 Drittel, + 22, 2mal, $^5/_6$, + 10, $^2/_3$ 2c.
2) Suche den Unterschied von 54 und 45! von 53 und 35! 2c.
3) Sucht das Zweifache aller Zahlen von 20 bis 30!
4) Wie oft ist 2 enthalten in 44? in 48? 52? 58?
5) Nehmt jede Zahl von 10 an bis 20 dreimal!
6) Wie oft liegt 3 in 39? in 45? in 54? in 60?
7) Um wie viel sind $^5/_6$ von 60 mehr, als $^5/_6$ von 36?
8) Welcher Theil von 1 fl. sind 30 kr.? 20 kr. 15 kr.? 12 kr.?
9) Wie viel Kreuzer beträgt $^1/_2$ fl.? $^1/_3$ fl. $^2/_3$ fl.? 2c.
10) In welche 2 Theile lassen sich 60 kr. zerlegen?
11) Wie viel muß man zu 48 kr. legen, um 1 fl. zu erhalten? wie viel zu 42 kr.? zu 36 kr.? zu 28 kr.? 2c.
12) Wie viel ist 1 fl. — 6 kr.? 1 fl. — 12 kr.? 1 fl. — 15 kr. 2c.
13) Macht die Groschen von 1 bis 20 zu Kreuzer!
14) Wie viel Gulden geben 20 Gr.? 40 Gr.? 60 Gr.? 32 Gr.? 2c.
15) Verwandelt die Sechser von 1 bis 10 in Kreuzer!
16) 20, 30, 40, 50, 60; 15, 24 2c. Sechser, wie viele Gulden?
17) Wie viel Kreuzer machen 2 Zwölfer? 3? 4? 5?
18) 10, 25, 40, 15, 45 2c. Zwölfer, wie viele Gulden?
19) 1 Pfd. kostet 6 kr.; was kosten 2 Pfd.? 4 Pfd.? 6 Pfd.? 8 Pfd.?
20) Für 1 fl. erhalte ich 6 Ellen, wie viel für 3 fl.? für 7 fl.?
21) 6 Ms. Bier kosten 36 kr.; was kostet 1 Ms.? 5 Ms.?
22) Wie v. Fäßchen lassen sich mit 54 Ms. Essig füllen, jedes zu 6 Ms.?
23) Für 10 kr. erhält man 1 Ms. Wein, wie viel für 1 fl.?
24) 1 Scheffel Leinsamen zu 42 fl.; wie hoch kommt 1 Mtz.?

Der siebente Zehner.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

6 Zehner + 1 E. = 60 + 1 oder Einundsechzig, geschrieben 61;
6 Z. 1 E. + 1 E. = 60 + 2 oder Zweiundsechszig, " 62;
6 Z. 2 E. + 1 E. = 60 + 3 oder Dreiundsechszig, " 63;
u. s. w.

Wie viel muß man zu 69 legen, um 7 volle Zehner zu erhalten? Wie viel zu 67? zu 64? zu 68? 2c.

b.

Bekannt.

II. Zuzählen und Abziehen.

65 + 3	68 — 7	53 + 9	64 — 6	70 — 2
63 + 7	65 — 3	57 + 4	65 — 9	70 — 9
62 + 4	69 — 5	55 + 8	66 — 7	70 — 16
64 + 3	67 — 4	58 + 6	61 — 5	70 — 28
61 + 8	66 — 6	56 + 7	62 — 8	70 — 35

III. Messen und Theilen der Zahlen von 1 — 70 durch 7.

a.

1+7, 8+7, 15+7 . . . 57 + 7	70 — 7, 63 — 7, 56 — 7 ꝛc.
2+7, 9+7, 16+7 . . . 58 + 7	69 — 7, 62 — 7, 55 — 7 ꝛc.
3+7, 10+7, 17+7 . . . 59 + 7	68 — 7, 61 — 7, 54 — 7 ꝛc.
u. s. f.	u. s. f.

$$7 = 7;\ 1 \times 7 = 7$$
$$7 + 7 = 14;\ 2 \times 7 = 14$$
$$7 + 7 + 7 = 21;\ 3 \times 7 = 21$$
$$7 + 7 + 7 + 7 = 28;\ 4 \times 7 = 28$$

u. s. w.

1) Welche Zahlen lassen sich aus der 7 zusammensetzen?
2) Wie oft liegt 7 in 7? in 14? in 28? 42? 21? 35? ꝛc.
3) Verwandelt die Wochen von 1 — 10 in Tage!
4) Wie viele Wochen machen 14 Tg.? 35 Tg.? 56 Tg.? ꝛc.

b.

1) Zerlegt in 7 gleiche Theile die Zahl 21! 35! 14! 28! ꝛc.
2) Wie heißt der 7. Theil von 14? 49? 70? 56? ꝛc.
3) Suche $^2/_7$ von 14! $^3/_7$ von 21! $^4/_7$ von 42! $^5/_7$ von 35! ꝛc.
4) Jemand verdient in 7 Tg. 63 fl.; wie v. in 1 Tg.? in 5 Tg.?
5) Ihrer Sieben haben 6 Mrg. Wiesen gemäht, wie viel Einer?

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) 8 × 6, halbirt, $^3/_4$, + 18 — 12 + 30 — 50 + 60, $^1/_4$ ꝛc.
2) Wie groß ist der Unterschied von 64 und 46? von 63 und 36?
3) Welcher Theil von 1 Eimer sind 32 Ms.? 16 Ms.? 8 Ms.?
4) Wie viel Ms. betragen $^3/_4$ Eimer? $^3/_8$ Eimer? $^7/_8$ Eimer?
5) 68 Sechser, wie viele Gulden und Kreuzer?
6) Ein Landmann pflanzte 64 Bäumchen; ein Sturmwind knickte 15 derselben ab; wie viel stehen noch?
7) David war 30 Jahre alt, als er König wurde, und regierte 40 Jahre lang; wie alt ist er geworden?
8) Bis zum Dache hat ein Haus 35 Fuß; das Dach hat noch 24 Fuß, und auf demselben steht ein Thürmchen, 8 Fuß hoch. Auf

diesem sitzt ein Storch. Wie hoch sitzt der, vom Erdboden aus gerechnet?

9) Von 65 Schafen werden einmal 18 und wieder 16 geschlachtet; wie viele derselben freuen sich noch ihres Lebens?

10) Ein Bauer läßt 3 Wägen mit Getreide zur Schranne fahren; auf dem ersten sind 24 Säcke, auf dem zweiten 20 und auf dem dritten 18. Wie viele Säcke sinds im Ganzen?

11) Eine Elle kostet 7 kr.; was kosten 2 Ell.? 5 Ell.? 8 Ell.? ꝛc.

12) Konrad verdient in 1 Tg. 7 Sechser, wie viel fl. in 10 Tg.?

13) In 1 Woche braucht man 35 fl.; wie viel kommt auf 1 Tag?

14) 7 Arbeiter verdienen 63 fl.; wie viel einer? wie v. fünf?

Der achte Zehner.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

7 Zehner + 1 E. = 70 + 1 oder Einundsiebenzig, geschrieben 71;
7 Z. 1 E. + 1 E. = 70 + 2 oder Zweiundsiebenzig, " 72;
7 Z. 2 E. + 1 E. = 70 + 3 oder Dreiundsiebenzig, " 73;
u. s. w.

Wie viel muß man zu 75 legen, um 8 volle Zehner zu erhalten? Wie viel zu 78? zu 72? zu 77? ꝛc.

b.

Bekannt.

II. Zuzählen und Abziehen.

72 + 3	76 — 6	68 + 5	72 — 8	80 — 5
76 + 4	74 — 3	65 + 9	75 — 7	80 — 14
73 + 5	78 — 5	64 + 8	71 — 6	80 — 27
71 + 8	79 — 2	67 + 4	76 — 9	80 — 36
75 + 2	77 — 4	66 + 7	73 — 4	80 — 48

III. Messen und Theilen der Zahlen von 1 — 80 durch 8.

a.

1 + 8, 9 + 8, 17 + 8 . . . 65 + 8	80 — 8, 72 — 8, 64 — 8 ꝛc.
2 + 8, 10 + 8, 18 + 8 . . . 66 + 8	79 — 8, 71 — 8, 63 — 8 ꝛc.
3 + 8, 11 + 8, 19 + 8 . . . 67 + 8	78 — 8, 70 — 8, 62 — 8 ꝛc.
u. s. w.	u. s. w.

8 = 8; 1 × 8 = 8
8 + 8 = 16; 2 × 8 = 16
8 + 8 + 8 = 24; 3 × 8 = 24
8 + 8 + 8 + 8 = 32; 4 × 8 = 32
u. s. w.

1) Welche Zahlen lassen sich aus der 8 zusammensetzen?
2) Wie oft ist 8 enthalten in 16? in 32? in 48? in 64? ꝛc. in 11? in 21? in 36? in 50? ꝛc.
3) Das Pfd. zu 8 kr.; was kosten 2 Pfd? 3 Pfd.? 4 Pfd. 6 Pfd.? ꝛc.
4) Wie viel Fäßchen von 8 Ms. lassen sich füllen mit 24 Ms.? mit 40 Ms.? ꝛc.

b.

1) Zerlege in 8 gleiche Theile die Zahl 8! 16! 24! 32! ꝛc
2) Welches ist der 8. Theil von 24? von 40? von 16? von 32? ꝛc.
3) Wie viel betragen $^3/_8$ von 24? $^5/_8$ von 48? $^7/_8$ von 32? ꝛc.
4) Wie viel ist der 8. Theil von 1 Elle? von 3 Ellen? 5 Ellen?

II. Aufgaben verschiedener Art.

1) 3 × 2, die Hälfte, 4mal, 1 Drittel, 6mal, 1 Viertel, 8mal, 1 Sechstel, 10mal, $^5/_8$.
2) Wie groß ist der Unterschied von 76 und 67? von 75 und 57? ꝛc.
3) Um wie viel ist 9 × 8 mehr, als 5 × 8?
4) Auf einem Baume sitzen 72 Sperlinge; 4 Jäger schießen auf sie, und 18 fallen; wie viele bleiben sitzen (fliegen fort)?
5) Nimm jede Zahl von 30 an bis 40 zweimal!
6) Suche das 4fache aller Zahlen von 10 bis 20! (4 × 10, 4 × 11 ꝛc.)
7) Eine Elle kostet 8 Gr.; was kosten 3 Ellen? 5 Ellen? 9 Ellen?
8) 75 kr.; wie viele Gulden? 72 kr., wie viele Gulden?
9) 80 Ms., wie viele Eimer? 75 Ms., wie viele Eimer?
10) Von 72 Negersclaven starben auf der Reise $^3/_8$; wie viel derselben blieben am Leben?
11) In welcher Zahl ist 8 dreimal enthalten? in welcher 7mal?
12) Von welcher Zahl ist 9 die Hälfte? $^1/_3$? $^1/_6$? $^1/_8$?
13) Fritz hat 74 Seiten zu wiederholen; mit 47 hat er es bereits gethan; wie viele hat er noch durchzunehmen?
14) In einer Schule von 80 Kindern ist Karl der 36ste; wie viele Schüler sitzen unter ihm?
15) 1 Pfd. Zucker kostet 4 Sechser; was kosten 5 Pfd.? 10 Pfd.?
16) Für 8 fl. erhält man 64 Ellen; wie viel für 1 fl.?
17) 8 Ellen kosten 1 fl; was kosten 24 Ellen? 72 Ellen?
18) Welche Zahl muß man 3mal nehmen, um 75 zu erhalten?

Der neunte Zehner.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

8 Zehner + 1 Einer = 80 + 1 oder Einundachtzig, geschrieben 81;
8 Z. 1 E. + 1 Einer = 80 + 2 oder Zweiundachtzig, " 82;
8 Z. 2 E. + 1 Einer = 80 + 3 oder Dreiundachtzig, " 83;

u. s. w.

Wie viel muß man noch zu 87 legen, um 9 volle Zehner zu erhalten? Wie viel zu 85? zu 89? zu 84?

b.

Bekannt.

II. Zuzählen und Abziehen.

a.

84 + 4	87 — 5	75 + 6	81 — 3	90 — 4
86 + 3	89 — 6	78 + 5	83 — 7	90 — 12
83 + 7	86 — 3	74 + 7	85 — 6	90 — 24
82 + 2	88 — 4	76 + 8	82 — 8	90 — 32
81 + 5	85 — 5	79 + 4	84 — 9	90 — 45

III. Messen und Theilen der Zahlen von 1 — 90 durch 9.

a.

1 + 9, 10 + 9, 10 + 9 . . . 73 — 9	90 — 9, 81 — 9, 72 — 9 ꝛc.
2 + 9, 11 + 9, 20 + 9 . . . 74 — 9	89 — 9, 80 — 9, 71 — 9 ꝛc.
3 + 9, 12 + 9, 21 + 9 . . . 75 — 9	88 — 9, 79 — 9, 70 — 9 ꝛc.
u. s. f.	u. s. f.

$9 = 9;\ 1 \times 9 = 9$

$9 + 9 = 18;\ 2 \times 9 = 18$

$9 + 9 + 9 = 27;\ 3 \times 9 = 27$

$9 + 9 + 9 + 9 = 36;\ 4 \times 9 = 36$

u. s. w.

1) Welche Zahlen lassen sich aus der 9 zusammensetzen?
2) Wie oft liegt 9 in 27? in 45? in 72? in 36? in 18? ꝛc. in 10? in 20? in 31? in 42? in 50? ꝛc.

b.

1) Zerlegt in 9 gleiche Theile die Zahl 9! 18! 27! 45! 63! ꝛc.
2) Wie groß ist der 9. Theil von 18? von 36? von 9? ꝛc.
3) Suche $^2/_9$ von 27! $^4/_9$ von 45! $^5/_9$ von 54! ꝛc.
4) 9 Soldaten empfangen 7 Laibe Brod; wie viel kommt auf einen?

IV. Aufgaben verschiedener Art.

1) 9 × 9 + 9, 1 Drittel, 2mal, + 24, die Hälfte, + 44 ꝛc.
2) Um wie viel unterscheiden sich 86 u. 68? 85 u. 58? 84 u. 49?
3) Wie viel ist 9 × 9 mehr, als 8 × 8?
4) Um wie viel sind $^4/_9$ von 54 weniger, als $^4/_9$ von 81?
5) Wie viel fl. und kr. machen 80, 83, 87, 90 Sechser?
6) 80 (84, 86, 90) Gr., wie viel fl. und kr.?
7) Nehmt jede Zahl von 20 bis 30 dreimal! (3 × 20, 3 × 21 ꝛc.)
8) Wie oft ist 3 enthalten in 60? in 69? in 75? in 81? in 90?
9) 1 Buch Papier kostet 9 kr.; was kosten 4 Buch? 7? 10?
10) Von 84 Ellen werden 9 × 2 Ellen abgeschnitten! wie viel bleibt Rest?
11) Karl hat von 90 Haselnüssen noch $^2/_3$ derselben; wie viel also?
12) 9 Geschwister theilen 63 Aepfel miteinander; wie viel bekommt eines? Wie viel erhalten drei?
13) Für 9 Thlr. 27 Pfd.; wie viel für 1 Thlr.? für 7 Thlr.?

Der zehnte Zehner.

I. Bilden und Zerlegen.

a.

9 Zehner + 1 Einer = 90 + 1 oder Einundneunzig, geschrieben 91;
9 Z. 1 E. + 1 Einer = 90 + 2 oder Zweiundneunzig, " 92;
9 Z. 2 E. + 1 Einer = 90 + 3 oder Dreiundneunzig, " 93;
u. s. w.

10 Zehner oder 10 × 10 ist 100. Wie viel muß man zu 96 legen, um Hundert zu erhalten? Wie viel zu 98? zu 93? ꝛc.

b.

Bekannt.

II. Zuzählen und Abziehen.

93 + 2	96 — 4	86 + 6	92 + 3	100 — 5
95 + 3	98 — 8	83 + 8	94 + 7	100 — 18
92 + 4	95 — 1	87 + 7	91 + 8	100 — 25
94 + 5	99 — 6	84 + 9	93 + 5	100 — 37
91 + 9	97 — 5	88 + 8	95 + 9	100 — 42.

III. Messen und Theilen der Zahlen von 1 — 100 durch 10.

a.

1 + 10, 11 + 10, 21 + 10 . . . 81 + 10	100 — 10, 90 — 10, 80 — 10 ꝛc.
2 + 10, 12 + 10, 22 + 10 . . . 82 + 10	99 — 10, 89 — 10, 79 — 10 ꝛc.
3 + 10, 13 + 10, 23 + 10 . . . 83 + 10	98 — 10, 88 — 10, 78 — 10 ꝛc.
u. s. f.	u. s. f.

$$10 = 10;\ 1 \times 10 = 10$$
$$10 + 10 = 20;\ 2 \times 10 = 20$$
$$10 + 10 + 10 = 30;\ 3 \times 10 = 30$$
$$10 + 10 + 10 + 10 = 40;\ 4 \times 10 = 40$$

u. s. w.

1) Welche Zahlen lassen sich aus der 10 zusammensetzen?
2) Wie oft ist 10 enthalten in 40? in 60? in 30? ꝛc.
3) Wie viele Sechser erhalte ich für 2 fl.? 5 fl.? 3 fl. ꝛc.
4) Wie viel Gulden machen 10 Sechser? 30? 70? 48? ꝛc.

b.

1) Zerlegt in 10 gleiche Theile die Zahl 10! 30! 60! 20! ꝛc.
2) Wie heißt der 10. Theil von 20? von 50? von 30? ꝛc.
3) Was betragen $^3/_{10}$ von 60? $^7/_{10}$ von 90? $^9/_{10}$ von 100?
4) Zehn Mann theilen sich in 9 Laib Brod; wie thun sie das?

IV. Aufgaben verschiedener Art.

1) 3 × 2, die Hälfte, 4mal, 1 Drittel, 5mal, 1 Viertel, 8 mal, 10 dazu, 1 Fünftel, 10mal, 7 Zehntel ꝛc. — **2)** Wie heißt der Unterschied von 98 und 89? von 97 und 79? ꝛc. — **3)** Sucht das Doppelte aller Zahlen von 40 an bis 50! — **4)** Nehmt jede Zahl von 10 an bis 20 fünfmal! — **5)** Welche Zahl ist um 45 kleiner, als 100? — **6)** Ein Zehntel von 100 ist was für ein Theil von 50? — **7)** Nennt mir zwei Zahlen, welche zusammen 100 machen? — **8)** Zur Zeit als Joseph in Aegypten war, hatte die Stadt Theben daselbst 100 Thore; das alte Rom hatte deren 37; wie viele Thore hatte Theben mehr, als Rom? — **9)** Der Dom zu Mailand hat 2 × 49 Thürme und Thürmchen; wie viel also? — **10)** Ich habe 100 neue Guldenstücke; 45 davon sind bayrische; unter den andern befinden sich $^2/_5$ würtembergische und $^3/_5$ badische; wie viel würtembergische und wie viel badische Gulden habe ich? — **11)** Von 100 Schülern treten 32 aus; wie viele bleiben? — **12)** 100 kr., wie viel Gulden? — **13)** 100 Groschen (Sechser, Zwölfer); wie viel Gulden? — **14)** 1 Eimer Wein zu 10 fl.; was kosten 2 Eimer? 2 E.? ꝛc. — **15)** 10 Ellen kosten 40 (50, 30 ꝛc.) fl.; was kostet 1 Elle? — **16)** Für 10 Thlr. bekommt man 1 Ctr.; wie viel für 20 Thlr.? ꝛc. — **17)** Welcher Theil vom Ctr. sind 50 Pfd.? 25 Pfd.? 20 Pfd. 10 Pfd.? ꝛc. — **18)** Wie viel Pfd. macht $^1/_2$ Ctr.? $^1/_4$ Ctr.? $^3/_4$ Ctr.? $^4/_5$ Ctr.? ꝛc.

Übersicht und Wiederholung.

I. Zuzählen und Abziehen.

1) Mit den Grundzahlen.

Auf- und Abwärtszählen, bald einzeln, bald im Chor.

Mit 1. 1, 2, 3, 4, 5 . . . 100; 100, 99, 98, 97 ꝛc.
Mit 2. 1, 3, 5, 7, 9 . . . 99; 99, 97, 95, 93 ꝛc.
2, 4, 6, 8, 10 . . . 100; 100, 98, 96, 94 ꝛc.
Mit 3. 1, 4, 7, 10, 13 . . . 100; 100, 97, 94, 91 ꝛc.
2, 5, 8, 11, 14 . . . 98; 98, 95, 92, 89 ꝛc.
3, 6, 9, 12, 15 . . . 99; 99, 96, 93, 90 ꝛc.

Eben so auch mit 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

Anm. Ist bisher in unserm Sinne verfahren worden; so sind die Schüler im Zu- und Abzählen mit den Grundzahlen bereits so sicher und fertig, daß es überflüssig ist, mit jeder derselben alle möglichen Reihen zu durchlaufen, mit 4 also viermal hinauf und herunter zu zählen. Es genügt dann, wenn solches mit jeder Zahl nur ein oder einigemal geschieht. Im entgegengesetzten Falle aber sind nicht nur alle möglichen Fälle zu erschöpfen, sondern es ist bei dieser Uebung überhaupt so lange zu verweilen, bis die erforderliche Sicherheit und Fertigkeit erworben ist.

2) Mit zusammengesetzten Zahlen.

a.	11 + 11	12 + 12	13 + 13	14 + 14	15 + 15	so fort bis	20 + 20
	22 + 11	24 + 12	26 + 13	28 + 14	30 + 15		40 + 20
	33 + 11	36 + 12	39 + 13	42 + 14	45 + 15		60 + 20
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.		ꝛc.

Der Schüler spricht: 11 + 10 = 21, + 1 = 22; 11 + 11 = 22;
22 + 10 = 32, + 1 = 33; 22 + 11 = 33;
33 + 10 = 43, + 1 = 44; 33 + 11 = 44;
u. s. f.

b.	100 — 11	100 — 12	100 — 13	100 — 14	so fort bis	100 — 20
	89 — 11	88 — 12	87 — 13	86 — 14		80 — 20
	78 — 11	76 — 12	74 — 13	72 — 14		60 — 20
	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.	ꝛc.		ꝛc.

Der Schüler spricht: 100 — 10 = 90, 90 — 1 = 89; 100 — 11 = 89.
89 — 10 = 79, 79 — 1 = 78; 89 — 11 = 78.
78 — 10 = 68, 68 — 1 = 67; 78 — 11 = 67 ꝛc.

c.	10 + 20	70 + 26	75 + 20	43 + 22
	10 + 50	60 + 24	64 + 20	54 + 41
	10 + 90	50 + 32	62 + 30	61 + 27
	20 + 30	50 + 46	36 + 30	25 + 29
	20 + 60	40 + 25	51 + 40	36 + 53

30 + 40	40 + 52	24 + 40	64 + 28
30 + 70	30 + 45	32 + 50	55 + 34
40 + 50	30 + 61	25 + 50	48 + 48
50 + 30	20 + 37	18 + 60	75 + 21
60 + 40	20 + 58	27 + 70	37 + 54

d. 100 — 40	100 — 48	94 — 20	75 — 32
100 — 70	100 — 32	96 — 50	98 — 54
90 — 50	90 — 54	83 — 60	89 — 43
90 — 30	90 — 45	85 — 40	78 — 27
80 — 40	80 — 27	75 — 50	66 — 21
80 — 60	80 — 42	72 — 20	72 — 24
70 — 30	70 — 35	63 — 40	63 — 36
70 — 50	70 — 53	67 — 50	56 — 28
60 — 30	60 — 36	58 — 30	42 — 25
50 — 40	50 — 25	45 — 20	35 — 27

II. Vervielfältigen und Theilen.

a.

Das Einmaleins.

Von den Schülern zusammengestellt und tüchtig wiederholt.

1 × 1	1 × 2	1 × 3	1 × 4	1 × 5	1 × 6
2 × 1	2 × 2	2 × 3	2 × 4	2 × 5	2 × 6
3 × 1	3 × 2	3 × 3	3 × 4	3 × 5	3 × 6
|	|	|	|	|	|
10 × 1	10 × 2	10 × 3	10 × 4	10 × 5	10 × 6

1 × 7	1 × 8	1 × 9	1 × 10
2 × 7	2 × 8	2 × 9	2 × 10
3 × 7	3 × 8	3 × 9	3 × 10
|	|	|	|
10 × 7	10 × 8	10 × 9	10 × 10

---

2 × 1	3 × 1	4 × 1	5 × 1	6 × 1	7 × 1	8 × 1	9 × 1
2 × 2	3 × 2	4 × 2	5 × 2	6 × 2	7 × 2	8 × 2	9 × 2
2 × 3	3 × 3	4 × 3	5 × 3	6 × 3	7 × 3	8 × 3	9 × 3
2 × 4	3 × 4	4 × 4	5 × 4	6 × 4	7 × 4	8 × 4	9 × 4
|	|	|	|	|	|	|	|
2 × 50;	3 × 33;	4 × 25;	5 × 20;	6 × 16;	7 × 14;	8 × 12;	9 × 11.

Die Fälle bei vorstehender Uebung, wo einer der Faktoren eine zusammengesetzte Zahl ist, werden theilweise am Rechenbrette gerechnet. Z. B.

• • • • • • • • • •
•
• • • • • • • • • •
•

2 × 11 = 2 × 10 + 2 × 1
= 20 + 2 od. 22;

• • • • • • • • • •
• •
• • • • • • • • • •
• •

2 × 12 = 2 × 10 + 2 × 2
= 20 + 4 od. 24

So fort bis 2 × 20.

• • • • • • • • • •
• • • • • • • • • •
•
• • • • • • • • • •
• • • • • • • • • •
•

2 × 21 = 2 × 20 + 2 × 1
= 40 + 2 od. 42

• • • • • • • • • •
• • • • • • • • • •
• •
• • • • • • • • • •
• • • • • • • • • •
• •

2 × 22 = 2 × 20 + 2 × 2
= 40 + 4 od. 44

und so weiter.

• • • • • • • • • •
•
• • • • • • • • • •
•
• • • • • • • • • •
•

3 × 11 = 3 × 10 + 3 × 1
= 30 + 3 od. 33

• • • • • • • • • •
• •
• • • • • • • • • •
• •
• • • • • • • • • •
• •

3 × 12 = 3 × 10 + 3 × 2
= 30 + 6 od. 36

und so weiter.

b.

Verwechselung der Faktoren.

• • • • = 4
• • • • = 4
• • • • = 4
|| || || ||
3 3 3 3

Betrachte ich die vorstehenden Punkte als drei wagrechte Reihen, so erscheinen sie mir als 4 + 4 + 4, nämlich als 3 × 4. Betrachte ich sie als vier senkrechte Reihen, so erscheinen sie mir als 3 + 3 + 3 + 3 oder 4 × 3. In dem einen Falle sind es aber eben so viele Punkte, als in dem andern; in beiden Fällen sind es 12. Also ist 3 × 4 gerade so viel als 4 × 3.

Eben so mit

$2 \times 3 = 3 \times 2$	$4 \times 6 = 6 \times 4$
$3 \times 5 = 5 \times 3$	$3 \times 8 = 8 \times 3$
$4 \times 5 = 5 \times 4$	$5 \times 6 = 6 \times 5$

c.

Das Zerlegen der Zahlen in gleiche Theile.

$$2 = 2 \times 1$$
$$3 = 3 \times 1$$
$$4 = 4 \times 1 = 2 \times 2$$
$$5 = 5 \times 1$$
$$6 = 6 \times 1 = 3 \times 2 = 2 \times 3$$

Ebenso mit allen folgenden Zahlen bis 100, aber nicht ununterbrochen fort, sondern auf einmal immer nur 20 bis 25 Zahlen. Zuerst mit Ziffern, dann frei im Kopfe, wobei ein Schüler um den andern eine Zahl übernimmt.

d.

Das Messen und Theilen der Zahlen.

(Mündlich.)

Mit 2. In welchen Zahlen von 1 bis 20 geht 2 auf?
Wie oft liegt 2 in 4? in 10? in 16? in 12? ꝛc.
Wie heißt die Hälfte von 6? von 10? von 8? ꝛc.

Mit 3. In welchen Zahlen von 1 bis 30 geht 3 auf?
Wie oft liegt 3 in 9? in 15? in 21? in 12? ꝛc.
Wie heißt der dritte Theil von 12? 18? 9? ꝛc.

Mit 4. In welchen Zahlen von 1 bis 40 geht 4 auf?
Wie oft liegt 4 in 12? in 28? in 16? in 24? ꝛc.
Wie heißt der vierte Theil von 8? 20? 12? ꝛc.

So auch mit 5, 6, 7, 8, 9, 10.

III. Aufgaben verschiedener Art.

1) In welcher Zahl liegt 8 fünfmal? 7 sechsmal? 9 achtmal? ꝛc. **2)** Wovon ist 3 der sechste Theil? 7 der dritte Theil? ꝛc. -- **3)** Wie viele Gulden sind 10 Sechser? 30 Sechser? 80 Sechser? 50 Sechser? ꝛc. — **4)** Wie viel Gulden und Kreuzer sind 24 Sechser? 36 Sechser? ꝛc. — **5)** Wie viel Gulden und Kreuzer sind 72 kr.? 84 kr.? 95 kr.? — **6)** 1 fl. 17 kr., wie viel Kreuzer? 1 fl. 32 kr. = ? kr. — **7)** Ein Landmann hat 8 Pferde, 20 Kühe, 12 Ochsen und 24 Schweine, wie viel Stück Vieh im Ganzen? — **8)** Drei Schwestern spinnen 24 Pfd. Flachs. Die eine spinnt 8 Pfd., die andere 9 Pfd.; wie viel spinnt die dritte? — **9)** Aus 6 Pfd. Flachs erhalten sie 5 Pfd. Garn; wie viel Garn bekommen sie im Ganzen? —
(Die 24 oder 4 × 6 Pfd. Flachs geben 4 × 5 oder 20 Pfd. Garn.)

10) Jedes Pfd. Garn gibt 5 Ellen Leinwand; wie groß wird das Stück? — **11)** Aus je 4 Ellen Leinwand machen sie ein Hemd. Wie viele Hemden werden sie im Ganzen erhalten? — **12)** Jedes Hemd verkaufen sie um 2 fl; wie groß ist ihr Erlös? — **13)** Für Flachs, Weben und Bleichen bezahlten sie 18 fl.; wie viel haben sie durch ihr Spinnen und Nähen verdient? — **14)** Louise hatte auf ihrem Beete 35 Blumen. Da sie dieselben aber schlecht begoß, so verwelkten $^2/_5$ davon. Wie viele Blumen hatte sie dann noch? — **15)** Eine arme Frau hat 1 fl. 24 kr. und braucht täglich 6 kr. davon. Wie lange reicht sie mit ihrem Gelde aus? — **16)** Ich denke mir eine Zahl. Lege ich das 3fache von 8 dazu, so erhalte ich 32. Wie heißt die Zahl?

(Das 3fache von 8 = 24; von 24 bis auf 32 ist 8. Die Zahl, wozu ich noch 24 legen muß, um 32 zu erhalten, heißt also 8.)

17) Ein Mann machte ohnlängst eine Reise. Täglich gab er 3 fl. aus und brauchte im Ganzen 54 fl. Wie lange war er verreist? — **18)** Wie groß ist der Unterschied zwischen $^7/_8$ und $^7/_{10}$ von 80? — **19)** Emilie kauft 5 Ellen Zeug, die Elle zu 17 kr., und legt 4 Vierundzwanziger dafür hin. Wie viel muß sie zurückerhalten? — **20)** Ein Vater sagt zu seinem 8jährigen Sohne: Ich bin 7 mal so alt als du und noch um 5 Jahre älter. Wie alt ist der Vater? — **21)** Wie theuer ist 1 Elle Tuch, wenn 2 Ellen 1 fl. 20 kr. kosten? — **22)** Von 48 Aepfeln werden die Hälfte, 1 Viertel und 1 Achtel gegessen; wie viel sind noch vorhanden? — **23)** Hermann bekam 12 Ostereier, August $^2/_3$ mal so viel und Karl $^3/_4$ mal so viel; wie viele Eier erhielten sie zusammen? — **24)** Fritz hat 3 Vierundzwanziger. Wie viele Sechser wird er dafür erhalten? — **25)** Ein Taglöhner bekommt jeden Tag 12 kr. In welcher Zeit verdient er 1 fl.? — **26)** Christiana zahlt für 9 Loth Baumwolle 45 kr.; wie viel kostet 1 Loth? — **27)** Eugen kaufte das Schreibheft um 6 kr. und zahlte im Ganzen 42 kr; wie viele Hefte hat er gekauft? — **28)** 1 Pfd. Fleisch kostet 11 kr.; wie viel kosten 8 Pfd.? — **29)** 1 Loth Seide kostet 32 kr.; wie hoch kommt das Quint? — **30)** In 7 Tagen verdient Jemand 1 fl. 3 kr., wie viel in 1 Tag? — **31)** Marie schreibt täglich 3 Seiten, wie viel in 1 Woche? — **32)** Wie viele Sechser bekommt man für 90 einzelne Kreuzer? — **33)** Wie viele Loth kann man für 48 kr. kaufen, wenn 1 Loth 12 kr. gilt? — **34)** Welche Zahl ist um 3 Zehner größer als 24? — **35)** Ein Blumen-Beet hat 5 Reihen; in jeder Reihe stehen 8 Blumenstöcke; wie viele dergleichen stehen auf dem ganzen Beete? — **36)** Ein Bauer löste für 8 Scheffel Korn 72 fl.; wie theuer hat er den Scheffel verkauft? — **37)** Von 100 fl. bezahlt Jemand 9 Schff. Getreid; für jeden Scheffel gibt er 9 fl. Wie viel Geld bleibt ihm übrig? — **38)** Ein Mann hat 45 fl. und kauft 7 Ctr., den Ctr. zu 8 fl.; wie viel Geld fehlt ihm zur vollständigen Bezahlung? — **39)** Von 45 fl. gebe ich $^4/_9$ aus; wie viel Geld habe ich noch? — **40)** Wie viel ist 3 mal 30 + $^3/_{10}$ von 30 + 1?

Zweiter Cursus.

Die Zahlen von Eins bis Tausend.

Die Zahlen von 1 bis 100 sind bekannt. Aus ihnen sind die Zahlen von 100 bis 1000 zusammen gesetzt. Ihre Veranschaulichung durch Striche, Kugeln ꝛc. fällt deßhalb weg. Dafür ist nöthig, daß der Schüler veranlaßt werde, sie mit den allseitig angeschauten Zahlen von 1 bis 100 zu messen und die Menge ihrer Einheiten (Einer, Zehner und Hunderter) sich klar vorzustellen. Zu diesem Zwecke lassen wir zunächst von einem Hundert zum andern aufwärts zählen. Damit der Schüler aber nicht gedankenlos fortschreite, nicht Zahlennamen ohne Inhalt nenne, so fordern wir ihn öfters auf, inne zu halten, die Stufe, bei der er sich befindet, näher ins Auge zu fassen und sowohl den schon zurückgelegten, als den noch vorliegenden Weg zu überschauen. Ist so ein neues Hundert hinzugezählt, so tritt das Messen und Theilen ein, in welcher Weise, wird am besten aus der Darstellung selbst ersehen. Bemerkt sei nur noch, daß Kopf- und Zifferrechnen, der Ausführung nach, noch nicht von einander geschieden sind.

I. Zählen und Messen.

1) a. Zählen von 100 bis 200.

100, 101, 102, 103, 104, 105, 106 —

Halt! — Ich stehe im ersten Zehner des zweiten Hunderts. Zum ersten Zehner fehlen noch 4 Einer, und zum zweiten Hundert fehlen noch 4 Einer und 9 Zehner. — Weiter!

107, 108, 109, 110, 111, 112, 113 —

Halt! — Ich stehe jetzt im zweiten Zehner des zweiten Hunderts. Zum zweiten Zehner fehlen noch 7 Einer, und zum zweiten Hundert fehlen noch 7 Einer und 8 Zehner.

So fort bis 200.

Schreiben:

Hundertmal Eins = 1 Hunderter, 0 Zehner u. 0 Einer = 100.
Hundert und Eins = 1 Hunderter, 0 Zehner u. 1 Einer = 101 ꝛc.
Hundert und Zehn = 1 Hunderter, 1 Zehner u. 0 Einer = 110.
Hundert und Elf = 1 Hunderter, 1 Zehner u. 1 Einer = 111 ꝛc.

b. Messen mit dem Zehner.

100 = 10 × 10 oder 10 Zehner.
110 = 11 × 10 oder 11 Zehner.
120 = 12 × 10 oder 12 Zehner.
130 = 13 × 10 oder 13 Zehner.
ꝛc.

c. Messen mit der Zahl 20.

20 + 20	2 × 20	200 — 20	20 : 40
40 + 20	3 × 20	180 — 20	20 : 60
60 + 20	4 × 20	160 — 20	20 : 80
|	|	|	|
180 + 20	10 × 20	20 — 20	20 : 200

1 fl. = 20 Gr.; 2 fl. = 2 × 20 oder 40 Gr.;
3 fl. = 3 × 20 oder 60 Gr.;
4 fl. = 4 × 20 oder 80 Gr. ꝛc.
20 Gr. = 1 fl.; 40 oder 2 × 20 Gr. = 2 fl.;
60 oder 3 × 20 Gr. = 3 fl.;
80 oder 4 × 20 Gr. = 4 fl. ꝛc.

d. Theilen durch 2.

Durch das Vorausgegangene hat der Schüler die Vielfachen von 20 kennen gelernt. Sie werden **zuerst** halbirt und bilden auch die Anhaltspunkte beim Halbiren der Zahlen, die **zwischen** ihnen liegen.

Frage: Wie heißen die Vielfachen von 20? (40, 60, 80, 100, 120 ꝛc.) Abwärts! (200, 180, 160 ꝛc.) Von diesen Zahlen suchen wir nun die Hälfte.

½ × 20 = ? 20 = 2 Zehner; die Hälfte von 2 Z. = 1 Z. od. 10.
½ × 40 = ? 40 = 4 Zehner; die Hälfte von 4 Z. = 2 Z. od. 20.
½ × 60 = ? 60 = 6 Zehner; die Hälfte von 6 Z. = 3 Z. od. 30.
ꝛc. ꝛc.

Zuletzt gebe man Fragen außer der Reihenfolge, bis die Antwort mit **einem** Schlage erfolgt. Die Hälfte von 80? von 140? ꝛc.

Zwischen zweien Vielfachen von 20 liegen immer 19 andere Zahlen. Zwischen 20 und 40 liegen die Zahlen 21, 22, 23 . . . 39. Ist der halbe Theil von einer dieser Zahlen, etwa von 38 zu suchen, so nimmt man ihn zuerst von 20 und dann vom Reste, nämlich von 18. Und um die Hälfte von 156 zu finden, so sucht

man sie zuerst von 140 und dann von 16. Auf diese Weise lasse man nun die Hälfte von recht vielen solchen Zahlen suchen, welche nicht selbst Vielfache von 20 sind, z. B. von 34, 52, 78, 94, 110, 128 ꝛc.

$$\frac{1}{2} \times 175 = ?$$

(Wie viel ist die Hälfte von 175?)

Auflösung: 175 = 160 + 15, und 15 = 14 + 1. Die Hälfte von 160 = 80; die Hälfte von 14 = 7; 80 + 7 = 87. Nun ist noch die Hälfte von 1 zu suchen. Die Hälfte von 1 Nuß = ½ Nuß; die Hälfte von 1 Apfel ist ½ Apfel; die Hälfte von 1 ist ½. Also ist die Hälfte von 175 = 87½.

---

2) a. Zählen von 200 bis 300.

200, 201, 202, 203 —

Ich stehe im ersten Zehner des dritten Hunderts. Zum ersten Zehner fehlen noch 7 Einer, und zum dritten Hundert fehlen noch 7 Einer und 9 Zehner.

So fort bis 300.

b. Messen mit dem Zehner.

100 = 10 × 10 oder 10 Zehner.
200 = 20 × 10 oder 20 Zehner.
210 = 21 × 10 oder 21 Zehner.
220 = 22 × 10 oder 22 Zehner.
ꝛc. ꝛc.

c. Messen mit der Zahl 30.

30 + 30	2 × 30	300 — 30	30 : 60
60 + 30	3 × 30	270 — 30	30 : 90
90 + 30	4 × 30	240 — 30	30 : 120
|	|	|	|
270 + 30	10 × 30	30 — 30	30 : 300

1 Thlr. = 30 Gr.; 2 Thlr. = 2 × 30 oder 60 Gr.;
3 Thlr. = 3 × 30 oder 90 Gr.;
4 Thlr. = 4 × 30 oder 120 Gr. ꝛc.

30 Gr. = 1 Thlr.; 60 oder 2 × 30 Gr. = 2 Thlr.;
90 oder 3 × 30 Gr. = 3 Thlr.;
120 oder 4 × 30 Gr. = 4 Thlr. ꝛc.

d. Theilen durch 3.

Was beim Halbiren die Vielfachen von 20, das sind beim Drittheilen die Vielfachen von 30, beim Viertheilen die

Vielfachen von 40 u. s. f. Diese Zahlen sind daher am gehörigen Orte, hier die Vielfachen von 30, stets tüchtig einzuüben.

Frage: Wie heißen die Vielfachen von 30? (60, 90 ꝛc.) Abwärts! (300, 270, 240 ꝛc.) Hiervon suchen wir nun den dritten Theil.

$^1/_3 \times 30 = ?$ 30 = 3 Zehner; der dritte Theil von 3 Z. = 1 Z. od. 10.
$^1/_3 \times 60 = ?$ 60 = 6 Zehner; der dritte Theil von 6 Z. = 2 Z. od. 20.
$^1/_3 \times 90 = ?$ 90 = 9 Zehner; der dritte Theil von 9 Z. = 3 Z. od. 30.
ꝛc. ꝛc.

Zuletzt gebe man wieder Aufgaben außer der Reihenfolge, bis die Antwort rasch erfolgt. $^1/_3 \times 120$? $^1/_3 \times 210$? ꝛc.

Zwischen zweien Vielfachen von 30 liegen immer 29 andere Zahlen. Zwischen 30 und 60 liegen die Zahlen 31, 32, 33 . . . 59. Um von einer dieser Zahlen den dritten Theil sicher zu finden, so sucht man ihn zuerst von 30 und dann von dem Reste. Will man den dritten Theil von 114 erhalten, so nimmt man ihn zuerst von 90 und hernach von 24. So lasse man nun den dritten Theil von vielen solchen Zahlen suchen, die nicht selbst Vielfache von 30 sind, z. B. von 48, 57, 78, 87, 93, 102, 125 ꝛc.

125 = 120 + 5, und 5 = 3 + 2. Der dritte Theil von 120 = 40; der dritte Theil von 3 = 1; 40 + 1 = 41. Nun ist noch der dritte Theil von 2 zu suchen. Der dritte Theil von 1 Apfel = $^1/_3$ Apfel; nochmal der dritte Theil von 1 Apfel ist wieder $^1/_3$ Apfel; der dritte Theil von 2 Aepfeln = $^2/_3$ Aepfel; der dritte Theil von 2 = $^2/_3$. Also ist der dritte Theil von 125 = $41^2/_3$.

---

3) a. Zählen von 300 bis 400.

Bekannt.

b. Messen mit dem Zehner.

300 = 30 × 10 oder 30 Zehner.
310 = 31 × 10 oder 31 Zehner.
320 = 32 × 10 oder 32 Zehner ꝛc.

c. Messen mit der Zahl 40.

40 + 40	2 × 40	400 — 40	40 : 80
80 + 40	3 × 40	360 — 40	40 : 120
120 + 40	4 × 40	320 — 40	40 : 160
|	|	|	|
360 + 40	10 × 40	40 — 40	40 : 400

1 Ctr. kostet 40 fl.; 2 Ctr. kosten 2 × 40 oder 80 fl.; 3 Ctr. kosten 3 × 40 oder 120 fl. ꝛc.

d. Theilen durch 4.

$^1/_4 \times 40 = ?$ 40 = 4 Z.; der 4. Theil von 4 Z. = 1 Z. oder 10.
$^1/_4 \times 80 = ?$ 80 = 8 Z.; der 4. Theil von 8 Z. = 2 Z. oder 20.
$^1/_4 \times 120 = ?$ 120 = 12 Z.; der 4. Theil von 12 Z. = 3 Z. oder 30.
u. s. w.

Fragen außer der Reihenfolge!

Wiederholung der Vielfachen von 40, auf- und abwärts.

$^1/_4 \times 175 = ?$

Welches ist die nächste Vielfachzahl von 40 unter 175? (160) Wie suchst du also den vierten Theil von 175? (175 = 160 + 15 = 160 + 12 + 3; der vierte Theil von 160 = 40; der vierte Theil von 12 = 3; 40 + 3 = 43; der vierte Theil von 3 = $^3/_4$; also ist ꝛc.)

Dergleichen Aufgaben gebe man so lange, bis sie mit Sicherheit gerechnet werden.

---

4) a. Zählen von 400 bis 500.

Bekannt.

b. Messen mit dem Zehner.

400 = 40 × 10 oder 40 Zehner.
410 = 41 × 10 oder 41 Zehner.
420 = 42 × 10 oder 42 Zehner ꝛc.

c. Messen mit der Zahl 50.

50 + 50	2 × 50	500 — 50	50 : 100
100 + 50	3 × 50	450 — 50	50 : 150
150 + 50	4 × 50	400 — 50	50 : 200
|	|	|	|
450 + 50	10 × 50	50 — 50	50 : 500

A verdient in 1 Monat 50 fl.; in 2 Monaten 2 × 50 oder 100 fl.; in 3 Monaten 3 × 50 oder 150 fl. ꝛc.

d. Theilen durch 5.

$^1/_5 \times 50 = ?$ 50 = 5 Z.; der 5. Theil von 5 Z. = 1 Z. od. 10.
$^1/_5 \times 100 = ?$ 100 = 10 Z.; der 5. Theil von 10 Z. = 2 Z. od. 20.
$^1/_5 \times 150 = ?$ 150 = 15 Z.; der 5. Theil von 15 Z. = 3 Z. od. 30.
u. s. w.

Fragen außer der Reihenfolge!

Angabe der Vielfachen von 50, auf- und abwärts.

$^1/_5 \times 384 = ?$

Welches ist die nächste Vielfachzahl von 50 unter 384? Wie suchst du also den fünften Theil von 384? (384 = 350 + 34 = 350 + 30 + 4; der fünfte Theil von 350 = 70; der fünfte Theil von 30 = 6; 70 + 6 = 76; der fünfte Theil von 4 = $\frac{4}{5}$; also ꝛc.)

Dergleichen Aufgaben bis zur Fertigkeit!

---

5) a. Zählen von 500 bis 600.

Bekannt.

b. Messen mit dem Zehner.

Bekannt.

c. Messen mit der Zahl 60.

60 + 60	2 × 60	600 — 60	60 : 120
120 + 60	3 × 60	540 — 60	60 : 180
180 + 60	4 × 60	480 — 60	60 : 240
|	|	|	|
540 + 60	10 × 60	60 — 60	60 : 600

1 fl. = 60 kr.; 2 fl. = 2 × 60 oder 120 kr.;
3 fl. = 3 × 60 oder 180 kr., s. f. bis
10 fl. = 10 × 60 oder 600 kr.

60 kr. = 1 fl.; 120 oder 2 × 60 kr. = 2 fl.;
180 oder 3 × 60 kr. = 3 fl., s. f. bis
600 oder 10 × 60 kr. = 10 fl.

d. Theilen durch 6.

$\frac{1}{6} \times 60 = ?$ 60 = 6 Z.; der 6. Theil von 6 Z. = 1 Z. od. 10.
$\frac{1}{6} \times 120 = ?$ 120 = 12 Z.; der 6. Theil von 12 Z. = 2 Z. od. 20.
$\frac{1}{6} \times 180 = ?$ 180 = 18 Z.; der 6. Theil von 18 Z. = 3 Z. od. 30.

u. s. w.

Fragen außer dieser Ordnung!

Wiederholung der Vielfachen von 60, auf- und abwärts.

$\frac{1}{6} \times 100 = ?$

Auflösung: 100 = 60 + 40 = 60 + 36 + 4; der sechste Theil von 60 = 10; der sechste Theil von 36 = 6; 10 + 6 = 16; der sechste Theil von 4 = $\frac{4}{6}$; also ist der sechste Theil von 100 = $16\frac{4}{6}$.

Dergleichen Aufgaben bis zur Sicherheit!

---

6) a. Zählen von 600 bis 700.

Bekannt.

b. Messen mit dem Zehner.

Bekannt.

c. Messen mit der Zahl 70.

70 + 70	2 × 70	700 — 70	70 : 140
140 + 70	3 × 70	630 — 70	70 : 210
210 + 70	4 × 70	560 — 70	70 : 280
|	|	|	|
630 + 70	10 × 70	70 — 70	70 : 700

1 Fuder Wein kostet 70 Thlr; 2 Fuder kosten 2 × 70 oder 140 Thlr. 3 Fuder kosten 3 × 70 oder 210 Thlr. ꝛc.

d. Theilen durch 7.

$^1/_7$ × 70 = ? 70 = 7 Z.; der 7. Theil von 7 Z. = 1 Z. od. 10.
$^1/_7$ × 140 = ? 140 = 14 Z.; der 7. Theil von 14 Z. = 2 Z. od. 20.
$^1/_7$ × 210 = ? 210 = 21 Z.; der 7. Theil von 21 Z. = 3 Z. od. 30.
u. s. w.

Fragen außer der Reihenfolge.

Wiederholung der Vielfachen von 70, auf- und abwärts.

$^1/_7$ × 125 = ?

Auflösung: 125 = 70 + 55 = 70 + 49 + 6; der 7. Theil von 70 = 10; der 7. Theil von 49 = 7; 10 + 7 = 17; der 7. Theil von 6 = $^6/_7$; also ist ꝛc.

Dergleichen Aufgaben bis zur Sicherheit.

---

7) a. Zählen von 700 bis 800.

Bekannt.

b. Messen mit dem Zehner.

Bekannt.

c. Messen mit der Zahl 80.

80 + 80	2 × 80	800 — 80	80 : 160
160 + 80	3 × 80	720 — 80	80 : 240
240 + 80	4 × 80	640 — 80	80 : 320
|	|	|	|
720 + 80	10 × 80	160 — 80	80 : 800

1 Schffl. Repssamen gibt 80 Pfd. Oel; 2 Schffl. geben 2 × 80 od. 160 Pfd. 3 Schffl. geben 3 × 80 od. 240 Pfd.

d. Theilen durch 8.

$^1/_8$ × 80 = ? 80 = 8 Z.; der 8. Theil von 8 Z. = 1 Z. od. 10.
$^1/_8$ × 160 = ? 160 = 16 Z.; der 8. Theil von 16 Z. = 2 Z. od. 20.
$^1/_8$ × 240 = ? 240 = 24 Z.; der 8. Theil von 24 Z. = 3 Z. od. 30.
u. s. w.

Wiederholung der Vielfachen von 80, auf- und abwärts.

$^1/_8 \times 365 = ?$

365 = 320 + 45 = 320 + 40 + 5; der 8. Theil von 320 = 40; der 8. Theil von 40 = 5; 40 + 5 = 45; der achte Theil von 5 = $^5/_8$; also ist der achte Theil von 365 = $45^5/_8$.

Dergleichen Aufgaben bis zur Sicherheit.

---

8) a. Zählen von 800 bis 900.

Bekannt.

b. Messen mit dem Zehner.

Bekannt.

c. Messen mit der Zahl 90.

90 + 90	2 × 90	900 — 90	90 : 180
180 + 90	3 × 90	810 — 90	90 : 270
270 + 90	4 × 90	720 — 90	90 : 360
|	|	|	|
810 + 90	10 × 90	180 — 90	90 : 900

Für 1 fl. erhält man 90 Aepfel; für 2 fl. 2 × 90 od. 180 Aepfel; für 3 fl. 3 × 90 od. 270 Aepfel ꝛc.

d. Theilen durch 9.

$^1/_9 \times 90 = ?$ 90 = 9 Z.; der 9. Theil von 9 Z. = 1 Z. od. 10.
$^1/_9 \times 180 = ?$ 180 = 18 Z.; der 9. Theil von 18 Z. = 2 Z. od. 20.
$^1/_9 \times 270 = ?$ 270 = 27 Z.; der 9. Theil von 27 Z. = 3 Z. od. 30.
u. s. w.

Fragen außer der Reihenfolge.

Wiederholung der Vielfachen von 90 auf- und abwärts.

$^1/_9 \times 200 = ?$

200 = 180 + 20 = 180 + 18 + 2; der neunte Theil von 180 = 20; der neunte Theil von 18 = 2; 20 + 2 = 22; der neunte Theil von 2 = $^2/_9$; also ist ꝛc.

Dergleichen Aufgaben bis zur Sicherheit.

---

9) a. Zählen von 900 bis 1000.

Bekannt.

b. Messen mit dem Zehner.

Bekannt.

c. Messen mit der Zahl 100.

100 + 100	2 × 100	1000 — 100	100 : 200
200 + 100	3 × 100	900 — 100	100 : 300
300 + 100	4 × 100	800 — 100	100 : 400
|	|	|	|
900 + 100	10 × 100	100 — 100	100 : 1000

1 Ctr. = 100 Pfd.; 2 Ctr. = 2 × 100 oder 200 Pfd.;
3 Ctr. = 3 × 100 oder 300 Pfd. ꝛc.

100 Pfd. = 1 Ctr.; 200 oder 2 × 100 Pfd. = 2 Ctr.
300 oder 3 × 100 Pfd. = 3 Ctr. ꝛc.

d. Theilen durch 10.

$^1/_{10} \times 100 = ?$ 100 = 10 Z.; der 10. Theil von 10 Z. = 1 Z. od. 10.
$^1/_{10} \times 200 = ?$ 200 = 20 Z.; der 10. Theil von 20 Z. = 2 Z. od. 20.
$^1/_{10} \times 300 = ?$ 300 = 30 Z.; der 10. Theil von 30 Z. = 3 Z. od. 30.
u. s. w.

Fragen außer der Reihenfolge.

$^1/_{10} \times 768 = ?$

768 = 700 + 68 = 700 + 60 + 8; der zehnte Theil von 700 = 70; der zehnte Theil von 60 = 6; 70 + 6 = 76; der zehnte Theil von 8 = $^8/_{10}$; also ist ꝛc.

Dergleichen Aufgaben bis zur Sicherheit.

II. Zusammenzählen und Abziehen.

99 + 3	90 + 27	500 + 300	300 + 240
198 + 5	80 + 48	200 + 700	500 + 430
207 + 4	60 + 84	400 + 200	600 + 135
395 + 8	170 + 63	300 + 400	700 + 256
594 + 9	250 + 96	500 + 500	400 + 394

200 — 3	200 — 26	200 — 125	120 — 48
300 — 8	300 — 48	400 — 234	250 — 96
600 — 7	400 — 84	600 — 357	360 — 75
800 — 4	600 — 52	800 — 543	540 — 84
1000 — 5	1000 — 75	1000 — 678	810 — 32

III. Vervielfachen und Theilen.

3 × 48 = ?

Auflösung: 3 × 48 = 3 × 40 + 3 × 8; 3 × 40 = 120; 3 × 8 = 24; 120 + 24 = 144; also ist 3 × 48 = 144.

In gleicher Weise lasse man die Zahlen 24, 32, 57, 64, 75, 89 und 96 vervielfachen durch die Zahlen von 2 bis 10.

$^1/_2 \times 11$	$^1/_5 \times 23$	$^1/_8 \times 37$	$^1/_2 \times 53$	$^1/_5 \times 136$	$^1/_8 \times 543$
$^1/_3 \times 11$	$^1/_6 \times 23$	$^1/_9 \times 37$	$^1/_3 \times 80$	$^1/_6 \times 258$	$^1/_9 \times 700$
$^1/_4 \times 11$	$^1/_7 \times 23$	$^1/_{10} \times 37$	$^1/_4 \times 95$	$^1/_7 \times 300$	$^1/_{10} \times 825$

Die Hauptsache hierbei ist, die zu theilende Zahl entsprechend zu zerlegen. Wie dieß geschieht, ist aus dem Früheren bekannt. Sehr gut ist es, von einer und derselben Zahl verschiedene Theile suchen zu lassen. Denn dadurch wird dem Schüler erst recht klar, wie eine Zahl in verschiedenen Fällen verschieden zu zerlegen sei, die 11 z. B., wenn wie hier oben der halbe Theil davon zu suchen ist, in 10 + 1; wenn der dritte Theil davon zu nehmen ist, in 9 + 2, und wenn der vierte Theil davon gefunden werden soll, in 8 + 3.

Daß bisher zwischen Kopf- und Zifferrechnen der Ausführung nach ein Unterschied nicht bestand, lag in der geringen Größe der behandelten Zahlen. Mit dem Eintritte in den Zahlenraum von unbegränzter Ausdehnung wird dieß anders. Will man beim schriftlichen Rechnen mit größern Zahlen schnell und sicher operiren, so muß man nach gewissen festen Regeln verfahren, nach Regeln, welche von der Weise des Kopfrechnens mehr oder weniger abweichen. Indeß folgt hieraus noch nicht, daß von nun an sowohl das Kopf- als das Zifferrechnen seinen eigenen Weg gehen dürfe, eines ohne Rücksicht auf das andere. Der gesammte Rechenunterricht muß ein Ganzes bilden. Eben darum muß auch alles Rechnen, mit und ohne Ziffern, durchaus in inniger Beziehung zu einander stehen. Das Kopfrechnen geht als Leuchte dem Zifferrechnen voran und zur Seite. Hat aber dieses im Lichte desselben eine neue Stufe erstiegen, und handelt es sich dann bei ihm nur noch um Sicherheit und Fertigkeit; so beschränkt sich indessen das Kopfrechnen auf sich selbst, es arbeitet in derselben Sache, aber mit kleineren Größen und in seiner eigenen Weise. — So halten wir's.

Uebrigens wird sich jetzt die sorgfältige Behandlung der beiden ersten Curse lohnen. Bei der gewonnenen Fertigkeit im Operiren mit den kleineren Zahlen werden sich die Schüler ungemein leicht und sicher in das Rechnen mit höheren Zahlen hineinarbeiten; geweckt und an's Denken gewöhnt, werden sie jede Verfahrungsweise schnell begreifen; und während sich Lehrer und Schüler oft Jahre lang abquälen, bis sie mit den vier Spezies „fertig" werden und es dennoch häufig weder zur Einsicht, noch zur rechten Sicherheit und Fertigkeit darin bringen, sind unsere Schüler im Stande, in wenigen Monaten — recht leicht in einem halben Jahre — vollkommen Herr darüber zu werden. Das ist nicht nur in dem nächsten, sondern in jedem noch folgenden Cursus der Fall. Und somit wird sich die auf das Zahlengebiet von 1 bis 1000 mehr verwendete Zeit von jetzt an wieder reichlich ersetzen.

Dritter Cursus.

Der Zahlenraum von unbegränzter Ausdehnung.

I. Numeriren.

1) 1 mal 1 = 1 Einer, geschrieben 1.
2 mal 1 = 2 Einer, " 2.
3 mal 1 = 3 Einer, " 3.
2c.

2) 10 mal 1 = 1 Zehner.

Ein Zehner ist 10 mal so groß, als 1 Einer; daher kommt die Ziffer 1, wenn sie einen Zehner gelten soll, um eine Stelle mehr zur Linken, nämlich in die zweite Stelle.

1 Zehner, mit Ziffern geschrieben = 10.
10 mal 2 = 2 Zehner, geschrieben 20.
10 mal 3 = 3 Zehner, " 30.
10 mal 4 = 4 Zehner, " 40.
2c.

3) 10 mal 1 Zehner = 1 Hunderter.

Ein Hunderter ist 10 mal so groß, als 1 Zehner; darum wird derselbe auch um eine Stelle weiter links geschrieben, als 1 Zehner. Die Zehner stehen in der zweiten Stelle; die Hunderter kommen also in die dritte.

1 Hunderter, mit Ziffern geschrieben = 100.
10 mal 2 Zehner = 2 Hunderter, geschrieben 200.
10 mal 3 Zehner = 3 " " 300.
10 mal 4 Zehner = 4 " " 400.
2c.

4) 10 mal 1 Hunderter = 1 Tausender.

Ein Tausender ist wieder 10 mal so groß, als 1 Hunderter; deßhalb wird ein Tausender wieder um eine Stelle weiter links ge-

schrieben, als 1 Hunderter. Die Hunderter stehen in der dritten Stelle; die Tausender kommen also in die vierte.

	1 Tausender, mit Ziffern geschrieben	=	1000.
10 mal 2 Hunderter	= 2 Tausender, geschrieben		2000.
10 mal 3 Hunderter	= 3 Tausender,	"	3000.
10 mal 4 Hunderter	= 4 Tausender,	"	4000.

rc.

3tausend und 400	= 3 T., 4 H., 0 Z., 0 E.	= 3400.
8tausend 470	= 8 T., 4 H., 7 Z., 0 E.	= 8470.
5tausend 895	= 5 T., 8 H., 9 Z., 5 E.	= 5895.
7tausend und 3	= 7 T., 0 H., 0 Z., 3 E.	= 7003.

rc.

5) 10 mal 1 Tausender = 1 Zehntausender.

Ein Zehntausender ist das Zehnfache von einem Tausender. Die einfachen Tausender stehen in der vierten Stelle; die Zehntausender kommen also in die fünfte.

	1 Zehntausender, mit Ziffern geschrieben	= 10000.
10 mal 2 Tausender	= 2 Zehnt. (od. 20tausend)	= 20000.
10 mal 3 Tausender	= 3 Zehnt. (od. 30tausend)	= 30000.

rc.

26tausend	= 6 Zt., 2 T., 0 H., 0 Z., 0 E.	= 26000.
62tausend und 500	= 6 Zt., 2 T., 5 Z., 0 Z., 0 E.	= 62500.
75tausend 820	= 7 Zt., 5 T., 8 H., 2 Z., 0 E.	= 75820.
57tausend 468	= 5 Zt., 7 T., 8 H., 2 Z., 8 E.	= 57468.

rc.

In dieser Weise geht man von den Zehntausenden in die Hunderttausende und von den Hunderttausenden zu den Millionen über.

Ist das geschehen, so gebe man Fragen folgender Art:

a. In welcher Stelle stehen die Einer? die Hunderter? die Zehner? die einfachen Tausender? die Hunderttausender? rc.

1 1 1 1 1 1 1

(An die Wandtafel geschrieben.)

b. Hier steht die Ziffer 1 siebenmal. Welche davon steht in der ersten Stelle? in der vierten Stelle? in der 2. Stelle? rc.

Nun sagt mir, was jede 1 in der Ordnung von der rechten Hand gegen die linke bedeutet!

Die 1 in der ersten Stelle gilt 1 Einer. — Die in der zweiten Stelle gilt 1 Zehner, also 10mal 1 Einer. — Die 1 in der dritten Stelle gilt 1 Hunderter, also 10mal 1 Zehner ꝛc.

Mithin gilt jede 1 um eine Stelle weiter links immer zehnmal so viel, als die 1, welche ihr zur Rechten steht.

So thue man noch mit einigen andern Ziffern.

Hierauf diktire man verschiedene Zahlen und lasse sie von einzelnen Schülern an die Wandtafel senkrecht unter einanderschreiben, so lange, bis Alle sicher darin sind. Z. B.

	M.	Ht.	Zt.	T.	H.	Z.	E.
	VII.	VI.	V.	IV.	III.	II.	I.
4hundert und fünfzig = 4 H., 5 Z., 0 E.					4	5	0
3tausend 5hundert 79 = 3 T., 5 H., ꝛc.				3	5	7	9
25tausend 478			2	5	4	7	8
138tausend 594		1	3	8	5	9	4
3 Millionen 543tausend 765	3	5	4	3	7	6	5

ꝛc.

Zuletzt schreibe man selbst Zahlen an die Wandtafel und lasse sie lesen; z. B.

4567 = 4 Tausender, 5 Hunderter, 6 Zehner und 7 Einer;
= 4mal 1tausend, 5mal 1 hundert, 6mal 10 und 7mal 1;
= 4tausend 5hundert siebenundsechzig.

73,048 = 7 Zehntausender, 3 Tausender, 0 Hunderter ꝛc.
= 7 mal 10 oder 70taus. + 3 taus., zus. 73 taus. u. 48.

542,763 = 5 Hunderttausender. 4 Zehnt., 2 Tausender ꝛc.
= 5 mal 100 oder 500tausend + 4 mal 10 oder 40 tausend + 2tausend = 542tausend 763.

3'875,216 = 3 Millionen, 8 Hunderttaus., 7 Zehnt., 5 Taus. ꝛc.
= (3 mal 1 Million oder) 3 Millionen, 875tausend 216.

Auch das Zahlenlesen muß so lange fortgesetzt werden, bis die erforderliche Fertigkeit darin erreicht ist. Zur Erleichterung mag man sich, wie hier oben, einige Zeit lang des Komma bedienen.

II. Das Addiren.

Der Gang ist einfach. Wir addiren zuerst einstellige, dann zwei- und mehrstellige Zahlen. Beim Addiren zwei- und mehrstelliger Zahlen unterscheiden wir wieder Aufgaben ohne Uebergang und Aufgaben mit Uebergang. Was damit gemeint ist, ist dem Lehrer bekannt.

In Beziehung auf das Lehrfahren sei vorläufig nur bemerkt, daß man einzelne Schüler so lange an der Wandtafel laut vorrech-

nen lassen muß, bis man überzeugt sein kann, daß jeder von ihnen die Sache verstehe und selbstständig in derselben arbeiten könne. Das ist das beste, ja das einzige Mittel, das leidige Abschreiben von einander aus der Schule entfernt zu halten. Kann der Schüler eine Arbeit aus eigener Kraft verrichten; so bedarf er fremder Hilfe und unerlaubter Mittel nicht und mag sie in der Regel auch nicht. Es ist dieß aber nicht nur von Wichtigkeit für den gleichmäßigen Fortschritt der Schule, sondern auch von Bedeutung in sittlicher Beziehung.

1) Mit einstelligen Zahlen.

Beispiel 1. $8 + 5 + 9 + 7 = ?$

Berechnung:

8
5
9
7
29

Um die Zahlen leichter überblicken und zusammenzählen zu können, so setzen wir sie in gerader Linie untereinander. Zuletzt machen wir einen kleinen wagrechten Strich. Und nun suchen wir, wie viel die Zahlen zusammen machen.

a. $7 + 9 = 16$, $16 + 5 = 21$, $21 + 8 = 29$.

b. Man kann auch bei jeder Ziffer hinzusetzen, was sie gilt. Die Ziffer 7 gilt hier 7 Einer, die Ziffer 9 gilt 9 E. ꝛc. Zählt nun auch so die Zahlen zusammen!

7 Einer + 9 Einer = 16 E., 16 E. + 5 E. = 21 E., 21 E. + 8 E. = 29 E.; 29 E. = 2 Zehner 9 Einer. Das schreiben wir darunter, die 9 Einer in die erste Stelle, die 2 Zehner in die zweite. 2 Z. 9 E. = 29 Einer oder 29.

Wir haben nun die Zahlen zusammengezählt. Wir haben sie addirt; denn zusammenzählen heißt addiren, und addiren heißt zusammenzählen. Wir haben also addirt oder zusammengezählt. — Die Zahlen, welche man addirt oder zusammenzählt, nennt man Posten. Aus wie vielen Posten besteht unsere Rechnung? Wie heißt der erste Posten, von oben nach unten gezählt? Wie der zweite? ꝛc. Wie viel machen die 4 Posten zusammen? (29) Das ist die Summe. Was ist mehr: $8 + 5 + 9 + 7$, oder 29? Die Summe ist nur eine Zahl, und diese eine Zahl ist genau so groß, als die addirten Zahlen miteinander. Durch das Addiren oder Zusammenzählen wird also eine Zahl gefunden, die allein so viel beträgt, als zwei oder mehrere Zahlen zusammen.

Beispiel 2. $80 + 50 + 90 + 70 = ?$

Berechnung:

Was ist mit den gegebenen Zahlen zu thun? (Sie sind zu addiren oder zusammenzuzählen.) Wie heißen die Posten? Was sollen wir davon suchen? (Die Summe, d. i. die Zahl, welche allein so groß ist, als die 4 Posten zusammen.)

Wie addiren wir diese 4 Posten im Kopfe?

Antwort: 70 + 90 = 160, 160 + 50 = 210, 210 + 80 = 290.

Wie thun wir es aber hier an der Tafel?

80 In der ersten Reihe stehen 4mal 0 Einer; 4 × 0 Einer
50 = 0 Einer. Wir schreiben also in die erste Stelle eine
90 Null. — In der zweiten Reihe stehen die Zehner. 7 Z. +
70 9 Z. = 16 Z.; 16 Z. + 5 Z. = 21 Z.; 21 Z. + 8 Z.
290 = 29 Z.; 29 Z. = 2 Hunderter und 9 Zehner. Die 9 Zehner schreibt man in die zweite Stelle und die 2 Hunderter in die dritte. 2 Hunderter, 9 Zehner und 0 Einer = 290 Einer oder 290.

Anmerkung: Sollte es bei einzelnen Schülern daran fehlen, Einer in Zehner, Zehner in Hunderter, Hunderter in einfache Tausender ꝛc. zu verwandeln, oder umgekehrt; so ist dieß besonders zu üben. Man gibt Fragen: Wie viel Zehner und Einer sind 84 Einer? Wie viel Hunderter und Zehner sind 75 Zehner? u. s. f.

In der bezeichneten Weise werden nun nachstehende Aufgaben ausführlich durchgerechnet und dann nochmal zur Selbstbeschäftigung aufgegeben. Mit ihnen beginnt auch das zweite, für die Hand der Schüler bearbeitete, Aufgabenheft zum Zifferrechnen.

1)	7	40	800	3000	60000	200000	5000000
	5	70	700	8000	80000	400000	7000000
	8	50	600	7000	40000	600000	4000000
	6	90	900	6000	70000	800000	8000000

2) Mit zwei- und mehrstelligen Zahlen.

a) Ohne Uebergang.

53 + 44 = ?

Wie addirt man 53 und 44 im Kopfe?

Erstens: Man zählt zu 53 erst 40 und dann noch 4; 53 + 40 = 93; 93 + 4 = 97. Zweitens: 50 + 40 = 90, 3 + 4 = 7, 90 + 7 = 97.

Wie thut man es auf der Tafel?

53 53 = 5 Zehner 3 Einer, und 44 = 4 Zehner und
44 4 Einer; 4 E. + 3 Einer = 7 E., in die erste Stelle;
97 4 Z. + 5 Z. = 9 Z., in die zweite Stelle; 53 + 44 oder 5 Zehner 3 Einer und 4 Zehner 4 Einer = 9 Zehner 7 Einer, 97 Einer oder 97.

Eben so in den nachstehenden Fällen.

2) 24 + 62 = 86; 3) 360 + 520 = 880; 4) 234 + 453 = 687;
48 + 31 = 79; 450 + 240 = 690; 642 + 146 = 788;
35 + 52 = 87; 8600 + 1200 = 9800; 456 + 342 = 798;
63 + 34 = 97; 63000 + 25000 = 88000; 543 + 432 = 975.

5) 4560 + 5310 = 9870; 6) 3456 + 5342 = 8798.
3640 + 4230 = 7870; 76542 + 13247 = 89789.
65400 + 32400 = 97800; 246835 + 532132 = 778967.

b.

Mit Uebergang.

Beispiel 1. 46 + 8 + 9 = ?

Ausrechnung:

46
8
9
——
63

46 + 8 + 9 = 4 Zehner 6 Einer + 8 Einer + 9 Einer. 9 + 8 = 17, 17 + 6 = 23; 23 Einer = 2 Zehner + 3 Einer.

Anstatt 4 Zehner 6 Einer + 8 Einer + 9 Einer haben wir jetzt 4 Zehner + 2 Zehner 3 Einer.

Die 3 Einer schreiben wir unter die (addirten) Einer, in die erste Stelle; die 2 Zehner aber zählen wir mit den 4 Zehnern zusammen. 2 Zehner + 4 Zehner = 6 Zehner. Die kommen in die zweite Stelle.

Also ist 40 + 6 + 8 + 9 oder 46 + 8 + 9 = 6 Zehner + 3 Einer oder 63.

Aufgaben.

7) 63 + 9 + 6 = 78; 570 + 90 + 40 = 700.
58 + 4 + 7 = 69; 6500 + 800 + 300 = 7600.

Beispiel 2. 48 + 54 + 67 = ?

Ausrechnung:

Im Kopfe. Wir zählen zur ersten Zahl die zweite und zu dem, was sich ergibt die dritte. Zuerst suchen wir also, wie viel 48 + 54 ist. 40 + 50 = 90; 8 + 4 = 12; 90 + 12 = 102. Nun zählen wir 102 und 67 zusammen. 102 + 67 = 169. Also ist 48 + 54 + 67 = 169.

Wie thun wir es an der Tafel?

48
54
67
——
169

Wir addiren zuerst die Einer und dann die Zehner. 7 E. + 4 E. = 11 E.; 11 E. + 8 E. = 19 Einer; 19 Einer = 1 Zehner + 9 Einer. Die 9 Einer schreibe ich unter die Einer; den Zehner zähle ich hinüber zu den Zehnern. 1 Z.

+ 6 Z. = 7 Z.; 7 Z. + 5 Z. = 12 Z.; 12 Z. + 4 Z. = 16 Zehner. 16 Zehner = 1 Hunderter + 6 Zehner. Die 6 Zehner setze ich unter die Zehner, in die zweite Stelle; den Hunderter schreibe ich um eine Stelle vor, damit er in die dritte kommt.

Also ist 48 + 54 + 67 = 169.

Fragen: Wie viel ist 60 + 50 + 40? (150). Wie viel ist 7 + 4 + 8? (19.) Wie viel ist demnach 67 + 54 + 48?

Anm. Dergleichen Fragen sind sehr nützlich. Sie fördern die tiefinnere Ueberzeugung, daß die Partialsummen zusammen genommen wirklich die Summe aller einzelnen Posten sind.

8) 75 + 87 + 68 = 230. 45 + 76 + 98 = 219.
56 + 67 + 78 = 201. 38 + 83 + 69 = 190.

Die bisherigen Aufgaben konnten, mit Ausnahme von Nr. 5 und 6, auch im Kopfe gerechnet werden. Die folgenden sind ausschließlich für das Zifferrechnen. Findet man für nöthig, die Schüler noch mehr im mündlichen Addiren zu üben, so thue man es in einigen halben Stunden besonders. Wir rathen aber, über dreistellige Zahlen nicht hinaus zu gehen.

Beispiel 3.
```
 327
 468
 579
----
1374
```

9 E. + 8 E. = 17 E., 17 E. + 7 E. = 24 E.; 24 E. = 2 Zehner + 4 Einer. Die 4 Einer schreibe ich unter die Einer; die 2 Zehner zähle ich hinüber zu den Zehnern.

Was haben wir nun zusammengezählt? (9 + 8 + 7.) Wie viel macht das zusammen? (24). Wie viel haben wir davon hingeschrieben? (4 Einer.) Wie viel haben wir im Sinne? (2 Zehner.) Was haben wir noch zusammen zu zählen? (320 + 460 + 570.)

2 Z. + 7 Z. = 9 Z.; 9 Z. + 6 Z. = 15 Z., 15 Z. + 2 Zehner = 17 Zehner; 17 Zehner = 1 Hunderter + 7 Zehner. Die 7 Zehner schreibe ich unter die Zehner; den Hunderter zähle ich zu den Hundertern in der dritten Reihe.

Wie viel haben wir bis jetzt zusammengezählt? (27 + 68 + 79.) Wie viel macht das zusammen? (170 + 4 oder 174.) Wie viel ist davon hingeschrieben? (74) Wie viel haben wir im Sinne behalten? (100.) Was ist noch zusammen zu zählen? (300 + 400 + 500.)

1 H. + 5 H. = 6 H., 6 H. + 4 H. = 10 H., 10 + 3 H. = 13 H.; 13 Hunderter = 1 Tausender + 3 Hunderter. Die 3 Hunderter schreibe ich unter die Hunderter, in die dritte Stelle; den Tausender aber setze ich um eine Stelle weiter vor, so daß er in die 4te kommt.

Also ist 327 + 468 + 579 = 1374.

— In derselben Weise werden auch die nächstfolgenden Aufgaben behandelt. Es kommt hierbei durchaus nicht darauf an, daß in einer Stunde eine große Anzahl von Aufgaben, sondern daß recht gründlich und einsichtlich gerechnet werde. Erst wenn sich der Schüler über seine Operationen klar und geläufig aussprechen kann, wird zum Schnellrechnen übergegangen, wobei die Benennungen, welche den Stellenwerth der Ziffern bezeichnen, als: Einer, Zehner, Hunderter ꝛc. weggelassen werden.*)

9)	10)	11)	12)	13)
357	6583	4849	58352	782457
468	8397	3754	47507	834094
479	9758	6983	73896	574683
245	4684	5872	96585	283940
1649	29422	21458	276340	2475174

14)	15)	16)	17)
61041	415	7400	97531
3456	12345	309	864207
345146	234567	50684	6795834
718	345678	78381	531700
98765	56789	589753	9876
509126	649794	726527	8299148

a 8753947 d 4895827 h 9876543
b 5986289 e 5984378 i 4686424
c 7567463 f 7695796 k 3579753
g 5678987

Die Summe von den Zahlen

18) a b c d e = 33187904. 23) f g h i k = 31517503.
19) b c d e f = 32129753. 24) g h i k a = 32575654.
20) c d e f g = 31822451. 25) h i k a b = 32882956.
21) d e f g h = 34131531. 26) i k a b c = 30573876.
22) e f g h i = 33922128. 27) k a b c d = 30783279.

28) a b c d e f = 40883700. 33) f g h i k a = 40271450.
29) b c d e f g = 37808740. 34) g h i k a b = 38561943.
30) c d e f g h = 41698994. 35) h i k a b c = 40450419.
31) d e f g h i = 38817955. 36) i k a b c d = 35469703.
32) e f g h i k = 37501881. 37) k a b c d e = 36767657.

*) Man könnte fragen: Warum denn nicht gleich das Verfahren, das beim Schnellrechnen eingehalten wird? Warum zuerst so ausführlich und umständlich? Die Antwort ist: Weil der Schüler beim Rechenunterrichte alles, was er thut, verstehen und überall den Grund des Verfahrens erkennen soll; weil nur das klare Verständniß der einzelnen Operationen Einsicht in ihren Zusammenhang gibt, vor auffallenden Irrungen schützt und die Anwendung erleichtert; weil gerade in der einsichtlichen Behandlung dieses Lehrgegenstandes das Bildende desselben liegt, und weil der Schüler nur unter diesen Umständen Interesse an der Sache gewinnt.

38) a b c d e f g = 46562687. 43) f g h i k a b = 46257739.
39) b c d e f g h = 47685283. 44) g h i k a b c = 46129406.
40) c d e f g h i = 46385418. 45) h i k a b c d = 45346246.
41) d e f g h i k = 42397708. 46) i k a b c d e = 41454081.
42) e f g h i k a = 46255828. 47) k a b c d e f = 44463453.

48) Alle, ohne a = 55951460. 53) Alle, ohne f = 57009611.
49) „ „ b = 58719118. 54) „ „ g = 59026420.
50) „ „ c = 57137944. 55) „ „ h = 54828864.
51) „ „ d = 59809580. 56) „ „ i = 60018983.
52) „ „ e = 58721029. 57) „ „ k = 61125654.

58) 2534 + 313 + 27684 + 82 + 921501 + 9 = 952123.
59) 8423 + 30250 + 616 + 27015 + 939 + 39 = 67282.
60) 39 + 7932 + 8 + 360258 + 316 + 49502 = 418055.
61) 632590 + 29 + 92504 + 9 + 3731 + 531 = 729394.
62) 96611 + 87332 + 488 + 50600 + 30 + 98456 = 333517.
63) 79854 + 54354 + 12365 + 52864 + 67890 = 267327.
64) 17999 + 18431 + 32669 + 614 + 73922 + 183 = 143818.
65) 8352 + 17507 + 96 + 984 + 4875 = 31814.
66) 61041 + 3456 + 345146 + 718 + 98765 = 509126.
67) 415 + 12345 + 234567 + 345678 + 56789 = 649794.
68) 20756 + 27572 + 10879 + 68496 + 49680 + 90648 + 47572 + 83072 + 20487 + 72684 + 29726 + 31847 + 68439 + 63874 = 685732.
69) 798477 + 458796 + 179476 + 976458 + 368974 + 287683 + 4784 + 9876 + 37264 + 29 + 327947 + 46879 + 796 + 487684 + 8 + 879 + 779684 + 846798 = 5612492.
70) Welche Zahl ist um 758976 + 849045 größer, als 235875 + 456789? Antwort: 2300685.
71) Ich nahm von einer Zahl erst 8753, von dem Reste wieder 9584 und behielt noch 26725 übrig. Welche Zahl war's Anfangs? 45062.
72) Addire die fünf Zahlen, welche zunächst vor einer Million stehen! Summe: 4999985.
73) Von 5 Posten heißt der erste 65840; der zweite ist um 93782 größer, als der erste; der dritte ist wieder um 34713 größer, als der zweite; der vierte ist wieder 36946 größer, als der dritte, und der fünfte endlich ist wieder um 920360 größer, als der vierte. Wie groß ist die Summe aus ihnen allen? Antwort: 1802719.

74) Im Königreiche Bayern hat der Regierungsbezirk

	Q.-M.;	Familien;	Einwohner;	Städte;	Mktfl.;	Dörfer.
Oberbayern:	312;	158059;	734831;	21;	47;	6035.
Niederbayern:	194;	114347;	549596;	12;	57;	5084.
Pfalz:	105;	126812;	611476;	27;	17;	771.
Oberpfalz:	174;	107241;	468479;	32;	61;	2730.
Oberfranken:	127;	122506;	499709;	34;	53;	2117.
Mittelfranken:	138;	117599;	533830;	37;	65;	1904.
Unterfranken:	169;	117614;	595748;	44;	37;	1149.
Schwaben:	174;	132169;	565783;	23;	55;	2497.
Summa:	1393;	996347;	4559452;	230;	392;	22287.

75) München hat 106715 Einw., Landshut 11437, Speier 8468, Regensburg 25897, Bayreuth 18640, Ansbach 12120, Würzburg 30804, Augsburg 39340. Wie viele Einwohner haben diese Städte zusammen? Antwort: 253421.

76) Vom 1. Oktober 1852 bis 30. September 1853 wurden nach München gebracht: 1732 Ochsen, 4592 Kühe, 448 Stiere, 308 Rinder, 5881 Schweine, 727 Schafe und 43959 Kälber; wie viel Stück Vieh im Ganzen? Antwort: 57647.

77) Ein Mann besitzt an Kapitalien 13725 fl., an Haus und Feld 8958 fl. und an Hausgeräthe (Mobilien) 1384 fl. Wie groß ist sein Vermögen? Antwort: 24067 fl.

78) Ein Bauherr zahlte dem Maurer 1894 Thlr., dem Zimmermeister 1568 Thlr., dem Schreiner 598 Thlr., dem Schlosser 275 Thlr., dem Glaser 187 Thlr. und dem Tapezirer 245 Thlr. Wie hoch ist ihm das Gebäude gekommen?
Antwort: Auf 4767 Thlr.

III. Das Subtrahiren.

Wie beim Addiren, so geben wir auch hier zuerst Uebungen mit einstelligen, dann Uebungen mit zwei- und mehrstelligen Zahlen. Letztere theilen wir in solche, wo ein Borgen nicht stattfindet, und in solche, wo es stattfindet und zwar ohne Nullen und mit Nullen.

1) Mit einstelligen Zahlen.

Beispiel: 800 — 500 = ?

Berechnung:

Wie viele Zahlen sind hier gegeben? Was ist mit ihnen zu thun? Will man dieß auf der Tafel rechnen, so schreibt man die

beiden Zahlen wie beim Addiren unter einander, doch so, daß die kleinere Zahl unter die größere zu stehen kommt.

800
500
300

Die Ziffern 8 und 5 stehen in der dritten Stelle; sie bedeuten also Hunderter, nämlich 8 H. und 5 Hunderter. Zehner und Einer sind nicht dabei. Die ganze Aufgabe besteht daher darin, 5 Hunderter von 8 Hundertern abzuziehen. 5 H. von 8 H. bleiben 3 Hunderter. An die Stelle der Zehner und Einer setzen wir 2 Nullen. 800 — 500 = 300.

Abziehen heißt subtrahiren, und subtrahiren heißt abziehen. Wir haben also zwei Zahlen von einander abgezogen oder subtrahirt. 800 ist die volle Zahl und wird daher die Vollzahl (Minuend) genannt. 500 heißt hier, weil sie abgezogen wird, der Abzug oder die Abzugszahl (der Subtrahend.) Die Zahl 300 nennt man, weil sie übrig bleibt, den Rest. Da dieselbe zugleich anzeigt, um wie viel sich 800 und 500 von einander unterscheiden; so wird sie auch der Unterschied (die Differenz) genannt.

Folgende Aufgaben werden zuerst frei im Kopfe, dann, wie hier oben gezeigt, mit Ziffern gerechnet.

1)	9	50	80	90	70	700	900	600	800
	4	30	50	40	20	400	500	300	200

2)	9000	8000	7000	60000	80000	90000
	7000	4000	6000	20000	50000	40000

3)	800000	700000	900000	800000	700000
	300000	500000	500000	600000	400000

2) Mit zwei= und mehrstelligen Zahlen.

a. Ohne zu borgen.

Beispiel 1.

57
5
52

57 = 5 Zehner 7 Einer. Davon sind 5 Einer wegzunehmen. Die ziehe ich von den 7 Einern ab. 5 Einer von 7 Einern bleiben 2 Einer. Von den 5 Zehnern wird nichts weggenommen. Sie bleiben übrig, wie sie sind. 5 Einer von 5 Z. 7 E. bleiben also 5 Z. 2 E., 52 Einer oder 52; 57 — 5 = 52.

57 ist die Vollzahl, 5 der Abzug, 52 der Rest oder Unterschied.

4)	48	75	580	7900	87000
	6	3	40	600	5000

Beispiel 2. 67 — 42 = ?

Im Kopfe: Ich nehme von 67 zuerst 40 weg und von dem, was übrig bleibt, noch 2; 67 — 40 = 27, 27 — 2 = 15; 67 — 42 = 25. Oder: Ich nehme die 4 Zehner von den 6 Z. und die 2 Einer von den 7 Einern. 4 Z. von 6 Z. bleiben 2 Z., und 2 E. von 7 Einern bleiben 5 E.; 2 Z. 5 E. = 25 Einer; also ist 67 — 42 = 25.

Mit Ziffern:

67
42
25

2 Einer von 7 Einern bleiben 5 Einer; 4 Zehner von 6 Zehnern bleiben 2 Zehner; also sind 6 Zehner 7 Einer weniger 4 Zehner 2 E. = 2 Z. 5 E.; 67 — 42 = 25.

5)	59	87	750	9800	68000
	35	54	340	6700	4800

Beispiel: 3.

658
245
413

Ich soll 245 von 658 oder 2 Hunderter, 4 Zehner und 3 Einer von 6 Hundertern, 5 Zehnern und 8 Einern wegnehmen. 5 Einer von 8 Einern bleiben 3 Einer. 4 Zehner von 5 Zehnern bleibt 1 Zehner.

Wie viel hast du bis jetzt abgezogen? (45.) Wovon? (Von 58.) Wie viel ist 58 — 45? (13.) Wie viel ist noch abzuziehen? (200.) Wovon nimmst du diese weg? (Von 600.)

2 Hunderter von 6 Hundertern bleiben 4 Hunderter. Der Rest beträgt also 4 Hunderter, 1 Zehner und 3 Einer oder 413. Mithin ist 658 — 245 = 413.

Fragen: Wie viel ist 600 — 200? 650 — 240? 658 — 245? So werden auch die folgenden Exempel ausgerechnet.

6) 867 — 642 = 234.
968 — 753 = 215.
579 — 432 = 147.

7) 7865 — 3452 = 4413.
47580 — 45270 = 2310.
987600 — 234500 = 753100.

8)	69584	56789	89786
	45123	54321	65741
	24461	2468	24045

9)	987678	597486	10)	6857794	7890654
	123456	452304		3456780	7650123
	864222	145182		3401014	240531

b. Borgen, ohne Nullen.

Beispiel 1. 83 — 38 = ?

Im Kopfe: Von 83 soll 38 abgezogen werden. Ich nehme erst 30 weg, dann 8. 83 — 30 = 53, 53 — 8 = 45.

Mit Ziffern: $\begin{array}{r} {}^{13} \\ 8.\,3 \\ 3\ \ 8 \\ \hline 4\ \ 5 \end{array} = \begin{array}{r} 8.\,3 \\ 3\ \ 8 \\ \hline 4\ \ 5 \end{array} = \begin{array}{r} 70 + 13 \\ 30 + \ \ 8 \\ \hline 40 + \ \ 5 \end{array}$

8 Einer von 3 Einern kann ich nicht abziehen. Ich borge daher bei den 8 Zehnern einen Zehner und zeige dieß durch einen Punkt hinter der 8 an. Der geborgte Zehner = 10 Einer. 3 E. waren schon vorhanden, 10 Einer habe ich dazu entlehnt; also habe ich nun 13 Einer. Anstatt 8 Zehner 3 E. haben wir jetzt 7 Z. 13 Einer, was eben so viel ist. Nun ziehe ich 3 Z. 8 Einer von 7 Z. 13 Einer ab. 8 Einer von 13 E. bleiben 5 E., und 3 Z. von 7 Zehnern bleiben 4 Z.; also ist 83 — 38 = 45.

Ebenso, streng darauf sehend, daß sich der Schüler über seine Operationen klar ausspreche, lasse man auch die nachstehenden Aufgaben rechnen.

11) 51 — 25 ? 76 — 48? 62 — 27 = ? 95 — 59 = ? 86 — 68 = ?

Beispiel 2. 753 — 468 = ?

Im Kopfe: Von 753 soll 468 weggenommen werden. Ich nehme zuerst 400 weg, dann 60, dann 8. **7**53 — 400 = **3**53; 3**5**3 — 60 = 2**93**; 2**93** — 8 = 2**85**.

Mit Ziffern: $\begin{array}{r} {}^{14\,13} \\ 7.5.3 \\ 4\ 6\ 8 \\ \hline 2\ 8\ 5 \end{array}$ abgekürzt $\begin{array}{r} 7.5.3 \\ 4\,6\,8 \\ \hline 25\ 6 \end{array}$

Von 753 soll 468 d. i. von 7 H., 5 Z. und 3 Einer sollen 4 H., 6 Z. und 8 E. abgezogen werden. 8 Einer von 3 Einern abzuziehen geht nicht. Ich borge mir daher bei den 5 Zehnern 1 Zehner. 1 Zehner und 3 Einer = 13 Einer. Anstatt 7 H., 5 Z. und 3 E. habe ich jetzt 7 H., 4 Z., 13 E., was eben so viel ist. 8 Einer von 13 Einern bleiben 5 Einer.

Was haben wir nun gerechnet? (Wir haben 8 E. von 13 E. abgezogen.) Wie viel bleibt? (5 E.) Was haben wir noch zu rechnen? (Wir haben noch 460 von 740 abzuziehen.)

6 Zehner von 4 Zehnern wegzunehmen, geht nicht. Ich borge mir daher bei den 7 Hundertern einen Hunderter. 1 H. und 4 Z. = 14 Z. Anstatt 7 H. und 4 Z. haben wir jetzt 6 H. und 14 Z., was gleich viel ist. 6 Z. von 14 Z. weg, bleiben 8 Z.

Was ist bis jetzt gerechnet? (68 ist von 153 abgezogen.) Wie viel bleibt? (85.) Was ist noch zu rechnen? (Jetzt ist noch 400 von 600 wegzunehmen.)

4 Hunderter von 6 Hundertern weg, bleiben 2 Hunderter. Der Rest beträgt also 2 H., 8 Z. und 5 E. = 285.

12) 345 — 158 = 187; 524 — 275 = 249; 765 — 567 = 198; 975 — 579 = 396. 864 — 479 = 385.

Die bisherigen Aufgaben eignen sich zum Theil auch für das mündliche Rechnen. Die folgenden sind blos für das schriftliche. In dem Falle, daß das Subtrahiren mit zwei- und dreistelligen Zahlen frei im Kopfe noch nicht durchaus sicher und fertig geht, ist dasselbe in einigen halben Stunden für sich allein zu üben.

Beispiel 3. 8752 — 4984 = ?

Ausrechnung.

16 14 12			
8. 7. 5. 2	=	8. 7. 5. 2	
4 9 8 4		4 9 8 4	
3 7 6 8		3 7 6 8	

13) 5784 — 3847 = 1937. 6543 — 4567 = 1976. 7531 — 789 = 6742. 9147 — 4581 = 4566.

14) 45973 — 27948 = 18205. 75941 — 46983 = 28958. 384135 — 157051 = 227084. 752816 — 483475 = 269341.

15) 89.5.8.47.2	5.37.4.6.2.8	7.6.5.4.3.2.1	5.7.4.63.5.1
4869747	3456789	5678976	3847182
2088725	1917839	1975345	1899169

c) Borgen, mit Nullen.

Beispiel 1. 30 — 7 = ?

Ausrechnung:

10		
3. 0	=	3. 0
7		7
2 3		2 3

Von 30 soll 7 abgezogen werden. 30 = 3 Zehner und 0 E. 7 Einer von 0 Einern wegzunehmen, geht nicht. Ich borge mir daher bei den 3 Zehnern einen Zehner. 1 Z. = 10 Einer. Für 3 Zehner stehen jetzt 2 Zehner und 10 Einer (20 + 10.) Nun ist es möglich, die 6 Einer abzuziehen. 7 Einer von 10 Einern bleiben 3

Einer. Die 2 Zehner bleiben übrig, wie sie sind. Also ist 30 oder 20 + 10 weniger 7 = 20 + 3 oder 23.

16) 20 — 5 = 15.
40 — 4 = 36.
70 — 6 = 64.
80 — 7 = 73.

17) 70 — 25 = 45.
370 — 246 = 124.
2780 — 1375 = 1405.
7650 — 5678 = 1972.

Beispiel 2. 307 — 243 = ?

Ausrechnung.

10 3. 0 7	=	3. 0 7
2 4 3		2 4 3
6 4		6 4

18) 905 — 453 = 452.
704 — 432 = 272.

8057 — 3548 = 4509.
60578 — 54539 = 6039.

Beispiel 600 — 432 = ?

Ausführung:

9 10. 10 6. 0. 0	=	6. 0. 0
4 3 2		4 3 2
1 6 8		1 6 8

2 E. von 0 Einer kann ich nicht abziehen. Einen Zehner kann ich nicht borgen, denn es sind keine da. Ich borge daher bei den Hundertern. Von 6 Hundertern 1 Hunderter weggenommen, bleiben noch 5 H.; ich deute dieß durch einen Punkt hinter 6 an. Das weggenommene Hundert hat 10 Zehner. Für 6 Hundert stehen nun 5 H. + 10 Z. Von diesen 10 Zehnern nehme ich 1 Z. weg; es bleiben also noch 9 Zehner, und das deute ich durch einen Punkt bei 10 (oder 0) an. Der weggenommene Zehner hat 10 Einer. Anstatt 6 H. habe ich jetzt 5 Hunderter 9 Z. und 10 E., was eben so viel ist. Davon ziehe ich nun 432 ab.

19)	8.0.0	8.0.4	6 7.0.0	9.0.0.0
	3 5 7	4 5 6	2 4 6 8	3 5 7 9
	4 4 3	3 4 8	4 2 3 2	5 4 2 1

20)	7.0.0.5	6.0.0.0.4	4.0.0.1.0.0
	4 7 5 6	2 3 5 7 8	1 2 3 4 9
	2 2 4 9	3 6 4 2 6	3 8 7 7 4 1

21) Wie viel ist 5040302 mehr, als 1346705? (3693597.)
22) Wie viel ist 75310 weniger, als 90000? (14690.)
23) Wie groß ist der Unterschied zwischen 132435 und 900432? Antwort: 767997.
24) Wie viel ist eine Million mehr, als 497325? (502675.)
25) Wie viel muß ich zu 987654 legen, um 3010501 zu erhalten? Antwort: 2022847.

Das Addiren und Subtrahiren in gegenseitiger Beziehung.

1)

8549	= a
7864	= b
3056	= c
4125	= d
23594	= a + b + c + d
− 8549	= a
15045	= b + c + d
− 7864	= b
7181	= c + d
− 3056	= c
4125	= d

Wie verhalten sich die 4 Posten (a + b + c + d) zusammen genommen zur Summe? (Die 4 Posten zusammen genommen sind gleich der Summe.)

Wenn ich daher den Posten a von der Summe wegnehme, welche Posten sind in dem Reste 15045 noch enthalten? (Die Posten b + c + d.)

Weist es nach! (Die Posten b + c + d werden addirt.)

Nimmt man von der Zahl 15045 den Posten b weg, so bleibt 7181. Welche Posten sind in dieser Zahl noch enthalten? (c + d) Nachweis! (3056 + 4125 = 7181.)

Nimmt man nun von 7181 den Posten c weg, wie viel muß dann der Rest betragen? (4125.) Führt es aus!

Ist richtig addirt, so kann man alle Posten von der Summe nach und nach abziehen, und zuletzt geht es gerade auf. Darum kann man die Subtraktion zur Probe für die Addition benützen.

Dieß ist noch an einigen Exempeln durchführen zu lassen.

2)

7385	= a
4839	= b
2546	= c
7385	= b + c = a

Nimmt man b von a weg, so bleibt c Rest. Hierdurch ist die Zahl a in die zwei Theile b und c zerlegt. Vereinigt man dieselben wieder in eine Zahl, so muß sich das Ganze, nämlich a, wieder ergeben, vorausgesetzt, daß richtig abgezogen worden ist.

Um also zu prüfen, ob eine Subtraktions-Aufgabe richtig gerechnet ist, darf ich nur den Abzug und den Rest zusammenzählen. Ist die Summe dieser beiden

Zahlen der Vollzahl gleich, so ist die Rechnung richtig; wenn nicht, so ist sie falsch.

Bei Berechnung der folgenden Aufgaben werde diese Probe fleißig angewendet.

a) 1005003	d) 764673	g) 401020
b) 954231	e) 610894	h) 348976
c) 806452	f) 579315	i) 298789

26) a—b= 50772.	38) b—g=553211.	50) d—h=415697.
27) a—c=198551.	39) b—h=605255.	51) d—i=465884.
28) a—d=240330.	40) b—i=655442.	52) e—f= 31579.
29) a—e=394109.	41) c—d= 41779.	53) e—g=209874.
30) a—f=425688.	42) c—e=195558.	54) e—h=261918.
31) a—g=603983.	43) c—f=227137.	55) e—i=312105.
32) a—h=656027.	44) c—g=405432.	56) f—g=178295.
33) a—i=706214.	45) c—h=457476.	57) f—h=230339.
34) b—c=147779.	46) c—i=507663.	58) f—i=280526.
35) b—d=195558.	47) d—e=153779.	59) g—h= 72044.
36) b—e=343337.	48) d—f=185358.	60) g—i=102231.
37) b—f=374916.	49) d—g=363653.	61) h—i= 50187.

62) 326431—89752=236679.
834256—19578=814678.
50809—26337= 24472.

63) 903040—81426=821614.
49008—36805=12203.
10001— 5704=4297.

64) Um wie viel ist 190549 kleiner, als 360258? Um 179709.
65) Um wie viel ist 654321 mehr, als 123456? Um 530865.
66) Um wie viel unterscheidet sich 4009000 von 34567? Um 3974433.
67) Von 36208 soll 25736 übrig bleiben; wie viel ist wegzunehmen? Antwort: 10472.
68) Wie viel muß ich zu 23456 legen, um 40008 zu erhalten? Antwort: 16552.
69) Zwei Zahlen, addirt, machen 5748; die eine heißt 2795, wie die andere? Antwort: 2953.
70) (39562 + 258376 + 302062) — 35794 = 564206.
71) 3050050 — (236084 + 395271 + 436821) = 1981874.
72) 802000 ist die Summe von 4 Zahlen, von denen die erste 27365, die zweite 506991 und die dritte 17256 heißt. Wie heißt die vierte Zahl? Antwort: 250388.
73) Ein Schüler sucht den Unterschied zwischen 1001001 und 678987; er findet 323024. Um wie viel hat er sich geirrt? Antwort: Um 1010.

74) Hans und Michel spielen um Bohnen. Jeder hat Anfangs 257 Stück. Am Ende hat Hans 319. Wie viel hat Michel verloren?
Antwort: 62.

75) Um wie viel ist Oberbayern größer und bevölkerter als jede der anderen bayerischen Provinzen? (Siehe S. 84, Aufg. 74.)

Oberbayern hat 118 Q.-M. und 185235 Einwohner mehr, als Niederbayern.
207 Q.-M. und 123355 Einwohner mehr, als die Pfalz.
138 Q.-M. und 266352 Einwohner mehr, als die Oberpfalz.
185 Q.-M. und 235122 Einwohner mehr, als Oberfranken.
174 Q.-M. und 201001 Einwohner mehr, als Mittelfranken.
143 Q.-M. und 139083 Einwohner mehr, als Unterfranken.
138 Q.-M. und 169048 Einwohner mehr, als Schwaben.

76) Nürnberg, die zweitgrößte Stadt in Bayern, zählt 53638 Seelen. Wie viele Einwohner hat sie weniger, als München? wie viel aber mehr, als jede der 7 Provinzialhauptstädte Bayerns? (S. Seite 84, Aufg. 75.)

Nürnberg hat 53077 Einw. weniger als München; aber 42201 mehr als Landshut, 45170 mehr als Speier, 27741 mehr als Regensburg, 34998 mehr als Bayreuth, 41518 mehr als Ansbach, 22834 mehr als Würzburg, 14298 mehr als Augsburg.

77) Hannover ist 698 Q.-M. groß und hat 1819253 Einw.; das Königr. Sachsen ist 272 Q.-M. groß und hat 1894431 Einw.; Würtemberg ist 354 Q.-M. groß und hat 1726716 Einw. a) Um wie viel ist Bayern größer und bevölkerter als jedes dieser drei Königreiche? b) Wie steht Bayern nach Größe und Bevölkerung zu allen dreien zusammen genommen?

(Ueber die Größe und Bevölkerung Bayerns gibt Aufg. 84 S. 74 Aufschluß.)

a) Bayern hat 695 Q.-M. und 2740199 Einwohner mehr als Hannover,
1121 Q.-M. und 2665021 Einwohner mehr als Sachsen,
1039 Q.-M. und 2832736 Einwohner mehr als Würtemberg,
b) „ „ 69 Q.-M. mehr, aber 880948 Einwohner weniger als alle drei.

78) Die vereinigten Staaten von Nordamerika zählten im Jahre 1793 3929328 Einw. und im Jahre 1851 23267498. Wie viel beträgt demnach allda die Zunahme der Bevölkerung in dieser Zeit?
Antwort: 19338170 Einwohner.

79) Ein Mann besitzt an Gebäuden 3785 fl., an Feldern 13498 fl. und an Geräthschaften 2468 fl.; dagegen schuldet er an A 1575 fl., an B 986 fl. und an C 2587 fl. Wie viel reines Vermögen besitzt derselbe? Antwort: 14603. fl.

80) Ein Kaufmann hat 348 Pfd. Rauchtabak. Nach einiger Zeit wiegt er seinen Vorrath wieder und findet, daß derselbe 175 Pfd. beträgt. Wie viel hat er inzwischen verkauft?
Antwort: 173 Pfd.

IV. Das Multipliciren.

Maßgebend für den Stufengang ist hier die Anzahl der Stellen des Multiplikators, und dieser ist entweder einstellig, oder zweistellig oder drei- und mehrstellig. Die hierdurch sich ergebenden Hauptübungsstufen zerfallen wieder in verschiedene Uebungen, welche jedoch in ihrer Aufeinanderfolge am besten aus den behandelten Beispielen selbst zu erkennen sind.

1) Der Multiplikator ist einstellig.

A. Mündlich.

a. Das kleine Einmaleins, recht tüchtig wiederholt.

b. 3 mal 90 ?	3 × 900 ?	3 × 9000 ?	3 × 90000 ?
4 × 50 ?	4 × 500 ?	4 × 5000 ?	4 × 50000 ?
6 × 70 ?	6 × 700 ?	6 × 7000 ?	6 × 70000 ?
8 × 80 ?	8 × 800 ?	8 × 8000 ?	8 × 80000 ?

c. 5 mal 14 ?	5 × 140 ?	2 × 123 ?	6 × 567 ?
2 × 36 ?	2 × 360 ?	3 × 234 ?	7 × 678 ?
7 × 25 ?	7 × 250 ?	4 × 345 ?	8 × 789 ?
9 × 72 ?	9 × 720 ?	5 × 456 ?	9 × 891 ?

Beispiel 1. 3 × 90000 ?

Ausrechnung: 3 mal 90 = 270; 3 × 90 Tausend = 270 Tausend. — Oder 90000 = 9 Zehntausender; 3 × 90000 = 3 × 9 Zehntausender; 3 × 9 Zehntausender = 27 Zehntausender = 270 Tausend.

Beispiel 2. 3 × 234 = ?

Ausrechnung: 3 × 234 = 3 × 200, 3 × 30 und 3 × 4; 3 × 200 = 600; 3 × 30 = 90; zusammen 690; 3 × 4 = 12; 690 × 12 = 702. Also ꝛc.

B. Schriftlich.

Beispiel 1. 3 mal 32 = ?

Ausrechnung:

a.
```
 32
 32
 32
---
 96
```

kurz: b.
```
 32
  3
---
 96
```

a. 3 mal 32 = 32 + 32 + 32; 2 + 2 + 2 oder 3 mal 2 = 6; 30 + 30 + 30 oder 3 × 30 = 90; 90 + 6 = 96.

b. Ich setze die Zahl 32 nur einmal. Daß sie 3 mal genommen werden soll, zeige ich durch die Ziffer 3 darunter an. Anstatt 2 + 2 + 2 sage ich gleich: 3 mal 2; 3 mal 2 = 6; die 6 schreibe ich in die erste Stelle unter die 3. Anstatt 3 Z. + 3 Z. + 3 Z. spreche ich gleich: 3 mal 3 Z.; 3 mal 3 Z. = 9 Zehner; die 9 Zehner schreibe ich in die zweite Stelle. Also ist 3 mal 32 = 9 Z. + 6 E. oder 96.

Wir haben nun die Zahl 32 dreimal genommen und 96 erhalten. 96 ist daher das 3fache von 32. Wenn man das 2fache, oder das 3fache, oder das 4fache, also überhaupt ein Vielfaches von einer Zahl sucht und es auf die zweite, nämlich auf die kürzere Weise thut; so vervielfacht oder multiplicirt man sie. Wir haben somit die Zahl 32 vervielfacht oder multiplicirt und zwar durch 3. Die Zahl 32, welche multiplicirt worden ist, wird Multiplikand genannt, und die Zahl 3, welche anzeigt, wie oft die 32 genommen worden ist, Multiplikator. Die Zahl 96, die sich hieraus ergeben hat, ist das Produkt.

In derselben Weise werden auch noch folgende Aufgaben behandelt.

1) 2mal 41 = 82; 4mal 212 = 848; 2mal 3421 = 6842.
3 × 23 = 69; 3 × 123 = 369; 3 × 2132 = 6396.

Beispiel 2. 4 mal 36 = ?

a.	kurz: b.
36	36
36	4
36	144
36	
144	

a. 4 mal 36 = 36 + 36 + 36 + 36; 6 + 6 + 6 + 6 od. 4 mal 6 = 24 = 2 Zehner + 4 Einer. Die 4 Einer schreibe ich unter die Einer; die 2 Zehner behalte ich im Sinne und zähle sie zu den Zehnern. 3 Zehner + 3 Z. + 3 Z. + 3 Z. oder 4 mal 3 Z. = 12 Z. und 2 Z. dazu = 14 Z. oder 1 H. + 4 Z.; die 4 Z. setze ich in die zweite Stelle, unter die Zehner; den Hunderter schreibe ich in die dritte Stelle. Also ꝛc.

b. Ich schreibe die Zahl 36 nur einmal und zeige, daß sie 4 mal genommen werden soll, durch die Ziffer 4 darunter an. 4 mal 36 = 4 mal 30 + 4 mal 6. Ich rechne zuerst 4 mal 6, dann 3 mal 30. 4 mal 6 = 24 = 2 Z. + 4 E. Wie beim Addiren schreibe ich auch jetzt nur die 4 Einer und behalte die 2 Zehner im Sinne. 4 mal 3 Z. = 12 Z.; 12 Z. + 2 Z. = 14 Z. = 1 H. + 4 Z.

Aufgaben:

2) 5 mal 75 = 375. 3 mal 364 = 1092. 2 mal 7658 = 15316.
6 × 84 = 504. 4 × 573 = 2392. 3 × 4567 = 13701

7 × 63 = 441. 5 × 987 = 4935. 4 × 5793 = 23172.
8 × 96 = 768. 6 × 789 = 4734. 5 × 6789 = 33945.
9 × 52 = 468. 7 × 642 = 4494. 6 × 4852 = 29112.

7 mal 23456 = 164192. 9 mal 56789 = 511101.
8 × 34567 = 276536. 5 × 13474 = 67870.
8 × 45678 = 365424.

Beispiel 3. 3 mal 560 = ?

```
 560          kurz:  560
 560                   3
 560                 ----
 ----                1680
 1680
```

Aufgaben:

3) 2mal 60; 4 mal 706; 3mal 260; 2mal 400; 4mal 5008.
5 × 70; 6 × 908; 5 × 890; 7 × 600; 6 × 7090.
7 × 80; 8 × 505; 6 × 540; 9 × 700; 8 × 9400.

4) **753869**, mult.	**46805, 2** mult.	**315796**, mult.
durch 2 = 1507738.	durch 2 = 493610.	durch 2 = 631592.
" 3 = 2261607.	" 3 = 740415.	" 3 = 947388.
" 4 = 3015476.	" 4 = 987220.	" 4 = 1263184.
" 5 = 3769345.	" 5 = 1234025.	" 5 = 1578980.
" 6 = 4523214.	" 6 = 1480830.	" 6 = 1894776.
" 7 = 5277083.	" 7 = 1727635.	" 7 = 2210572.
" 8 = 6030952.	" 8 = 1974440.	" 8 = 2526368.
" 9 = 6784821.	" 9 = 2221245.	" 9 = 2842164.

5678943, mult.	**9849576**, mult.	**4708050**, mult.
durch 2 = 11357886.	durch 2 = 19699152.	durch 2 = 9416100.
" 3 = 17036829.	" 3 = 29548728.	" 3 = 14124150.
" 4 = 22715772.	" 4 = 39398304.	" 4 = 18832200.
" 5 = 28394715.	" 5 = 49247880.	" 5 = 23540250.
" 6 = 34073658.	" 6 = 59097456.	" 6 = 28248300.
" 7 = 39752601.	" 7 = 68947032.	" 7 = 32956350.
" 8 = 45431544.	" 8 = 78796608.	" 8 = 37664400.
" 9 = 51110487.	" 9 = 88646184.	" 9 = 42372450.

5) Multiplicire 157 durch 6, das Ergebniß wieder durch 6, das neue Ergebniß (Produkt) wieder durch 6 und so fort! Wie heißt das 6te Produkt? Antwort: 7324992.

6) Wie heißt das 6te Produkt, wenn 234 wiederholt durch 7 vervielfacht wird? Antwort: 27529866.

7) 8 mal 8 × 8 × 8 × 5793 = ? Antwort: 23728128.

8) 9 mal 8 × 7 × 6 × 2468 = ? Antwort: 8471232.

9) Um wie viel ist 8 mal 9876 mehr als 9 mal 6789? 17907.

10) Wie heißt der 7fache Unterschied zwischen 57130 und 39854? Antwort: 120932.

11) Welche Zahl ist 6 mal so groß als 34567? Antwort: 207402.

12) Von welcher Zahl ist 7654 der 5te Theil? Antwort: 38270.

13) In welcher Zahl ist 8665 neunmal enthalten? (In 78885.)

14) Wie viel ist (17854 + 45678), mult. mit 8? (508256.)

15) Wie viel ist (37958 — 21589), mult. mit 9? (147321.)

2) Der Multiplikator ist zweistellig.

A. Mündlich.

10mal 17;	12mal 8;	20mal 7;	30mal 20;	40mal 15;
10 × 25;	14 × 7;	40 × 3;	50 × 40;	30 × 24;
10 × 36;	15 × 9;	60 × 8;	70 × 50;	80 × 32;
10 × 48;	18 × 6;	80 × 9;	90 × 70;	50 × 45;
10 × 64;	16 × 5;	50 × 5;	60 × 80;	60 × 56;
10 × 89;	19 × 8;	70 × 6;	80 × 30;	70 × 75;

24mal 20;	42mal 50;	16mal 18;	15mal 48;
27 × 30;	51 × 60;	21 × 24;	45 × 51;
34 × 40;	84 × 80;	32 × 32;	64 × 75.

Beispiele über die Ausrechnung:

10mal 17 = 10 × 10 und 10 × 7; 10 × 10 = 100, und 10 × 7 = 70; 10 × 17 = 170.

Eine Zahl wird also 10mal genommen, indem man ihr eine Null anhängt.

12mal 8 = 10 × 8 und 2 × 8; 10 × 8 = 80, und 2 × 8 = 16; 80 × 16 = 96.

12mal 8 = 6 × 8 und 6 × 8 oder 2 × 6 × 8; 6 × 8 = 48, und 2 × 48 = 96.

12mal 8 = 4 × 8 und 4 × 8 und 4 × 8 oder 3 × 4 × 8; 4 × 8 = 32 ꝛc.

Eben so wird gefunden, daß 12 × 8 = 4 × 3 × 8 = 6 × 2 × 8.

20mal 7 = ? 20 = 2 × 10 = 10 × 2. Eine Zahl wird also 20mal genommen, wenn man sie 2 × 10mal, oder 10 × 2mal nimmt. 10 × 7 = 70, und 2 × 70 = 140. Oder: 2 × 7 = 14, und 10 × 14 = 140. So ist es am besten.

Anm. Zur ferneren und besondern Uebung im mündlichen Multipliciren und zugleich zur Uebung im Rechnen mit der angewandten Zahl eignen sich von jetzt an die Aufgaben in dem „Kopf- oder Denkrechnen" des Verfassers, S. 7, Stufe 1 bis 9.

B. Schriftlich.

Beispiel 1. 10 mal 234 = ?

Ausrechnung:

234	oder	234
10		10
2340		2340

10 mal 4 Einer = 4 Zehner; 10 mal 3 Zehner = 3 Hunderter; 10 mal 2 Hunderter = 2 Tausender. Die Ziffern bleiben also dieselben. Nur wird ihr Werth 10 mal so groß. Damit aber die Ziffer 4 vier Zehner gelte, muß sie von der ersten Stelle in die zweite kommen. Damit die 3 drei Hunderter bedeute, muß sie von der zweiten in die dritte Stelle kommen. Und damit die 2 zwei Tausender bezeichne, muß sie von der dritten Stelle in die vierte kommen. Dieß Alles geschieht einfach dadurch, daß man der Zahl zur Rechten eine Null anhängt.

Dergleichen Aufgaben gebe der Lehrer selbst noch mehr. Z. B. Schreibt die Zahl 475 an! Multiplicirt sie auf die kürzeste Weise durch 10!

Beispiel 2. 50 mal 53 = ?

Ausrechnung:

(50 mal 53 = 10 mal 5 mal 53.)

53	
50	**5 mal 53 = 265.**
2650	**10 mal 5 mal 53 = 2650.**

Aufgaben.

16) 20 mal 48 = 960; 70 mal 345 = 24150.
30 mal 75 = 2250; 80 mal 567 = 45360.
40 mal 96 = 3840; 90 mal 789 = 71010.
50 mal 84 = 4200; 60 mal 897 = 53820.
60 mal 68 = 4080; 40 mal 975 = 39000.

Beispiel 3. 23 mal 456 = ?

Ausrechnung:

(23 mal 456 = 20 mal 456 + 3 mal 456.)

456				456
23				23
1368	=	3 × 456	=	1368
9120	=	20 × 456 od. 10 × 2 × 456	=	912
10488	=	23 × 456	=	10488

Man multiplicirt die Zahl 456 zuerst durch 3; 3 mal 456 = 1368. Dieß Ergebniß kommt genau darunter, 8 unter 3. Nun wird die Zahl 456 durch 20 multiplicirt. Man nimmt sie 2 mal und das 2fache 10 mal. Das 2fache wird 10 mal genommen, indem man ihm eine Null beifügt, oder es einfach um eine Stelle weiter gegen die Linke schreibt. Das 20fache (9120) und 3fache (1368) addirt, geben das 23fache. Also 2c.

Fragen: Wie viel ist 3 × 456? Wie viel ist 2 × 456? (912) 20 × 456? (912 Zehner oder 9120 Einer.) 23 × 456? (9120 + 1368 = 10488.)

Aufgaben.

12 × 54 = 648.	25 × 135 = 3375.	16 × 2754 = 44064.
34 × 68 = 2312.	48 × 246 = 11808.	74 × 4803 = 355422.
56 × 73 = 4088.	63 × 307 = 19341.	52 × 5961 = 309972.
78 × 89 = 6942.	87 × 468 = 40716.	98 × 3006 = 294588.
96 × 96 = 9216.	59 × 579 = 34161.	45 × 8765 = 394425.

Beispiel 4. 34 mal 480 = ?

Ausrechnung:

```
 480        kürzer:    480
  34                    34
 ----                  ----
1920                   192
1440                  144
-----                 -----
16320                 16320 *
```

* 480 = 48 Zehner. Ich rechne blos 34 mal 48; 34 mal 48 = 1632; 34 mal 48 Zehner aber sind 1632 Zehner. Darum muß noch, wie oben hinter 48, so unten hinter 1632 eine Null zu stehen kommen. (Und darum pflegt man zu sagen: Ich setze die Null herunter.)

Aufgaben:

17) 14×560 = 7840; 22×3740 = 82280; 38×4700 = 178600.
67×720 = 48240; 46×8250 = 479500; 54×7500 = 405000.
85×960 = 81600; 73×5960 = 435080; 93×3600 = 334800.

Beispiel 5. 60 × 7800 = ?

Ausrechnung:

```
  7800
    60        6 mal 7800 = 46800.
------
468000       10 mal 6 mal 7800 = 468000.
```

Aufgaben.

20 mal 3460 = 69200.	30 mal 2500 = 75000.
40 mal 4570 = 182800.	50 mal 4800 = 240000.
60 mal 5680 = 340800.	70 mal 8300 = 581000.

18)

3758, mult.	64900, mult.	579384, mult.
durch 38 = 142804.	durch 38 = 2466200.	durch 38 = 22016592.
„ 47 = 176626.	„ 47 = 3050300.	„ 47 = 27231048.
„ 52 = 195416.	„ 52 = 3374800.	„ 52 = 30127968.
„ 61 = 229238.	„ 61 = 3958900.	„ 61 = 35342424.
„ 70 = 263060.	„ 70 = 4543000.	„ 70 = 40556880.
„ 96 = 360768.	„ 96 = 6230400.	„ 96 = 55620864.

8765432, mult.

durch 38 = 333086416.	durch 61 = 534691352.
„ 47 = 411975304.	„ 70 = 613580240.
„ 52 = 455802464.	„ 96 = 841481472.

19) Wie heißt das Produkt aus 72 × 54 × 83 × 65? Antwort: 20975760.

20) Wie groß ist das 99fache von 5784? Antwort: 572616.

21) Von welcher Zahl ist 34567 der 84ste Theil? Von 2903628.

22) Ich habe eine Zahl in 56 gleiche Theile getheilt und einen Theil davon wieder in 75 gleiche Theile. Bei der zweiten Theilung kam auf einen Theil 567. Welches war die anfängliche Zahl? Antwort: 2381400.

3) Der Multiplikator ist drei- und mehrstellig.

A. Mündlich.

1)	100mal 4;	100mal 10;	100mal 15;	100mal 123.
	100 × 8;	100 × 20;	100 × 24;	100 × 345.
	100 × 6;	100 × 40;	100 × 36;	100 × 567.
	100 × 9;	100 × 60;	100 × 48;	100 × 789.
	100 × 7;	100 × 80;	100 × 75;	100 × 846.
2)	200 × 8;	300 × 20;	400 × 18;	123 × 4.
	400 × 6;	500 × 30;	600 × 27;	345 × 6.
	600 × 9;	700 × 40;	800 × 45;	654 × 8.

Beispiele über die Ausrechnung:

100 × 4 = ? 100 × 1 = 100; also ist 100 × 4 = 4 × 100 od. 400.

200 × 8 = ? 200 × 8 = 8 × 200; 8 × 200 = 1600.

Oder: Eine Zahl wird 20mal genommen, wenn man sie 2mal nimmt und das 2fache derselben 10mal. Eine Zahl wird daher 200mal genommen, wenn man sie 2mal nimmt und das 2fache derselben 100mal. Wie rechnet man demnach 200 × 8? Antwort: 200 × 8 = 100 × 2 × 8; 2 × 8 = 16, und 100 × 16 = 1600.

123 × 4 = ? 123 × 4 = 100 × 4, 20 × 4 und 3 × 4; 100 × 4 = 400; 20 × 4 = 80, zusammen 480; 3 × 4 = 12; 480 + 12 = 492.

B. Schriftlich:

Beispiel 1. 100 mal 456 = ?

Ausrechnung:

456	oder	456	kurz:	45600
100		100		
45600		45600		

100 mal 6 Einer = 6 Hunderter; 100 mal 5 Zehner = 5 Tausender; 100 mal 4 Hunderter = 4 Zehntausender. Mithin bleiben die Ziffern dieselben. Aber aus den 6 Einern werden 6 Hunderter; die 6 kommt also von der ersten Stelle in die dritte. Aus den 5 Zehnern werden 5 Tausender; die 5 kommt darum von der zweiten Stelle in die vierte. Aus den 4 Hundertern werden 4 Zehntausender; die 4 kommt deßhalb von der dritten Stelle in die fünfte. Jede der Ziffern rückt demnach um zwei Stellen vor. Und dieß geschieht bei allen zugleich, indem man hinter sie zwei Nullen setzt.

Eine Zahl wird 10mal so groß, wenn man ihre Ziffern um eine Stelle von der Rechten gegen die Linke rückt oder ihr eine Null anhängt. Sie wird 100mal so groß, wenn man ihre Ziffern um zwei Stellen von der Rechten gegen die Linke rückt oder ihr 2mal eine Null anhängt. Sie wird 1000mal so groß, wenn man ihre Ziffern um drei Stellen weiter gegen die Linke rückt oder ihr dreimal eine Null beifügt.

Beispiel 2. 700 mal 564 = ?

Ausrechnung.

564	
700	7 mal 564 = 3948.
394800	100 mal 7 mal 564 = 394800.

Aufgaben.

23) 200mal 48 = 9600; 600mal 579 = 347400.
300 × 65 = 19500; 700 × 864 = 604800.
400 × 87 = 34800; 800 × 397 = 317600.
500 × 93 = 46500; 900 × 765 = 688500.

Beispiel 3. 928 mal 573 = ?

Ausrechnung.

	573	
	928	
8 × 573 =	4584	Produkt der Einer.
10 × 2 × 573 =	1146	Produkt der Zehner.
100 × 9 × 573 =	5157	Produkt der Hunderter.
928 × 573 =	531744	

Aufgaben.

123 mal 236 = 29028.	257 mal 1357 = 484449.
456 × 567 = 258552.	579 × 2468 = 1428072.
789 × 435 = 343215.	846 × 7594 = 6424524.
243 × 753 = 182979.	968 × 5789 = 5603752.

Beispiel 4. 704 mal 7452 = ?

Ausrechnung:

	7452	
	704	
4 × 7452 =	29808	Prod. der Einer.
100 × 7 × 7452 =	52164	Prod. der Hunderter.
704 × 7452 =	5246208	

Hier ist besonders darauf aufmerksam zu machen, daß die erste Ziffer des jedesmaligen Produktes genau unter diejenige Ziffer des Multiplikators gesetzt werde, mit welcher man gerade jetzt multiplicirt.

24) 207 mal 3456 = 715392.	806mal 85794 = 69149964.
709 × 9782 = 6935438.	905 × 76543 = 69271415.

Beispiel 5. 250mal 9700 = ?

Ausrechnung:

9700	oder:	9700	
250		250	
485000		485	25mal 97 = 2425;
19400		194	25 × 9700 = 242500;
2425000		2425000	250 × 9700 = 2425000;

Das Produkt erhält also am Ende so viele Nullen, als die beiden mit einander multiplicirten Zahlen zusammen haben.

Aufgaben:

725mal 2540 = 1841500.	540mal 3450 = 1863000.
384 × 8950 = 3436800.	610 × 8300 = 5063000.
250 × 5296 = 1324000.	800 × 4500 = 3600000.
360 × 7384 = 2658240.	400 × 9000 = 3600000.

25) 10mal 87; 100mal 25; 1000mal 34; 10000 × 57; 10 × 521; 100 × 743; 1000 × 946; 10000 × 654; 10 × 9465; 100 × 8264; 1000 × 7541; 10000 × 8372.

26) 2000mal 853 = 1706000; 3000mal 5272 = 15816000. 4000 × 531 = 2124000; 5000 × 6935 = 34675000. 6000 × 742 = 4452000; 9000 × 4567 = 41103000.

27) **35847**, mult.
mit 8642 = 309789774.
" 7953 = 285091191.
" 4067 = 145789749.
" 8001 = 286811847.
" 6789 = 243365283.

16009, mult.
mit 8642 = 138349778.
" 7953 = 127319577.
" 4067 = 65108603.
" 8001 = 128088009.
" 6789 = 108685101.

57896, multiplicirt
mit 8642 = 500337232.
" 7953 = 460526888.
" 4067 = 235463032.
mit 8001 = 463225896.
" 6789 = 393055944.

28) 5432mal 37590 = 204188880. 6300mal 78900 = 497070000.
6570 × 52843 = 347178510. 4700 × 24000 = 112800000.
8960 × 12350 = 110656000. 3000 × 87000 = 261000000.
7840 × 45600 = 357504000. 9000 × 60000 = 540000000.

Ist eine kleinere Zahl durch eine größere zu multipliciren, so kehrt man es um und multiplicirt die größere Zahl durch die kleinere. Bei den Zahlen, die am Ende Nullen haben, richtet man sich nach den Ziffern, welche Geltung haben. Die Zahl mit der größeren Anzahl geltender Ziffern wird als Multiplikand gesetzt. Z. B.

a. 4685 mal 32 = ? b. 4530 mal 72000 = ?

Steht so:

```
  4685            4530
    32            72000
  ----          -------
  9370            906
 14055          3171
 ------         ---------
 149920         326160000
```

29) 375 mal 8 (= 8 mal 375) = 3000.
5784 mal 36 (= 36 mal 5784) = 208224.
8547 mal 425 (= 425 mal 8547) = 3632475.
897 mal 6500 (= 6500 mal 897) = 5830500.

3456 mal 7900 (= 7900 mal 3456) = 27302400.
87300 mal 54000 (= 54000 mal 87300) = 4714200000.

(Vermischte Aufgaben.)

30) Welches Produkt entsteht durch 345 × 456 × 789? Antwort; 124125480.

31) Wovon ist 5793 ein 876stel? Von 5074668.

32) (2345 + 6804 + 759) ist von welcher Zahl $^1/_{365}$? 3616420.

33) (40000 — 24681) ist $^1/_{479}$ von welcher Zahl? Von 7337801.

34) Multiplicire die Zahl 34560 mit sich selbst! (1194393600.)

35) Wie viel ist 523742 × 4563? (2389834746.)

36) 536243 × 34823, wie viel? (18673589989.)

37) Wie heißt das 7900fache von 3456? (27302400.)

38) Wie viel ist 3400 × 5600 × 7800? (148512000000.)

39) Wovon ist 69432 der 3004te Theil? (208573728.)

40) Multiplicire 5463 durch 20800! (113630400.)

41) (5792 + 2345) × (2468 + 3579) = 49204439.

42) (3250 × 6400) + (5900 × 360) = 22924000.

43) (9236 — 885) × (32700 — 9850) = 190820350.

44) 5 Kinder beerben ihren Vater. Jedes derselben erhält 3579 fl. Wie groß war sein Vermögen? Antwort: 17895 fl.

45) Ein Dach ist 48 Ziegel hoch und 175 Ziegel breit. Wie viele Ziegel braucht man, um es zu decken? Antwort: 8400.

46) Wie viele Citronen lassen sich in eine Kiste packen, wenn in der Länge 24 und in der Breite 16 dergleichen neben einander liegen können, und wenn 18 Lagen auf einander Platz haben? Antwort. 6912.

47) Die Sonne ist von der Erde 397 mal so weit entfernt als der Mond. Von der Erde bis zum Monde sind 52000 Meilen. Wie weit ist von der Erde bis zur Sonne? Antw. 20644000 Meilen.

48) Bayern hat a) 16 Regimenter Infanterie, im Kriege jedes zu 3060 Mann; b) 6 Jägerbataillone jedes zu 919 Mann; c) 2 Kuirassier-Regimenter, jedes zu 1248 Mann; d) 6 Chevauxlegers-Regimenter von derselben Stärke; e) ein reitendes Artillerie-Regiment zu 898 und 2 Fahr-Regiment. Artillerie, jedes zu 3303 Mann, und f) ein Genie-Regiment zu 1039 Mann. Wie stark ist die bayerische Heeresmacht? Antwort: 73001 Mann.

49) Wenn zum Baue eines Linienschiffes von 120 Kanonen erforderlich sind: 3500 Eichenstämme á 75 fl., 1400 Ctr. Eisen á 18 fl., 940 Ctr. Kupfer á 64 fl., 80 Ctr. Blei á 21 fl., 540 Ctr. Theer, Pech 2c. á 25 fl, 2500 Ctr. Tauwerk á 80 fl., 50000 Ellen Segeltuch, 100 Ellen 60 fl.; wenn dann noch die Ausgaben für Kanonen, Munition, Proviant, Arbeitslohn 2c. zu-

sammen 946960 fl. betragen; wie hoch kommt ein solches Schiff?
Antwort: Auf 1540000 fl.

V. Das Dividiren.

Sowie der Stufengang in der Subtraktion dem ihres Gegensatzes, dem der Addition entspricht; so entspricht auch der Stufengang in der Division dem ihres Gegensatzes, nämlich dem der Multiplikation. Was beim Multipliciren der Multiplikator ist, das ist beim Dividiren der Divisor. Dort war für den Stufengang die Anzahl der Stellen des Multiplikators maßgebend; hier entscheidet die Anzahl der Stellen des Divisors. Diese Andeutung mag genügen. Das Nähere ergibt sich aus der Durchführung selbst.

1) Der Divisor ist einstellig.

A. Enthaltensein.

A. Mündlich.

a. Der Quotient eine Grundzahl, Wiederholung nach S. 63.

Das Messen und Theilen der Zahlen, also Ausgangspunkt für Enthaltensein und Theilen zugleich.

b. Der Quotient eine einfache Zahl höherer Ordnung.

2 : 2, 20, 200, 2000, 20000, 200000.
3 : 9, 90, 900, 9000, 90000, 900000.
4 : 8, 80, 800, 8000, 80000, 800000.

Wie oft ist 2 in 20, in 200, in 2000 ꝛc. enthalten? 2 ist in 2 E. 1 mal, in 20 oder in 2 Z. 10mal so oft, also 10mal, in 2 H. 100mal so oft, also 100mal enthalten ꝛc.

6 : 48, 480, 4800, 48000, 480000.
7 : 35, 350, 3500, 35000, 350000.
8 : 56, 560, 5600, 56000, 560000.
9 : 81, 810, 8100, 81000, 810000.

Wie oft ist 6 in 48, in 480, in 4800 ꝛc. enthalten? 6 ist in 48 E. 8 mal; 6 ist in 480 oder in 48 Z. 10 mal so oft, also 80mal; 6 ist in 4800 oder in 48 H. 100mal so oft, also 800mal enthalten.

c. Der Quotient eine zusammengesetzte Zahl.

5 : 55	5 : 75	5 : 165	5 : 245
8 : 88	3 : 84	6 : 144	9 : 306
3 : 96	2 : 98	7 : 105	7 : 455
2 : 64	4 : 68	8 : 120	8 : 672.

Wie oft ist 5 in 55 enthalten? 55 = 5 Z. + 5 E.; 5 ist in 5 Z. 10 mal und in 5 E. 1 mal, in 55 also 10 mal + 1 mal oder 11mal. — Wie oft ist 5 in 75 enthalten? 75 = 7 Z. + 5 E. = 5 Z. + 2 Z. 5 E. = 5 Z. + 25 E.; 5 ist in 5 Z. 10 mal und in 25 E. 5 mal, in 75 also 10 mal

$+ 5$ mal oder 15 mal. — Wie oft ist 5 in 165 enthalten? $165 = 16$ Z. $+ 5$ E. $= 15$ Z. $+ 1$ Z. 5 E. $= 15$ Z. $+ 15$ E.; 5 ist in 15 Z. 30 mal und in 15 E. 3 mal, in 165 also 33mal enthalten ꝛc.

d. Der Quotient eine Bruchzahl.

Wie oft ist enthalten:

2 in 1 ?	
3 in 1 ?	3 in 2 ?
4 in 1 ? ꝛc.	4 in 3 ? ꝛc.

Anschaulich.

• • • • | • •	2 ist in 4	2mal enthalten.
• • • •	2 ist in 2	1mal "
• • •	2 ist in 1	½mal "
• • • • • • | • • •	3 ist in 6	2mal enthalten.
• • • • • •	3 ist in 3	1mal "
• • • •	3 ist in 1	⅓mal "

1 ist in 1 genau 1 mal enthalten; 2 ist in 1 nicht ganz 1 mal; 2 liegt in 1 nur zum Theil; 2 liegt in 1 nur mit dem halben Theile; 2 ist in 1 $\frac{1}{2}$ mal. Von 3 ist in 1 nur $\frac{1}{3}$ enthalten; 3 liegt in 1 also $\frac{1}{3}$ mal. Liegt 3 in 1 $\frac{1}{3}$mal, so liegt 3 in $1 + 1$ oder in 2 $\frac{2}{3}$mal ꝛc.

e. Der Quotient eine gemischte Zahl.

2 : 3	3 : 4	4 : 21	5 : 12	6 : 13
2 : 5	3 : 8	4 : 31	5 : 28	6 : 21
2 : 9	3 : 25	4 : 43	5 : 44	6 : 47 ꝛc.

Wie oft liegt 2 in 3? $3 = 2 + 1$; 2 liegt in 2 1mal und in 1 $\frac{1}{2}$ mal; 2 liegt in 3 also 1mal und $\frac{1}{2}$mal oder $1\frac{1}{2}$mal.

B. Schriftlich.

Beispiel 1. 3 in 24 = ?

Ansatz und Berechnung.

```
3 | 24 | 8
    24
    ——
```

Wie oft ist 3 in 24 enthalten? 3 in 24 liegt 8 mal. Wenn 3 in 24 achtmal liegt, so muß auch 8 mal 3 von 24 weggenommen werden können. 8 mal $3 = 24$; 24 von 24 geht auf. Also ist 3 in 24 gerade 8 mal enthalten.

Beispiel 2. 4 in 35 = ?

Ansatz und Berechnung:

```
4 | 35 | 8¾
    32
   ———
     3
```

Wie oft liegt 4 in 35? 4 liegt in 35 achtmal. Ist 4 in 35 achtmal enthalten, so kann auch 8 mal 4 von 35 weggenommen werden. 8 mal $4 = 32$; 32 von 35 weg, bleibt 3. Also kann 8 mal 4 von 35 weggenommen werden, und 3 bleibt Rest. 4 liegt in 3 $\frac{3}{4}$mal. Mithin liegt 4 in 35 $8\frac{3}{4}$ mal.

Beispiel 3. 5 : 3479 = ?

Ansatz und Berechnung.

5 | 3479 | 600		kürzer:	5 | 3479 | $695\frac{4}{5}$	
3000			30..	..
479	90		47.	
450			45.	
29	$5\frac{4}{5}$		29	
25			25	
4	$695\frac{4}{5}$		4	

3479 = 3 T., 4 H., 7 Z. und 9 E.? — 5 Wie oft ist 5 darin enthalten? — 5 liegt in 5 Taus. 1 tausendmal, in 3 Taus. also nicht 1 tausendmal. 3 T. = 30 H.; 30 H. + 4 H. = 34 Hunderter. 5 liegt in 34 E. 6 mal, in 34 H. also 600mal. 600 × 5 (oder 5 × 600) = 3000; 3000 von 3479 ab, bleibt 479. Wie oft 5 in 3000 liegt, ist gefunden; zu suchen ist noch, wie oft 5 in 479 enthalten ist.

479 = 4 H. + 7 Z. + 9 Einer. 5 liegt in 5 H. 100mal, in den 4 H. aber nicht 100mal. Ich mache daher die 4 H. zu Zehner. 4 H. = 40 Z.; 40 Z. + 7 Z. = 47 Zehner. 5 liegt in 47 9mal, in 47 Z. zehnmal so oft, also 90mal, aber nicht genau. 5 ist genau 90mal enthalten in 90 × 5; 90 × 5 (oder 5 × 90) ist 450; 450 von 479 bleibt 29. Nun ist gefunden, wie oft 5 enthalten ist in 3000 + 450, und zu suchen ist noch, wie oft 5 in 29 liegt.

5 liegt in 29 5mal, aber nicht genau. 5 ist genau 5mal enthalten in 5 × 5 oder 25; 25 von 29 bleibt 4. Und 5 liegt in 4 $\frac{4}{5}$mal.

Also ist 5 in 3000 + 450 + 25 + 4 oder in 3479 enthalten 600mal + 90mal + 5 mal + $\frac{4}{5}$mal, zusammen $695\frac{4}{5}$ mal.

In derselben Weise wird gesucht, wie oft enthalten ist

1)	2)	3)	4)	5)
4 in 36	5 in 48	5 in 300	2 in 345	6 in 4952
5 in 25	6 in 41	3 in 270	3 in 594	9 in 8976
6 in 48	7 in 62	8 in 640	4 in 753	7 in 2468
7 in 63	2 in 45	6 in 420	6 in 850	3 in 2000
8 in 56	3 in 67	9 in 810	7 in 864	8 in 6940

6) 2 in 3745, 4 in 6759, 6 in 46398, 8 in 63748,
3 in 8579, 5 in 8381, 7 in 54321, 9 in 87654.

b. Theilen.

A. Mündlich.

a. $\frac{1}{2}$ von 2, 20, 200, 2000 2c. $\frac{1}{2}$ von 48, 480, 4800.
$\frac{1}{3}$ von 9, 90, 900, 9000 2c. $\frac{1}{3}$ von 69, 690, 6900.
$\frac{1}{4}$ von 8, 80, 800, 8000 2c. $\frac{1}{4}$ von 84, 840, 8400.

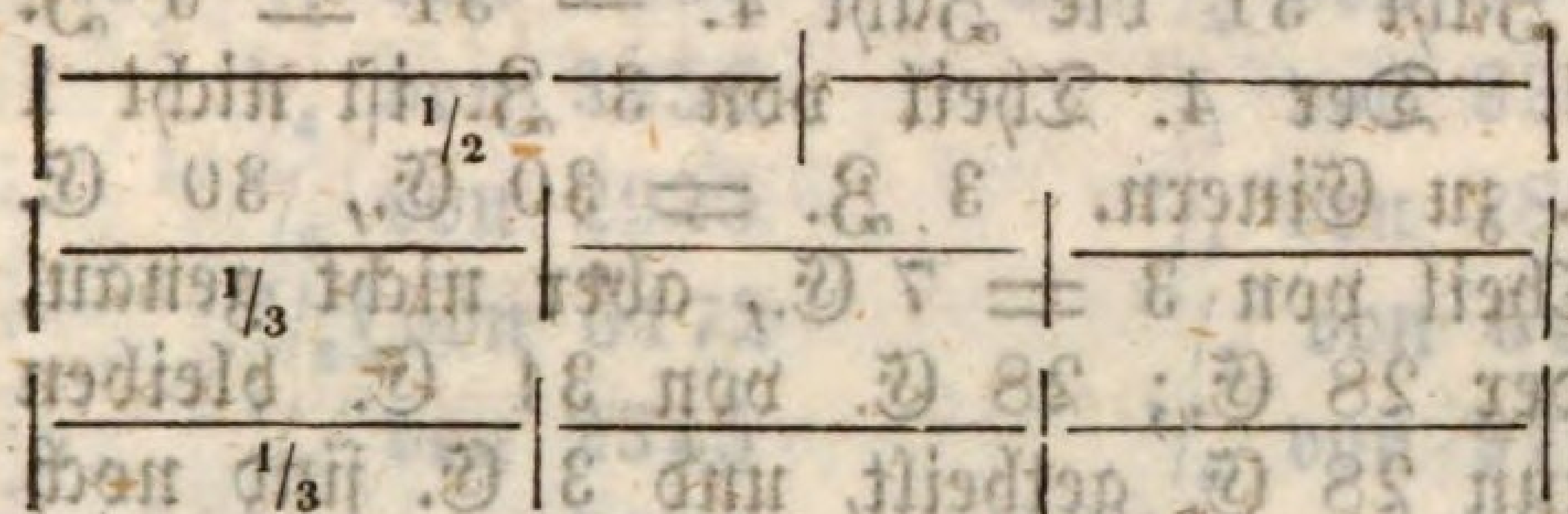
$\frac{1}{2}$ von 480 = ? 480 = 4 H. + 8 Z.; der halbe Theil von 4 H. = 2 H., und der halbe Theil von 8 Z. = 4 Z.; also ist der halbe Theil von 480 = 2 H. + 4 Z. oder 240.

b. $\frac{1}{2}$ von 72; $\frac{1}{6}$ von 102; $\frac{1}{2}$ von 192; $\frac{1}{6}$ von 456.
$\frac{1}{3}$ von 84; $\frac{1}{7}$ von 119; $\frac{1}{3}$ von 201; $\frac{1}{7}$ von 518.
$\frac{1}{4}$ von 96; $\frac{1}{8}$ von 136; $\frac{1}{4}$ von 300; $\frac{1}{8}$ von 696.
$\frac{1}{5}$ von 65; $\frac{1}{9}$ von 162; $\frac{1}{5}$ von 365; $\frac{1}{9}$ von 756.

Wie viel beträgt der 6. Theil von 456? 456 = 4 H. + 5 Z. + 6 E. Der 6. Theil von 4 H. ist nicht 1 H.; 4 H. = 40 Z., 40 Z. + 5 Z. = 45 Z.; der 6. Theil von 45 Z. = 7 Z., Rest 3 Zehner; 3 Z. + 6 E. = 36 E.; der 6. Theil von 36 E. = 6 E. Also ist der 6. Theil von 456 = 7 Z. + 6 E. oder 76. —

c. Der halbe Theil von 1.
Der dritte Theil von 1; der dritte Theil von 2.
Der vierte Theil von 1; der vierte Theil von 3.
u. s. f.

Anschaulich.



Der halbe Theil von 1 = $\frac{1}{2}$.
Der dritte Theil von 1 = $\frac{1}{3}$.
Der dritte Theil von 2 = $\frac{2}{3}$.

d. $\frac{1}{2}$ von 5 = ? $\frac{1}{5}$ von 24 = ? $\frac{1}{8}$ von 31 = ?
$\frac{1}{3}$ von 10 = ? $\frac{1}{6}$ von 35 = ? $\frac{1}{9}$ von 80 = ?
$\frac{1}{4}$ von 15 = ? $\frac{1}{7}$ von 20 = ? $\frac{1}{10}$ von 87 = ?

Wie viel ist die Hälfte von 5? 5 = 4 + 1; die Hälfte von 4 = 2, und die Hälfte von 1 = $\frac{1}{2}$; also ist die Hälfte von 5 = $2\frac{1}{2}$.

e. 2 ist $\frac{1}{2}$ v. 2 × 2 od. 4; 20 ist $\frac{1}{2}$ v. 2 × 20 od. 40; 200 ist $\frac{1}{2}$ v. rc.
2 ist $\frac{1}{3}$ v. 3 × 2 od. 6; 20 ist $\frac{1}{3}$ v. 3 × 20 od. 60; 200 ist $\frac{1}{3}$ v. rc.
2 ist $\frac{1}{4}$ v. 4 × 2 od. 8; 20 ist $\frac{1}{4}$ v. 4 × 20 od. 80; 200 ist $\frac{1}{4}$ v. rc.
3 ist $\frac{1}{5}$ v. 5 × 3 od. 15; 30 ist $\frac{1}{5}$ v. 5 × 30 od. 150; 300 ist $\frac{1}{5}$ v. rc.

B. Schriftlich.

Beispiel 1. $\frac{1}{3}$ von 69 = ?

Ausrechnung:

```
    Z. E.   Z. E.
3 | 6 9   | 2 3
    6 .
    ---
      9
      9
    ---
```

Um $\frac{1}{3}$ von 69 zu erhalten, so muß ich 69 in 3 gleiche Theile theilen. Darum setze ich vor die Zahl 69 die Zahl 3.

69 = 6 Z. + 9 E. Die Frage ist also: Wie viel beträgt $\frac{1}{3}$ von 6 Z. und von 9 E.? Theilt man 6 Z. in 3 gleiche Theile, so kommen auf 1 Theil 2 Z.; diese setzen wir rechts. Getheilt sind nun 3 × 2 Z. oder

6 Z. Was getheilt ist, setzen wir unter und ziehen es ab. Wir setzen also 6 Z. unter 6 Z.; 6 Z. von 6 Z. geht auf. Also ist kein Zehner mehr übrig. Nun sind noch 9 E. zu theilen. Bevor wir sie theilen, ziehen wir sie herunter.

Theilt man 9 E. in 3 gleiche Theile, so kommen auf 1 Theil 3 Einer. Die setzen wir wieder rechts. Wir haben nun abermals 3 × 3 E. oder 9 E. getheilt. 9 E. von 9 E. geht auf. $^1/_3$ von 6 Z. und von 9 E. sind also 2 Z. + 3 E oder 23 E.; der dritte von 69 = 23.

Kürzer: Der 3. Theil von 6 Z. = 2 Z.; 2 Z. sind $^1/_3$ von 3 × 2 Z. oder 6 Z.; 6 Z. von 6 Z. geht auf. 9 E. herunter. Der 3. Theil von 9 E. = 3 E.; 3 E. sind $^1/_3$ von 3 × 3 E. od. 9 E.; 9 E. von 9 E. geht auf. Also ist $^1/_3$ von 6 Z. und 9 E. = 2 Z. + 3 E. oder 23.

Beispiel 2. $^1/_4$ von 31 = ?

Ausrechnung:

```
4 | 31 | 7¾
    28
    --
     3
```

Um $^1/_4$ von 31 zu erhalten, so muß ich 31 in 4 gleiche Theile theilen. Darum setze ich vor die Zahl 31 die Zahl 4. — 31 = 3 Z. + 1 E. Der 4. Theil von 3 Z. ist nicht 1 Z.; ich mache daher die 3 Z. zu Einern. 3 Z. = 30 E., 30 E. + 1 E. = 31 E.; der 4. Theil von 3 = 7 E., aber nicht genau, 7 E. sind $^1/_4$ von 4 × 7 oder 28 E.; 28 E. von 31 E. bleiben 3 E. Von den 31 E. sind nun 28 E. getheilt, und 3 E. sind noch zu theilen. Der 4. Theil von 3 = $^3/_4$. Also ist der 4. Theil von 31 = $7^3/_4$.

Wir geben nun gleich ein Beispiel über das Theilen einer etwas größeren Zahl.

Beispiel 3. $^1/_5$ von 2347 = ?

Berechnung.

```
5 | 2 3 4 7 | 4 6 9 ⅗
    2 0 . .
    -------
      3 4 .
      3 0 .
      -----
        4 7
        4 5
        ---
          2
```

2 3 4 7 = 2 T., 3 H., 4 Z. und 7 E. Hiervon ist der 5te Theil zu suchen. Der 5. Theil von 2 T. ist nicht 1 T.; 2 T. + 3 H. = 23 H.; der 5. Theil von 23 H. = 4 H.; 4 H. sind genau der 5 Theil von 5 × 4 H.; 5 × 4 H. = 20 H.; 20 H. von 23 H. bleiben 3 H. Von den 2 T., 3 H., 4 Z. und 7 E. sind nun 20 H. oder 2 T. getheilt. Zu theilen sind also noch 3 H., 4 Z. und 7 E.

Der 5. Theil von den 3 H. ist kein Hunderter mehr. Wir machen sie daher zu Zehnern und nehmen die 4 Z. dazu herunter. 3 H. + 4 Z. = 34 Z. Der 5. Theil von 34 Z. = 6 Z.; 6 Z. sind genau $^1/_5$ von 5 × 6 Z. oder 30 Z.; 30 Z. von 34 Z. bleiben 4 Z. Nun haben wir noch den 5 Theil von 4 Z. und 7 E. zu suchen.

Der 5. Theil von den 4 Z. ist kein Z. mehr. Daher machen wir sie zu Einern und führen die 7 E. dazu herunter. 4 Z. + 7 E. = 47 E. Der 5. Theil von 47 E. = 9 E.; 9 E. sind genau der 5. Theil von 5 × 9 E. oder 45 E.; 45 E. von 47 E. bleiben 2 E.

Der 5. Theil von 2 = $^2/_5$. Also ist der 5. Theil von 2 T. 3 H., 4 Z. und 7 E. = 4 H., 6 Z., 9 E. und $^2/_5$; der 5. Theil von 2347 = 469$^2/_5$.

So werde vor der Hand bei jeder Ausrechnung gesprochen, also auch bei Berechnung der nächstfolgenden Aufgaben. Auf den Vortheil, alle Einheiten blos als Einerzahlen zu behandeln, kommt der Schüler nach und nach zu sich selbst. Man hat nicht nöthig, es zu fördern. Vielmehr sei der Lehrer besorgt, daß dieß nicht zu bald und nicht in dem Maße geschehe, daß das Bewußtsein von dem wirklichen Werth der Ziffern, von der eigentlichen Zahlengröße, ganz verschwinde. Dasselbe darf nie untergehen, auch beim Schnellrechnen nicht.

1) $^1/_2$ von 18	$^1/_5$ von 48	2) $^1/_4$ von 370	$^1/_5$ von 435
$^1/_3$ von 24	$^1/_6$ von 32	$^1/_6$ von 250	$^1/_3$ von 234
$^1/_4$ von 36	$^1/_7$ von 51	$^1/_8$ von 596	$^1/_9$ von 750

3) $^1/_2$ von 1356	4) $^1/_2$ von 8765	5) $^1/_3$ von 25318
$^1/_4$ von 3456	$^1/_3$ von 9345	$^1/_5$ von 18756
$^1/_6$ von 2925	$^1/_4$ von 7892	$^1/_7$ von 54321
$^1/_8$ von 6172	$^1/_5$ von 6428	$^1/_9$ von 87546
$^1/_3$ von 2345	$^1/_6$ von 9759	$^1/_4$ von 34567
$^1/_7$ von 5791	$^1/_7$ von 8397	$^1/_6$ von 45793.

C. Enthaltensein und Theilen.

Die Schüler werden veranlaßt, einige Divisions-Aufgaben sowohl im Sinne des Enthaltenseins, als im Sinne des Theilens zu rechnen. Dabei machen sie die Wahrnehmung, daß die ganze Rechnung in dem einen Falle steht, wie in dem andern, namentlich auch, was den Quotienten anbelangt. Sie lernen einsehen, worin dieß liegt, und daß man, um einen gewissen Theil von einer gegebenen Zahl zu finden auch im Sinne des Enthaltenseins dividiren kann.

Im S. des Enthaltenseins.

```
6 | 9 3 8 4 | 1 5 6 4
    6 . . .   . . .
    -------
    3 3 . .
    3 0 . .
    -------
      3 8 .
      3 6 .
      -----
        2 4
        2 4
      -----
```

Im S. des Theilens.

```
6 | 9 3 8 4 | 1 5 6 4
    6 . . .   . . .
    -------
    3 3 . .
    3 0 . .
    -------
      3 8 .
      3 6 .
      -----
        2 4
        2 4
      -----
```

Nach Vollendung der beiden Rechnungen:

Suchen wir, wie oft 6 in 9384 enthalten ist; so ergibt sich die Zahl 1564. Dieselbe Zahl ergibt sich, wenn wir den 6. Theil von

9384 suchen. Worin mag das liegen? — Der 6. Theil von 6 = 1. Besteht eine Zahl aus 2 $\times$ 6, so ist $^1/_6$ davon = 2 $\times$ 1; besteht ein Zahl aus 3 $\times$ 6, so ist $^1/_6$ von ihr = 3 $\times$ 1. So oft also 6 in einer Zahl enthalten ist, so vielmal 1 beträgt der 6. Theil davon. Nun ist 6 in 9384 1564mal enthalten; eben darum ist auch der 6. Theil von 9384 = 1564 $\times$ 1 oder 1564. — Auf wie vielerlei Weise kann man also $^1/_6$ von 9384 finden? Auf zweierlei Weise: einmal, indem man geradezu den 6. Theil von 9384 sucht, und einmal, indem man sucht, wie oft 6 in 9394 enthalten ist.

Rechne ich: 8 + 4 = 12, so habe ich addirt; rechne ich: 8 — 4 = 4, so habe ich subtrahirt; rechne ich: 8 $\times$ 4 = 32, so habe ich multiplicirt. Rechne ich aber: 4 ist in 8 2mal enthalten, oder: $^1/_4$ von 8 = 2, so habe ich dividirt, und das haben wir auch mit den Zahlen 6 und 9384 gethan. Wir haben gesucht, wie oft 6 in 9384 enthalten ist, und wie viel $^1/_6$ von 9384 beträgt; wir haben die Zahl 9384 durch 6 dividirt oder getheilt.

Die Zahl 9384 ist das Ganze (der Dividend). Die Zahl 1564 ist $^1/_6$ von 9384; sie ist daher der gesuchte Theil (der Quotient). Und die Zahl 6, welche anzeigt, in wie viele gleiche Theile das Ganze getheilt wurde, ist der Theiler (oder der Divisor).

So werden noch einige Aufgaben behandelt; dann übt sich der Schüler nur noch im Dividiren im Sinne des Enthaltenseins.

1) 34914	durch 2	= 17457;	2) 234567	durch 4	= 58641 $^3/_4$;
84835	„ 3	= 28278 $^1/_3$;	572983	„ 7	= 81854 $^5/_7$;
56789	„ 4	= 14197 $^1/_4$;	601010	„ 9	= 66778 $^8/_9$;
79568	„ 5	= 15913 $^3/_5$;	758493	„ 5	= 151698 $^3/_5$;
96857	„ 6	= 16142 $^5/_6$;	389674	„ 2	= 194837;

3) 4869759	durch 6	= 811626 $^3/_6$;
8052143	„ 9	= 894682 $^5/_9$;
7289654	„ 4	= 1822413 $^2/_4$;
6754839	„ 3	= 2251613;
9876582	„ 5	= 1975316 $^2/_5$.

Besondere Aufmerksamkeit ist erforderlich, wenn der Divisor nicht in jedem Theildividenden enthalten ist. Z. B.

```
6 | 1 8 3 0 4 2 | 3 0 5 0 7     kurz:   6 | 1 8 3 0 4 2 | 3 0 5 0 7
    1 8 . . . .   . . . .                   1 8 . . . .   . . . .
    ---                                     ---
      3 . . .                                   3 0
      0 . . .                                   3 0
    -----                                       ---
      3 0 . .                                     4 2
      3 0 . .                                     4 2
      -----                                       ---
          4 .
          0 .
          ---
          4 2
          4 2
          ---
```

Probe:

```
      3 0 5 0 7
              6
    -----------
    1 8 3 0 4 2
```

6 liegt in 18 Zehntaus. 3 zehntausendmal;
6 „ in 3 Tausendern 0 tausendmal;
6 „ in 30 Hundertern 5 hundertmal;
6 „ in 4 Zehnern 0 zehnmal;
6 „ in 42 Einern 7 mal.

Für diesen Fall ist es besonders gut, gleich Anfangs zu bestimmen, wie viele Stellen der Quotient erhalten wird. Dieß ist sehr leicht. Zuerst sieht man zu, wie viele Ziffern des Dividenden genommen werden müssen, um die erste Stelle des Quotienten zu erhalten. So viele Ziffern dann vom Dividenden noch vorhanden sind, so viele Stellen erhält der Quotient noch zu der einen, die er schon hat, wie dieß hier neben durch Punkte angedeutet ist.

Nach unserer Rechnung ist 6 in 183042 30507mal enthalten. Ist dieß wirklich der Fall, so muß 30507 $\times$ 6 oder 6 $\times$ 30507 genau wieder 183042 geben. Dieß als Probe.

4) 2 in 80100 = 40050. 6 in 5442018 = 907003.
3 in 9240242 = $3080080^{2}/_{3}$. 7 in 3362105 = $480300^{5}/_{7}$.
4 in 284200 = 71050. 8 in 7200448 = 900056.
5 in 250203 = $50040^{3}/_{5}$. 9 in 7832743 = $870304^{7}/_{9}$.

5) Aufgaben zur Uebung im Schnellrechnen, wobei von dem Stellenwerthe der Ziffern abgesehen wird.

a. **34567**, div.	b. **567890**, div.	c. **7856342**, div.
durch 2 = $17283^{1}/_{2}$;	durch 2 = 283945;	durch 2 = 3928171.
„ 3 = $11522^{1}/_{3}$;	„ 3 = $189296^{2}/_{3}$	„ 3 = $2618780^{2}/_{3}$;
„ 4 = $8641^{3}/_{4}$;	„ 4 = $141972^{2}/_{4}$;	„ 4 = $1964085^{2}/_{4}$;
„ 5 = $6913^{2}/_{5}$;	„ 5 = 113578;	„ 5 = $1571268^{2}/_{5}$;
„ 6 = $5761^{1}/_{6}$;	„ 6 = $94648^{2}/_{6}$;	„ 6 = $1309390^{2}/_{6}$;
„ 7 = $4938^{1}/_{7}$;	„ 7 = $81127^{1}/_{7}$;	„ 7 = $1122334^{4}/_{7}$;
„ 8 = $4320^{7}/_{8}$;	„ 8 = $70986^{2}/_{8}$;	„ 8 = $982042^{6}/_{8}$;
„ 9 = $3840^{7}/_{9}$;	„ 9 = $63098^{8}/_{9}$;	„ 9 = $872926^{8}/_{9}$;

d. **48375926**, dividirt

durch 2 = 24187963;	durch 6 = $8062654^{2}/_{6}$;
„ 3 = $16125308^{2}/_{3}$;	„ 7 = $6010846^{4}/_{7}$;
„ 4 = $12093981^{2}/_{4}$;	„ 8 = $6046990^{3}/_{4}$;
„ 5 = $9675185^{1}/_{5}$;	„ 9 = $5375102^{8}/_{9}$;

6) Welche Summe gibt der 5te und 6te Theil aus 392760? Antwort: 144012.
7) Als man eine Zahl 9 mal genommen hatte, erhielt man 6784821. Wie heißt dieselbe? Antwort: 753869.
8) Um wie viel unterscheidet sich $^1/_5$ von $^1/_6$ aus 1234560? Antwort: Um 41152.
9) Wie viel beträgt der Unterschied zwischen dem 7. Theil aus 5277083 und dem 8. Theil aus 1974440? Antwort: 507064.
10) Theile 23728128 durch 8, das Ergebniß wieder durch 8 u. s. f. Welche Zahl entspringt, wenn du zum 4tenmale durch 8 theilst? Antwort: 5793.
11) Man nahm eine Zahl 6 mal 7 mal 8 mal 9 mal und erhielt 8471232. Welche Zahl war es? Antwort: 2801$^1/_3$.
12) Wie heißt das Einfache, wenn das 4fache 1263184 beträgt? Antwort: 315796.
13) Wie viel ist (2mal 3 × 4 × 5 × 6 × 7 × 8 × 369), dividirt durch 9? Antwort: 1653120.
14) (2221245, div. durch 9) + (2526368, div. durch 8) = ? Antwort: 562601.
15) (375975, div. durch 5) — (78246, div. durch 6) = ? Antwort: 62154.

2) Der Divisor ist zweistellig.

A. Mündlich.

a. 20 in 120	40 in 240	60 in 180	80 in 320
20 in 160	40 in 360	60 in 540	80 in 560
30 in 150	50 in 250	70 in 210	90 in 360
30 in 240	50 in 400	70 in 350	90 in 630

Verfahren.

Wie oft liegt 20 in 120? 20 E. = 2 Z., und 120 E. = 12 Z.; 20 E. sind in 120 E. eben so oft enthalten, als 2 Z. in 12 Z. Nun ist die Frage: Wie oft sind 2 Z. in 12 Z. enthalten? Etwa 6 zehnermal? Eine Zahl ist in einer andern so oft enthalten, als sie von derselben weggenommen werden kann. Wie oft können 2 E. von 12 E. weggenommen werden? Wie oft 2 Z. von 12 E.? Also sind 2 Z. in 12 Z. eben so oft enthalten, als 2 E. in 12 E., so oft als 2 in 12, nämlich 6 mal. 20 ist daher in 120 6mal enthalten.

b. 20 in 240	30 in 360	40 in 480	50 in 750
20 in 320	30 in 450	40 in 640	60 in 840
20 in 460	30 in 540	40 in 720	80 in 960.

Verfahren.

Wie oft liegt 20 in 240? 20 = 2 Z., und 240 = 24 Z.; 2 Z. sind in 24 Z. so oft enthalten, als 2 in 24, nämlich 12 mal; also ist auch 20 in 240 12

mal enthalten. — Oder: 240 = 200 + 40; 20 ist in 100 5mal, in 200 also 2 × 5mal oder 10mal; 20 ist in 40 2mal; also ist 20 in 240 10mal + 2 mal oder 12mal enthalten.

c. 12 in 24, 240, 2400, 24000. 21 in 84, 840, 8400, 84000.
15 in 45, 450, 4500, 45000. 24 in 72, 720, 7200, 72000.
18 in 72, 720, 7200, 72000. 32 in 64, 640, 6400, 64000.

Wie oft ist 12 in 24, in 240, in 2400, in 24000 enthalten? Antwort: 12 ist in 24 2mal, in 240 oder 24 Zehnern 10mal so oft, also 20mal, in 2400 oder 24 Hunderten 100mal so oft, also 200 mal, in 24 Tausendern 1000mal so oft, also 2000mal enthalten.

Anm. Unsere Schüler führen hinfort beim Zifferrechnen jede Division im Sinne des Enthaltenseins aus. Wir gehen daher auch gleich zum Zifferrechnen über, empfehlen aber, neben demselben in einigen besonderen Stunden die Aufgaben im „Kopf- oder Denkrechnen" des Verf. S. 15 (Divisions-Regeldetri), Stufe 1 — 8 mit den Schülern durchzunehmen.

B. Schriftlich.

Beispiel 1. Wie oft liegt 10 in 570?

Berechnung:

10 | 570 | 57. 10 liegt in jedem Zehner einmal. Besteht eine Zahl aus 2 mal 1 Zehner, so liegt 10 zweimal in derselben. Besteht eine Zahl aus 3 mal 1 Zehner, so liegt 10 dreimal in derselben. Weiß ich also, aus wie viel Zehnern eine Zahl besteht, dann weiß ich auch, wie oft 10 in ihr enthalten ist. Aus wie viel Zehnern eine Zahl besteht, ergibt sich, wenn man die Einerstelle von ihr trennt. 570 = 57 Zehner. In 57 Zehner liegt 10 57 mal. Also ist 10 in 570 57 mal enthalten.

16) 10 in 340 = 34(0 = 34. 10 in 5783 = 578(3 = $578\frac{3}{10}$.
10 in 4670 = 467(0 = 467. 10 in 6495 = 649(5 = $649\frac{5}{10}$.

Beispiel 2. $\frac{1}{40}$ von 3157 = ?

Berechnung:

4(0 | 3 1 5 (7 | 7 $8\frac{37}{40}$
2 8
―――
3 5
3 2
―――
3 7

$\frac{1}{40}$ von 40 = 1, von 2 × 40 = 2 × 1, von 3 × 40 = 3 × 1. Also beträgt $\frac{1}{40}$ von 3157 so viel mal 1, als 40 in 3157 enthalten ist. Nun ist die Frage: Wie oft ist 40 in 3157 enthalten? Wie finden wir es?

40 = 4 Z., und 3157 = 315 Z. 7 E. Also ist 40 in 3157 so oft enthalten, als 4 Z. in 315 Z. und 7 E. Wir wissen, daß 4 Z. in 315 Z. eben so oft enthalten sind, als 4 E. in 315 E. Wir suchen daher einfach, wie oft 4 in 315 liegt.

4 liegt in 315 78mal; also sind auch 4 Z. in 315 Z. 78mal enthalten, und 3 Z. bleiben im Reste. 3 Z. + 7 E. = 37 Einer. 4 Z. oder 40 in 37 = $^{37}/_{40}$.

Also ist 30 in 3157 $78^{37}/_{40}$mal enthalten; folglich ist auch der 40. Theil von 3157 = $78^{37}/_{40}$.

Aufgaben.

20 in 3450 = $172^{10}/_{20}$.	40 in 97530 = $2438^{10}/_{40}$.
60 in 7531 = $125^{31}/_{60}$.	70 in 345672 = $4938^{12}/_{70}$.
80 in 4796 = $59^{76}/_{80}$.	30 in 897654 = $29921^{24}/_{30}$.
50 in 9284 = $185^{34}/_{50}$.	90 in 486235 = $5402^{55}/_{90}$.

Beispiel 3. Wie oft ist 21 in 7896?

Ansatz und Berechnung:

```
21 | 7896 | 376
     63..
     ----
      159.
      147.
      ----
       126
       126
```

7896 = 7 Tausender, 8 Hunderter, 9 Zehner und 6 Einer.

21 ist in 7 Tausendern nicht 1 tausendmal enthalten. 7 Taus. + 8 Hunderter = 78 Hunderter. Nun ist zu suchen, wie oft 21 in 78 Hundertern enthalten ist. Das ergibt sich, wenn ich einmal weiß, wie oft 21 Einer in 78 Einern liegen.

21 ist in 78 genau so oft enthalten als 2 Z. 1 E. in 7 Z. 8 E.; 2 Z. 1 E. aber sind in 7 Z. 8 E. sehr wahrscheinlich eben so oft enthalten, als die 2 Zehner in den 7 Zehnern. Ich sehe also vorerst von den Einern ab und suche blos, wie oft die Zehner in den Zehnern liegen. 2 Z. in 7 Z. (oder 2 in 7) = 3 mal. Mithin ist 21 in 78 wohl auch 3 mal. Dieß ist der Fall, wenn 3 mal 21 von 78 weggenommen werden kann. 3 mal 21 = 63, 63 von 78 bleibt 15.

Liegt 21 in 78 3 mal, so liegt 21 in 78 Hundertern 300mal, und 15 Hunderter bleiben Rest.

15 H. + 9 Z. = 159 Zehner. Nun suche ich, wie oft 21 in 159 Zehnern liegt. Dieß gibt sich von selbst, wenn ich weiß, wie oft 21 in 159 enthalten ist. 21 in 159 oder 2 Z. in 15 Z. (2 in 15) = 7 mal. Genau 7 mal liegt 21 in 7 mal 21; 7 mal 21 = 147; 147 von 159 bleibt 12. Liegt 21 in 159 Einern 7 mal, so liegt 21 in 159 Zehnern 70 mal, und 12 Z. bleiben im Reste.

12 Z. + 6 E. = 126 E.; 21 in 126 oder 2 Z. in 12 Z. (= 2 in 12) = 6 mal; 21 liegt genau 6 mal in 6 mal 21; 6 mal 21 = 126. Geht auf.

Demnach ist 21 in 7896 gerade 376 mal enthalten.

Ist 21 in 7896 376mal enthalten, so muß 376 × 21 oder 21 × 376 wieder 7896 machen. Als Probe.

In derselben Weise werde die Division auch bei folgenden Exempeln ausgeführt.

17) **379541** durch	18) **543867** durch	19) **675489** durch
$11 = 34503\frac{8}{11}$.	$12 = 45322\frac{3}{12}$.	$13 = 51960\frac{9}{13}$.
$21 = 18073\frac{8}{21}$.	$22 = 24721\frac{5}{22}$.	$23 = 29369\frac{2}{23}$.
$31 = 12243\frac{8}{31}$.	$32 = 16995\frac{27}{32}$.	$33 = 20469\frac{12}{33}$.
$41 = 9257\frac{4}{41}$.	$42 = 12949\frac{9}{42}$.	$43 = 15709\frac{2}{43}$.
$51 = 7441\frac{50}{51}$.	$52 = 10458\frac{51}{52}$.	$53 = 12745\frac{4}{53}$.
$61 = 6221\frac{60}{61}$.	$62 = 8772\frac{3}{62}$.	$63 = 10722\frac{3}{63}$.
$71 = 5345\frac{46}{71}$.	$72 = 7553\frac{51}{72}$.	$73 = 9253\frac{20}{73}$.
$81 = 4685\frac{56}{81}$.	$82 = 6632\frac{43}{82}$.	$83 = 8138\frac{35}{83}$.
$91 = 4170\frac{71}{91}$.	$92 = 5911\frac{55}{92}$.	$93 = 7263\frac{30}{93}$.

20) **481053** durch	21) **2345678** durch
$24 = 20043\frac{21}{24}$.	$65 = 36087\frac{23}{65}$.
$34 = 14148\frac{21}{34}$.	$75 = 31275\frac{53}{75}$.
$44 = 10933\frac{1}{44}$.	$85 = 27596\frac{18}{85}$.
$54 = 8908\frac{21}{54}$.	$96 = 24434\frac{14}{96}$.
$64 = 7516\frac{29}{64}$.	22) **9876543** durch
$74 = 6500\frac{53}{74}$.	$76 = 129954\frac{39}{76}$.
$84 = 5726\frac{69}{84}$.	$86 = 114843\frac{45}{86}$.
$94 = 5117\frac{55}{94}$.	$97 = 101820\frac{3}{97}$.

Hierbei wird zum Oefteren vorkommen, daß der ganze Divisor im Theildividenden nicht so oft enthalten ist, als die Zehner desselben in den Zehnern des Theildividenden liegen. Z. B.

62 | 543867 | 9

558

9mal 62 = 558; 558 läßt sich von 543 nicht wegnehmen; also ist 62 in 543 nicht 9 mal enthalten. Von 543 kann nur 8 mal 62 abgezogen werden; 62 ist daher in 543 auch nur 8 mal enthalten 2c.

Die meiste Schwierigkeit hat es, mit Zahlen wie 19, 29, 39 2c., dann 18, 28, 38 u. s. f. zu dividiren. Man kann sichs übrigens dadurch erleichtern, daß man beim Suchen der Theilquotienten für den gesetzten Theiler die nächst höhere reine Zehnerzahl sich denkt. Z. B.

```
19 | 110177 | 5798 15/19
     95...
     151
     133
      187
      171
       167
       152
        15
```

Nehme ich hier an, 19 sei in 110 so oft enthalten, als 1 Zehner in 11 Z.; so ist das weit gefehlt. Denn 19 ist ja fast das Doppelte von 1 Zehner und ist deßhalb viel weniger in 110 enthalten, als 1 Z. darin liegt. Dem Richtigen viel näher komme ich, wenn ich mir statt 19 die Zahl 20 denke. So oft 20 in 110 enthalten ist, so oft liegt jedenfalls auch 19 darin. Ich rechne daher: 2 Z. in 11 Z. (oder 2 in 11) = 5 mal; also liegt auch 19 in 110 5mal; 19 liegt genau 5 mal in 5 mal 19; 5 mal 19 = 95, Rest 15 2c.

So werde die Division auch bei folgenden Exempeln ausgeführt:

23) 879645 durch	24) 4357986 durch	25) 6734821 durch
19 = $46297\frac{2}{19}$.	18 = $242110\frac{6}{18}$.	17 = $396165\frac{16}{17}$.
29 = $30332\frac{17}{29}$.	28 = $155642\frac{10}{28}$.	27 = $249437\frac{22}{27}$.
39 = 22555.	38 = $114683\frac{32}{38}$.	37 = $182022\frac{7}{37}$.
49 = $17951\frac{46}{49}$.	48 = $90791\frac{18}{48}$.	47 = $143294\frac{3}{47}$.
59 = $14909\frac{14}{59}$.	58 = $75137\frac{40}{58}$.	57 = $118154\frac{43}{57}$.
69 = $12748\frac{33}{69}$.	68 = $64088\frac{2}{68}$.	67 = $100519\frac{48}{67}$.
79 = $11134\frac{59}{79}$.	78 = $55871\frac{48}{78}$.	77 = $87465\frac{16}{77}$.
89 = $9883\frac{58}{89}$.	88 = $49522\frac{50}{88}$.	87 = $77411\frac{64}{87}$.

Hierbei kann höchstens vorkommen, daß der wirkliche Divisor einmal öfter im Theildividenden enthalten ist als der blos gedachte. Z. B.:

```
              7 9
18 | 134984 | 6489 2/18
     108...    ...
      26
     126
       89
       72
       178
       144
        34
       162
        164
        162
          2
```

Anstatt 18 denke ich mir 20; 20 in 134 oder 2 Z. in 13 Z. (2 in 13) liegt 6 mal. 18 liegt 6 mal in 6 mal 18, d. i. in 108, Rest 26. So viel darf nicht bleiben. 134 ist zerlegt in 108 + 26; 18 liegt in 108 sechsmal und in 26 auch noch einmal. Also liegt 18 in 108 + 26 oder in 134 7mal; 7 mal 18 = 126, Rest 8.

18 liegt also in 134 Taus. 7 tausendmal und 8 Tausender bleiben im Rest.

2c.

Exempel zur weiteren Uebung.

26) 7346984, dividirt durch 45 = $163266\frac{14}{45}$.
5882673, „ „ 67 = $87801\frac{6}{67}$.

6597438, dividirt durch 77 = $85681\frac{1}{77}$.
84736529, " " 36 = $2353792\frac{17}{36}$.
93500010, " " 55 = $1700000\frac{10}{55}$.
70428386, " " 86 = $818934\frac{62}{86}$.

27) Wie viel beträgt $\frac{1}{99}$ von 3569841? Antw.: 36059.
28) Man nahm eine Zahl 67mal und erhielt 114905. Welche war's? Antwort: 1715.
29) Wie heißt der Unterschied zwischen $\frac{1}{64}$ von 423680 und $\frac{1}{89}$ von 623089? (7001 — 6620 = 381.)
30) Wie oft kann 39 von 273195 weggenommen werden? (7005 ×).
31) Wie viel ist 987 mal 5672, dividirt durch 59? $94885\frac{49}{59}$.
32) Wie oft muß 99 genommen werden, um 941480149401 zu erhalten? Antwort: 9509900499.

Anm. Sollten die Schüler, nachdem sie diese Aufgaben gerechnet haben, die nöthige Fertigkeit im Dividiren mit 2stelligen Theilern noch nicht besitzen; so diktire man ihnen Aufgaben aus der Multiplikation von S. 97 bis 99 und zwar Nr. 16 bis 18 in der Weise, daß man den Multiplikator zum Divisor und das dort beigesetzte Produkt zum Dividenden macht. Der Quotient, der sich ergibt, muß so groß sein, als der Multiplikand ist.

1) Der Divisor ist drei- und mehrstellig.

A. Mündlich.

a. 200 in 200	400 in 1200	600 in 1800	800 in 3200
200 in 800	400 in 3200	600 in 4200	800 in 4800
300 in 300	500 in 2500	700 in 3500	900 in 2700
300 in 900	500 in 4000	700 in 4900	900 in 7200

Verfahren:

Wie oft liegt 400 in 1200? 400 = 4 Hunderter, und 1200 = 12 H.; 4 H. sind in 12 H. so oft enthalten, als 4 in 12, nämlich 3mal; also liegt 400 in 1200 3mal.

b. 2000 in 2000	2000 in 16000	6000 in 48000
2000 in 8000	3000 in 21000	7000 in 63000
3000 in 3000	4000 in 32000	8000 in 64000
3000 in 9000	5000 in 45000	9000 in 36000.

B. Schriftlich.

Beispiel 1. Wie oft liegt 100 in 75300?

Berechnung.

1(00 | 753(00 | 753

100 Einer = 1 H. und 75300 = 753 H., 1 H. ist in 753 H. eben so oft enthalten, als 1 in 753, nämlich 753mal. Also ist 100 in 75300 753mal enthalten.

(Und also ist auch, können wir weiter schließen, der hundertste Theil von 75300 = 753 × 1 oder 753.)

33) 100 in 9600 = 96(00 = 96.
100 in 7580 = 75(80 = $75^{80}/_{100}$.
100 in 5793 = 57(93 = $57^{93}/_{100}$.
100 in 8271 = 82(71 = $82^{71}/_{100}$.

Beispiel 2. 700 in 23456 = ?

Berechnung:

```
7(0 0 | 2 3 4(5 6 | 3 3 356/700.
        2 1
        ———
          2 4
          2 1
          ———
          3 5 6
```

700 E. = 7 H., und 23456 E. = 234 H. und 56 E.; 7 H. sind in 234 H. eben so oft enthalten, als 7 in 234; 7 liegt in 234 33mal; also sind auch 7 H. in 234 H. 33mal enthalten, und 3 H. bleiben im Reste. 3 H. + 56 E. = 356 E.; 700 E. liegen in 356 E. $^{356}/_{700}$mal. Also ꝛc.

300 in 89400 = 298. 400 in 135000 = $337^{200}/_{400}$.
600 in 39470 = $65^{470}/_{600}$. 800 in 347168 = $433\ ^{768}/_{800}$.

Beispiel 3. 947580, div. durch 870 = ?

Berechnung:

```
8 7 (0 | 9 4 7 5 8 (0 | 1 0 8 9 150/870.
         8 7 . . .        . . .
         ———
           7 7 5
           6 9 6
           ———
             7 9 8
             7 8 3
             ———
             1 5 0
```

870 = 87 Z.; 947580 = 94758 Z.; 87 Z. in 94758 Z. oder 87 in 94758 = 1089mal, Rest 15 Z.; 15 Z. + 0 E. = 150 E.; 870 E. in 150 E. (870 in 150) = $^{150}/_{870}$ mal. Also ꝛc.

390 in 564980 = $1448^{360}/_{390}$. 750 in 9483720 = $12644^{720}/_{750}$.
480 in 357964 = $745^{364}/_{480}$. 640 in 7519583 = $11749^{223}/_{640}$.

Beispiel 4. 654 in 5949120 = ?

Berechnung:

654 | 5949120 | $9096\,{}^{336}/_{654}$.
5886
6312
5886
4260
3924
336

Daß 654 in 5 (M.) nicht 1 (mill.) mal und in 59 (Hdt.) nicht 1 (Hdt.) mal liegt, erkenne ich auf den ersten Blick. Der Divisor 654 hat 3 Stellen; ich nehme daher auch gleich 3 Stellen von dem Dividenden. 5 M. + 9 Hdt. + 4 Zt. = 594 Zt. Nun frage ich mich: Wie oft ist 654 in 594 Zt. enthalten? 654 liegt in 594 nicht 1mal, in 594 Zt. also nicht 1 zehnt. mal. Darum nehme ich auch die 9 T. dazu und suche, wie oft 654 in 5949 T. enthalten ist. Das ergibt sich, wenn ich weiß, wie oft 654 in 5949 Einern liegt. Um das zu finden, sehe ich von den Zehnern und Einern der beiden Zahlen ab und suche blos, wie oft die 6 Hunderter in den 59 Hundertern enthalten sind. 6 H. sind in 59 H. oder 6 ist in 59 9 mal. 654 liegt 9 mal in 9 mal 654; 9mal 654 = 5886, Rest 63. Liegt 654 in 5949 Einern 9mal, so liegt 654 in 5949 Tausender 9tausendmal, und 63 Tausend bleiben im Reste.

63 Taus. + 1 H. = 631 H.; 654 in 631 Hundertern ist 0 hundertmal.—

631 H. + 2 Z. = 6312 Zehner. Nun ist zu suchen, wie oft 654 in 6312 Zehnern liegt. Die 6 Hunderter sind zwar in 63 Hundertern 10 mal enthalten; 654 aber ist in 6312 nicht 10 mal. (Warum nicht?) Ich setze darum 9mal; 9mal 654 = 5886; Rest 426. Mithin ist 654 in 6312 Zehnern 90 mal, und 426 Zehner bleiben im Rest.

426 Z. + 0 E. = 4260 Einer. 654 in 4260, oder 6 H. in 42 H., kurz: 6 in 42 = 7 mal. Man kann aber leicht einsehen, daß die ganze Zahl 654 in der Zahl 4260 nicht 7 mal enthalten ist. Denn soll 654 in 4260 siebenmal liegen, so müssen nicht nur die 6 Hundert in den 42 Hundert, sondern auch die 54 E. in den 60 Einern 7 mal enthalten sein. Solches ist aber nicht der Fall; also ist auch nicht die ganze Zahl 653 in 4260 siebenmal enthalten. Es geht nur 6 mal. 6 mal 654 = 3924; Rest 336 Einer. 654 in 336 = ${}^{336}/_{654}$ mal. Also 2c.

203 in 7845 = $38\,{}^{131}/_{203}$. 809 in 16284 = $20\,{}^{104}/_{809}$.
507 in 8423 = $16\,{}^{311}/_{507}$. 904 in 72853 = $80\,{}^{533}/_{904}$.

34) 928837, div. durch 354 = $2776\,{}^{133}/_{354}$.
7432683, " " 987 = $7530\,{}^{573}/_{987}$
3758295, " " 195 = $19273\,{}^{60}/_{195}$.
99775, " " 256 = $389\,{}^{191}/_{256}$.
24680, " " 625 = $39\,{}^{305}/_{625}$.
98765432, " " 389 = $253895\,{}^{277}/_{389}$.
823485, " " 476 = $1730\,{}^{5}/_{476}$.
4326843, " " 758 = $5708\,{}^{179}/_{758}$.
7189584, " " 385 = $18674\,{}^{94}/_{385}$.
13579, " " 562 = $24\,{}^{91}/_{562}$.
12345678, " " 914 = $13507\,{}^{280}/_{914}$.
4326680, " " 812 = $5328\,{}^{344}/_{812}$.

35) 1000 in 57000 = 57(000 = 57.
1000 in 47900 = 47(900 = $47^{900}/_{1000}$.
1000 in 25840 = 25(840 = $25^{840}/_{1000}$.
1000 in 63875 = 63(875 = $63^{875}/_{1000}$.

2000 in 73000 = $36^{1000}/_{2000}$.	3500 in 345700 = $98^{2700}/_{3500}$.
4000 in 59400 = $14^{3400}/_{4000}$.	5700 in 738154 = $129^{2854}/_{5700}$.
6000 in 98760 = $16^{2760}/_{6000}$.	7260 in 529640 = $72^{6920}/_{7260}$.
8000 in 475382 = $59^{3382}/_{8000}$.	9640 in 853716 = $88^{5396}/_{9640}$.

36) 29304152, div. durch 3456 = $8479^{728}/_{3456}$.
74382910, „ „ 1975 = $37662^{460}/_{1975}$.
10709048, „ „ 2849 = $3758^{2506}/_{2849}$.
10000000, „ „ 9876 = $1012^{5488}/_{9876}$.
8634785, „ „ 5634 = $1532^{3497}/_{5634}$.
7602506, „ „ 6502 = $1169^{1668}/_{6502}$.
89362914, „ „ 23142 = $3861^{11652}/_{23142}$.
42961821, „ „ 76285 = $563^{13366}/_{76285}$.
1593328, „ „ 15998 = $99^{9526}/_{15998}$.
5804321, „ „ 28314 = $204^{28265}/_{28314}$.
3394520, „ „ 678954 = $4^{678704}/_{678954}$.
24963796, „ „ 480073 = 52.

Das Multipliciren und Dividiren in gegenseitiger Beziehung.

a. 48 Multiplikand.	25 | 1200 | 48	48 | 1200 | 25
25 Multiplikator.	100	96
240	200	240
96	200	240
1200 Produkt.		

48 durch 25 multiplicirt = 1200; 1200 ist also das 25fache von 48. Zerlege ich das 25fache wieder in 25 gleiche Theile, d. i. theile ich 1200 durch 25, so muß sich wieder 48 ergeben. Oder:

48, 25 mal genommen, gibt 1200; mithin muß 48 auch wieder 25 mal von 1200 weggenommen werden können: 48 muß in 1200 25 mal enthalten sein.

Die Zahl, die sich durch das Multipliciren ergibt, nennt man **Produkt**. Die Zahlen aber, die miteinander vervielfacht werden (Multiplikand und Multiplikator) n nnt man, weil sich aus ihnen das Produkt erzeugt, **Faktoren**.

Ist demnach das Produkt und **einer** der zwei Faktoren dieses Produktes bekannt, so wird der **andere** Faktor gefunden, indem man das Produkt durch den bekannten Faktor dividirt.

Ich mult. 2 Zahlen miteinander und erhalte als Produkt die Zahl 48; wie heißen die beiden Faktoren? (2 und 24, oder 3 u. 16, oder 4 und 12 ꝛc.)

Das Produkt zweier Zahlen = 72; der eine Faktor heißt 3; wie heißt der andere? Dergleichen Fragen mehr!

Divisor	Dividend	Quotient		
b. 72	3456	48	48	72
	288		72	48
	576		96	576
	576		336	288
			3456	3456.

Betrachte ich 48 als $^1/_{72}$ von 3456, so muß 48, 72 mal genommen, wieder 3456 geben.

Betrachte ich aber 48 als die Zahl, welche mir sagt, wie oft 72 in 3456 enthalten ist, so muß 72, 48 mal genommen = 3456 sein.

Multiplicirt man also Divisor und Quotient (den Theiler und den Theil) mit einander, so entspringt der Dividend (das Ganze).

Vermischte Aufgaben.

37) 16777216 ist 256 mal so groß, als welche Zahl? Antw.: 65536.

38) In welcher Zahl ist 7332 50632 mal enthalten? (371233824.)

39) Von dem Produkt 5830500 heißt der eine Faktor 6500. Wie heißt der andere? Antwort: 897.

40) Welches ist das Produkt der Faktoren 7900 und 3456? Antwort: 27302400.

41) Von welcher Zahl läßt sich 9782 709mal abziehen, ohne daß ein Rest bleibt? Antwort: Von 6935438.

42) Was für ein Theil ist 20800 von 113630400? (Der 5463te.)

43) Wie heißt die Zahl, die mit 5027 multiplicirt 19288599 gibt? Antwort: 3837.

44) Wie heißt die Zahl, die durch 3227 getheilt, 2009 gibt? Antwort: 6483043.

45) Ich dividire 26144559 durch eine Zahl und erhalte 8127. Welche Zahl ist es? Antwort: 3227.

46) Sechs Geschwister haben den Nachlaß ihrer Eltern unter sich zu theilen. Derselbe beträgt 4734 fl. Wie viel kommt auf 1 Theil? Antwort: 789 fl.

47) Ein Mann, den man fragte, wie alt er sei, antwortete: 3900 Wochen. Wie viele Jahre sind dieß? Antwort: 75 Jahre.

48) 36 Soldaten, welche bei einer Schlacht ihren Fürsten aus großer Gefahr befreiten, erhielten außer einem Denkzeichen noch 1000 Goldstücke von je 9 fl. Wie viele Gulden kamen auf den Mann? Antwort 250 fl.

49) Bayern hat 1393 Q.-M. und 4559452 Einwohner. Wie viele Einwohner kommen auf eine Q.-M? Antw.: 3273 $^{163}/_{1393}$ E.

50) Auf einem Dache befinden sich 14880 Ziegelsteine. Wie viele Reihen sind es, wenn jede aus 124 Stücken besteht? Antwort: 120 Reihen.

Vierter Cursus.

Die Rechnungsarten mit mehrfach und ungleich benannten Zahlen.

Betrachte ich die Zahl blos als eine bestimmte Menge von Eins, so ist sie eine reine oder unbenannte Zahl, wie z. B. 4, 15, 24. Wird sie aber als eine bestimmte Menge gewisser Gegenstände aufgefaßt, wobei mit der Zahl Namen von Dingen verbunden werden, so heißt sie eine benannte Zahl. Solche benannte Zahlen sind 4 fl., 15 Ellen, 25 Ctr.

Die benannten Zahlen sind entweder einfach, oder zweifach, oder mehrfach benannt. Eine einfach benannte Zahl ist die Zahl 4 fl., eine zweifach benannte die Zahl 4 fl. 45 kr., eine mehrfach benannte die Zahl 4 fl. 45 kr. 3 pf.

Haben zwei oder mehrere benannte Zahlen gleiche Benennung, wie 4 fl. und 15 fl., oder wie 48 kr., 36 kr. und 24 kr.; so sind es gleich benannte oder gleichnamige Zahlen. Im entgegengesetzten Falle sind es ungleich benannte oder ungleichnamige Zahlen, wie z. B. 4 fl. und 15 Pfd., oder auch wie 48 kr. und 4 fl.

Zwei ungleich benannte Zahlen bezeichnen entweder Dinge gleicher Art, oder Dinge verschiedener Art. Dinge gleicher Art bezeichnen die Zahlen 48 kr. und 4 fl., Dinge verschiedener Art die Zahlen 4 fl. und 5 Ctr. Ungleich benannte Zahlen, welche Dinge von einer und derselben Art bezeichnen, wie 48 kr. und 4 fl., oder wie 75 Pfd. und 5 Ctr., können in gleichbenannte verwandelt werden. 48 kr. und 4 fl. = 48 kr. und 240 kr.; 75 Pfd. und 5 Ctr. = 75 Pfd. und 500 Pfd. Eben so kann man auch zwei- oder mehrfach benannte Zahlen in einfach benannte verwandeln. 4 fl. 48 kr. = 288 kr., 5 Ctr. 75 Pfd. = 575 Pfd. In dem einen wie in dem andern Falle wird die höhere Sorte in die niedere aufgelöst. Dieses, das Auflösen der höheren Münz-, Maß- und Gewichtssorten in die niederen, Resolviren genannt, sowie umgekehrt das Zurückführen oder Reduciren der niedern Sorten auf die höheren, kommt bei dem Rechnen mit benannten Zahlen häufig vor, und ist daher, bevor man zu demselben übergeht, recht tüchtig zu üben.

I. Das Resolviren und Reduciren.

A. Die Münzen.

Die Münzen sind geprägte Metallstücke, welche einen bestimmten Werth haben, und als Austauschmittel dienen. Die Seite einer Münze, welche das Bild des Landesfürsten oder das Wappen trägt, heißt die Vorderseite (Avers). Die andere Seite, welche den Namen und die Geltung der Münze zeigt, heißt Kehr- oder Rückseite (Revers).

Ihrem Stoffe nach werden die Münzen in Gold-, Silber- und Kupfermünzen eingetheilt. Die Gold- und Silbermünzen werden aber nicht aus reinem Metalle geprägt. Bei jenen enthält das Münzmetall einen Zusatz von Silber oder Kupfer, oder es ist mit diesen beiden Metallen legirt; bei diesen ist es mit Kupfer vermischt. Durch den Zusatz wird das Münzmetall härter, und die Münzkosten werden zum Theil dadurch gewonnen. Die legirte Masse einer Münze heißt Schrot, das edle Metall darin Korn.

Das Abwägen des Goldes und Silbers geschieht seit langer Zeit nach der köln. Mark (=$233\frac{1}{5}$ Grammen). Aus der köln. Mark feinen Silbers prägte Preußen bisher 14 Thlr., Oestreich 20 fl. und Bayern mit den übrigen süddeutschen Staaten $24\frac{1}{2}$ fl. Nach dem neuen Münzsystem tritt nun in ganz Deutschland an die Stelle der köln. Mark das Zollvereinspfund (500 Grammen). Aus dem Zollpfunde feinen Silbers sollen fortan von den Thalerstaaten je 30 Thlr., von den Staaten des rhein. Guldens je $52\frac{1}{2}$ fl., von Oestreich je 45 fl. geprägt werden. Nach derselben Bestimmung behalten die sämmtlichen Zollvereinsstaaten, sowohl die, welche bis jetzt nach dem 14 Thlr.-Fuß, als die süddeutschen, welche nach dem $24\frac{1}{2}$ fl. Fuß prägten, ihre alten Münzen, das alte Schrot und Korn, bei. Oestreich aber verläßt seinen bisherigen Münzfuß. Indem es nun aus dem Zollpfund 45 fl. prägt, gewinnt es aus der köln. Mark 21 fl., anstatt wie bisher 20 fl. Das Verhältniß der Münzen von den verschiedenen Zollvereinsstaaten zu einander bleibt daher unverändert. 1 prß. Thlr. ist nach wie vor = 1 fl 45 kr., 1 Sgr. = $3\frac{1}{2}$ kr. Zwischen den Münzen dieser Staaten einerseits und denen Oestreichs andererseits dagegen wird das Verhältniß ein anderes.

Bisher war 1 fl. östreichisch = 1 fl. 12 kr. rhein. = 21 Sgr.;
jetzt ist 1 fl. „ = 1 fl. 10 kr. = 20 Sgr.

Alle deutschen Staaten prägen außer ihren Landesmünzen einfache und doppelte Vereinsthaler, welche in allen ihren Kassen der Landesmünze gleich geachtet werden sollen. — Das Mischungsverhältniß der Vereinsmünzen ist auf $\frac{9}{10}$ Silber und $\frac{1}{10}$ Kupfer festgesetzt.

An die Stelle der bisherigen Goldmünzen tritt ein schweres Goldstück, die Krone, = $\frac{1}{50}$ vom Zollpfund feinen Goldes, und die halbe Krone, = $\frac{1}{100}$ vom Zollpfund f. G. Auch beim Golde ist das Mischungsverhältniß 9 Theile Gold und 1 Theil Kupfer.

Zu erwähnen ist noch, daß man die Zahlen, welche das Werth-Verhältniß der größeren Geldsorten zu den kleineren bestimmen, Währungszahlen nennt. Hiernach ist die Währungszahl zwischen Gulden und Kreuzer 60, zwischen Kreuzer und Pfennig 4.

Mündlich.

Man lasse verwandeln

1) Kreuzer in Pfennige und Pfennige in Kreuzer.

a. 1 kr. = 4 pf.; 2 kr. oder 1 kr. + 1 kr. = 4 pf. + 4 pf., 2 kr. = 2 × 4 pf. oder 8 pf.; — 3 kr. oder 1 kr. + 1 kr. + 1 kr. = 4 pf. + 4 pf. + 4 pf., 3 kr. = 3 × 4 pf. oder 12 pf. Jeder Kreuzer gibt 4 pf.; also sind 4 kr. = 4 × 4 pf. oder 16 pf., 5 kr. = 5 × 4 pf. oder 20 pf. u. s. f. Dann auch außer der Reihenfolge und zuletzt Fragen: 2 kr. 3 pf., wie viele Pfg.? rc.

b. 4 pf. = 1 kr. Wenn ich eine Anzahl Pfennige habe und wissen möchte, wie viele Kreuzer sie machen; so lege ich immer 4 derselben zusammen. So viel mal 4 pf., so viel 1 kr.; 8 pf. = 2 × 4 pf, also auch 2 × 1 kr. oder 2 kr.; 12 pf. = 3 × 4 pf., also auch 3 × 1 kr. oder 3 kr.; 16 pf. = 4 × 4 pf., also auch 4 × 1 kr. oder 4 kr. u. s. f. Dann auch außer der Reihenfolge. Zuletzt Fragen: Wie viele Kreuzer und Pfennige machen 11 pf.? 15 pf.? 21 pf.? rc. (11 pf. = 8 pf. + 3 pf. = 2 kr. 3 pf.)

2) Die Groschen von 1 — 20 in kr. und von 20 an in Gulden.

1 Gr. = 3 kr.; 2 Gr. = 2 × 3 kr. od. 6 kr.; 3 Gr. = 3 × 3 od. 9 kr. rc.
20 Gr. = 1 fl.; 40 Gr. = 2 × 20 Gr. od. 2 fl.; 60 Gr. = 3 × 20 Gr. od. 3 fl. rc.
25 Gr. = 20 Gr. + 5 Gr. = 1 fl. 15 kr.; 75 Gr. = 60 + 15 Gr. = 3 fl. 45 kr. rc.

3) Die Sechser von 1 — 10 in kr. und von 10 an in Gulden.
4) Die Zwölfer von 1 — 5 in kr. und von 5 an in Gulden.
5) Ganze Gulden in halbe und halbe Gulden in ganze.
6) Die Gulden von 1—10 in kr. und die kr. von 60—600 in fl.

Schriftlich.

Beispiel 1. 8 fl., wie viele Kreuzer?

Auflösung: 1 fl. = 60 kr.; so viel mal 1 fl., so viel mal 60 kr.; 8 fl. sind daher 8 × 60 kr.

Ausrechnung:

60 kr.	oder	8 fl.
8		60
480 kr.		480 kr.

8 × 60 = 60 × 8; man multiplicirt also die gegebene Anzahl von Gulden und die Währungszahl 60 miteinander.

Aufgaben:

1) 14 fl. = 840 kr. 48 fl. = 2880 kr. 479 fl. = 28740 kr.
26 fl. = 1560 kr. 135 fl. = 8100 kr.

Beispiel 2. 1375 kr., wie viele Gulden?

Auflösung: 60 kr. = 1 fl.; so viel mal 60 kr., so vielmal 1 fl. Wie vielmal 60 kr. sind aber unsere 1375 kr.? Antwort: 1375 kr. sind so viel mal 60 kr. und daher auch so vielmal 1 fl., als 60 kr. darin enthalten sind. Um also zu finden, wie viele Gulden die 1375 kr. machen, so müssen wir mit 60 in 1375 dividiren.

Ausrechnung:

```
6(0 | 137(5 | 22 fl 55 kr.
      12
      ──
       17
       12
       ──
       55
```

60 kr. sind in 1375 kr. 22 mal enthalten und 55 kr. bleiben übrig. 1375 kr. sind also 22 × 60 kr. + 55 kr., mithin auch 22 fl. 55 kr.

Anm. Es ist nicht selten, daß Schüler beim Verwandeln einer niederen Sorte in eine höhere mit der höheren Sorte anfangen, und umgekehrt. Das ist nicht zu gestatten. Die Auflösung einer Rechenaufgabe hat stets mit dem Gegebenen zu beginnen. Sind Gulden in Kreuzer aufzulösen, so heißt der erste Satz: 1 fl. = 60 kr.; sind aber Kreuzer in Gulden zu verwandeln, so heißt derselbe: 60 kr. = 1 fl.

2) 2345 kr. = 39 fl. 5 kr. 4567 kr. = 76 fl. 7 kr.
3456 kr. = 57 fl. 36 kr. 93475 kr. = 1557 fl. 55 kr.

3) 14 kr. = 56 pf.; 53 kr. = 212 pf.
25 kr. = 100 pf.; 37 kr. = 148 pf.

4) 87 pf. = 21 kr. 3 pf.; 268 pf. = 67 kr. = 1 fl. 7 kr.
157 pf. = 39 kr. 1 pf.; 319 pf. = 79 kr. 3 pf. = 1 fl. 19 kr. 3 pf.

Beispiel 3. 17 fl. 54 kr., wie viele Kreuzer?

```
        Ausrechnung.                          Probe.
17 fl. 54 kr.   kürzer: 17 fl. 54 kr.    60 | 1074 | 17 fl.
 60                      60                   60
────                    ────                  ──
1020                    1074 kr.              474
+ 54                                          420
────                                          ───
1074 kr.                                      54 kr.
```

5) 46 fl. 42 kr. = 2802 kr.
64 fl. 46 kr. = 3886 kr.
482 fl. 57 kr. = 28977 kr.

6) 36 kr. 2 pf. = 146 pf.
45 kr. 3 pf. = 183 pf.
53 kr. 1 pf. = 213 pf.

Beispiel 4. 28 fl., wie viele Pfennige?

Geweckte Schüler werden diese Aufgabe auf zweierlei Weise lösen:
a. 1 fl. = 60 mal 4 oder 240 pf; 28 fl. = 28 mal 240 pf.
b. 28 fl. = 28 mal 60 oder 1680 kr.; 1680 kr. = 1680 mal 4 pf.

Die letztere Weise ist die gewöhnliche. Man verwandelt also die höhere Sorte zuerst in die nächste niedere Sorte und dann in die entferntere. Aehnlich verfährt man im entgegengesetzten Falle.

```
                                23        60
 28 fl.      Probe:   4 | 6720 pf. | 1680 kr. | 28 fl.
 60                                   120
────                                  ───
1680 kr.                              480
   4                                  480
────                                  ───
6720 pf.
```

7) 97 fl. = 23280 pf. 8) 124 fl. 36 kr. = 29904 pf.
375 fl. = 90000 pf. 365 fl. 45 kr. = 87780 pf.
789 fl. = 189360 pf. 39 fl. 45 kr. 2 pf. = 9542 pf.
3258 fl. = 781920 pf. 96 fl 57 kr. 3 pf. = 23271 pf.

9) 3579 pf. = 14 fl. 54 kr. 3 pf.; 5793 pf. = 24 fl. 8 kr. 1 pf.
8697 pf. = 36 fl. 14 kr. 1 pf.; 31759 pf. = 132 fl. 19 kr. 3 pf.
87594 pf. = 364 fl. 58 kr. 2 pf.

B. Die Gewichte.

Gewichte sind Körper von genau bestimmter Schwere. Sie werden gebraucht, um die (absolute) Schwere gewisser Dinge zu finden.

Das bayerische Gewichtssystem:

1 Ctr. = 100 Pfd. = 3200 Loth = 12800 Qt.
1 Pfd. = 32 Loth = 128 Qt.
1 Loth = 4 Qt.

Anm. Nicht überall enthält der Centner 100 Pfd. In Würtemberg beträgt derselbe 104, in Preußen, Braunschweig, Hessen-Kassel rc. 110, in Hamburg 112, in Bremen 116. Das Pfund wird überall in 32 Loth eingetheilt, ist aber nicht überall von gleicher Schwere. Das bayerische Pfund = 560 Grammen, das badische = 500, das würtemb. und preuß. = 467³/₄. Das Zollpfund = 500 Gr. oder nahezu 28 bayr. Loth.

Mündlich.

1 Loth = 4 Qt.; 2 Loth = 2 × 4 od. 8 Qt.; 3 Lth. = 3 × 4 od. 12 Qt. rc.
1 Lth. 3 Qt. = 4 Qt. + 3 Qt. = 7 Qt.; 2 Lth. 2 Qt. = 8 + 2 Qt. = 10 Qt. rc.
4 Qt. = 1 Lth.; 8 od. 2 × 4 Qt. = 2 Lth.; 12 od. 3 × 4 Qt. = 3 Lth. rc.
11 Qt. = 8 Qt. + 3 Qt. = 2 Lth. 3 Qt.; 18 Qt. = 16 + 2 Qt. = 4 Lth. 2 Qt. rc.

Wie hier mit Loth und Quint, so thue man auch mit Pfund und Loth, und eben so mit Centner und Pfund. Ueberall ist es bis zur Sicherheit und Fertigkeit zu bringen.

Schriftlich.

Hier finden wir unnöthig, Beispiele über die Berechnung zu geben. Wir lassen daher sogleich die Aufgaben folgen.

10) 24 Ctr. = 2400 Pfd. = 76800 Lth. = 307200 Qt.
11) 3458 Pfd. = Ctr.? 79587 Pfd. = Ctr.? 87653 Pfd. = Ctr.
12) 5 Pfd. = 160 Loth. 78 Loth = 2 Pfd. 14 Loth.
8 Pfd. = 256 Loth. 300 Loth = 9 Pfd. 12 Loth.
37 Pfd. = 1184 Loth. 567 Loth = 17 Pfd. 23 Loth.
234 Pfd. = 7488 Loth. 1234 Loth = 38 Pfd. 18 Loth.
13) 15 Loth = 60 Qt.; 48 Lth. = 192 Qt.; 84 Lth. = 336 Qt.
456 Loth = 1824 Qt.; 8 Ctr. 75 Pfd. = 28000 Loth.
14) 6 Ctr. 47 Pfd. = Qt.? (82816.)
15) 24 Ctr. 84 Pfd. 30 Loth = 318072 Quint.

16) 34567 Loth = 10 Ctr. 80 Pfd. 7 Loth.
78943 Loth = 24 Ctr. 66 Pfd. 31 Loth.
457893 Loth = 143 Ctr. 9 Pfd. 5 Loth.
17) 94 Pfd. 18 Loth 2 Qt. = 12106 Qt.
2 Ctr. 64 Pfd. 28 Loth 3 Qt. = 33907 Qt.
18) 7531985 Qt. = 588 Ctr. 43 Pfd. 20 Loth 1 Qt.
10000000 Qt. = 781 Ctr. 25 Pfd. — Loth — Qt.

Der bayerische Herzog Christoph († 1493) warf einen Stein von 43520 Qt. mehrere Fuß in die Höhe. Wie viele Ctr. wog der Stein? (3 Ctr. 40 Pfd.)

C. Die Maße.

Die Maße sind entweder Zahlenmaße d. i. bestimmte Zahlen, oder körperliche Maße d. i. gewisse Körper, welche angewendet werden, um die Quantität mancher Gegenstände zu bestimmen. Die körperlichen Maße sind zweifacher Art: entweder werden sie an den zu messenden Gegenstand gelegt, oder der zu messende Gegenstand wird in sie gelegt. Im ersten Falle heißen sie Anlegemaße, im zweiten Hohlmaße.

Die Anlegemaße sind nach ihrer Beschaffenheit entweder Längen-, oder Flächen-, oder Körpermaße. Die Hohlmaße sind theils für trockene, theils für flüssige Dinge bestimmt. Zu jenen gehört das Getreidemaß, zu diesen das Wein-, Bier-, Essigmaß 2c.

A. Die Zahlenmaße.

1) Das eigentliche Zahlenmaß.

1 Schock = 4 Mandel = 60 Stück.
1 „ = 15 „

Aufgaben:

19) 18 Schock = 1080 Stück.
34 Schock = 2040 Stück.
64 Schck. 3 Mdl. = 3885 Stück.
75 Schck. 2 Mdl. 12 Stck. = 4542 St.

20) 75 Mdl. = 18 Schck. 3 Mdl.
328 „ = 82 Schck.
753 Stck. = 12 Schck. 33 St.
1234 „ = 20 „ 34 St.

2) Das Papiermaß.

1 Ballen = 10 Ries = 200 Buch = 4800 Bg.
1 „ = 20 „ = 480 „
1 „ = 24 „

So für das Schreibpapier. Vom Druckpapier hat das Buch 25 Bg., das Ries also 20 × 25 oder 500 Bg. und der Ballen 10 × 500 oder 5000 Bg.

Mündlich.

Mache 2 Buch zu Bogen! Ebenso 3 Bch., 4 Bch., 5 Bch., 2 Bch. 12 Bg. 2c. Wie viel Buch geben 32 Bg.? 48 Bg.? 60 Bg.? 2c. — Mache die Ries von 1 bis 5 zu Buch! — Wie viel Ries geben 36 Bch.? 40 Bch.? 54 B. 2c.

Schriftlich.

21) 1 Rs. 9 Bch. 8 Bg. = 704 Bg.; 2 Bll. 8 Rs. 4 Bch. = 13536 Bg.
4 „ 10 „ 5 „ = 2165 Bg.; 3 B. 5 R. 12 Bch. 18 Bg. = 17106 B.

22) 19336 Bg. = 4 Bll. 5 Bch. 16 Bg.
21419 Bg. = 4 Bll. 4 Rs. 12 Bch. 11 Bg.
107348 Bg. = 22 Bll. 3 Rs. 12 Bch. 20 Bg.

3) Das Zeitmaß.

1 Jahr = 12 Mon. = 52 Wch. = 365 Tg. = 8760 Std.
1 Mon. = 4 Wch. = 30 Tg. = 720 Std.
1 Wch. = 7 Tg. = 168 Std.
1 Tg. = 24 Std.

1 Stunde = 60 Min.; 1 Min. = 60 Sekunden.

Anm. Genau genommen hat das gewöhnliche Jahr 52 Wochen und 1 Tag, das Schaltjahr 366 Tage oder 52 Wochen und 2 Tage. Auch hat nicht jeder Monat 30 Tage.

Mündlich.

Wie viele Tage machen 2 Wch.? 4 Wch.? 5 Wch. 3 Tg.? — Wie viel Wochen machen 21 Tg.? 49 Tg.? 12 Tg.? 32 Tg.? — Ebenso mit Monat und Tag, mit Jahr und Monat.

Schriftlich.

23) 52 Wochen, wie viele Tage? Stunden? Min.? (524160 Min.)
24) 37851 Stunden, wie viele Jahre? (4 J. 17 W. 2 Tg. 3 St.)
25) 1000000 Sek. = 1 Wch. 4 Tg. 13 Std. 46 Min. 40 Sek.

B. Die körperlichen Maße.

1) Die Anlegemaße.

Anm. Jetzt lernen die Schüler nur die Längenmaße und diese nur nach ihrer zwölftheiligen Eintheilung kennen. Die Flächen- und Körpermaße, sowie die zehntheilige Eintheilung kommen später vor.

1 Ruthe (°) = 12 Fuß (′) = 144 Zoll (″) = 1728 Lin. (‴)
1 Fuß = 12 Zoll = 144 Lin.
1 Zoll = 12 Lin.

26) 6″ = 72‴; 8″ 7‴ = 103‴; 3′ = 432‴; 7′ 9″ 8‴ = 1124.‴
27) 9° = 15552‴; 4° 5′ = 7632‴; 8° 5′ 7″ = 14628‴.
28) 94′ = 7° 10′; 365″ = 2° 6′ 5″; 7864‴ = 4° 6′ 7″ 4‴.
29) 2468′ = 205° 8′; 5375″ = 37° 3′ 11″; 45798‴ = 26° 6′ 6‴.

2) Die Hohlmaße.

a. Getreidemaß.

1 Scheffel = 6 Metzen = 24 Viertel = 96 Sechszehntel (Maas).
1 Metzen = 4 Viertel = 16 „
1 Viertel = 4 „

Anm. 1 bayer. Metzen ist nahezu $1^1/_2$ Kubikfuß, 1 Schff. also nahezu 9 Kbkf.

Mündlich.

Mache die Scheffel von 1 bis 10 zu Metzen! Wie viel Metzen sind 2 Schff. 3 Mtz.? 4 Schff. 2 Mtz.? ꝛc. — Wie viel Schff. machen 18 Mtz.? 21 Mtz. ꝛc.

Schriftlich.

30) 3 Vrtl. = 12 Sz.; 2 V. 3 Sz. = 11 Sz.; 5 Mtz. 1 V. 2 Sz. = 86 Sz.
31) 18 Schff. = 1728 Sz.; 24 Schff. 5 Mtz. = 2384 Sz.; 36 Schfl. 4 Mtz. 3 V. = 3532 Sz.
32) 125 Mtz. = 20 Schff. 5 Mtz.; 348 Vrtl. = 14 Schff. 3 Mtz.;
279 „ = 46 „ 3 „ 7654 Sz. = 79 Schff. 4 Mtz. 6 Sz.

b. Wein- und Biermaß.

1 Fuder = 12 Eimer = 768 Aichmaas.
1 Eimer = 64 Aichmaas.

Anm. Der bayer. Eimer beträgt $2^{752}/_{1000}$, nahezu $2^3/_4$ Kubikfuß.

33) 7 Eimer = 448 Ms. 7 Fdr. = 5376 Ms.
8 Eimer 48 Ms. = 560 Ms.; 3 Fdr. 9 E. 54 Ms. = 2934 Ms.
34) 475 Ms. = 7 E. 27 Ms.; 1825 Ms. = 2 Fdr. 4 E. 33 Ms.
712 Ms. = 11 E. 8 Ms.; 9876 Ms. = 12 Fdr. 10 E. 20 Ms.

II. Addiren.

A. Mündlich.

Anm. Man quäle die Kinder beim mündlichen Rechnen nicht mit großen Zahlen. Der bei Weitem größere Theil der Rechenaufgaben, welche das bürgerliche Leben gibt, bewegt sich in dem Zahlenraume von 1 bis 100. Auch liegt das formal Bildende der arithmetischen Aufgaben nicht in der Größe der dabei angewandten Zahlen, sondern in der Art und Weise, wie dieselben miteinander verbunden werden. Das Rechnen mit sehr großen Zahlen hat darum in der Volksschule nach beiden Seiten hin einen sehr beschränkten Werth.

Zugleich wollen wir hier bemerken, daß der Lehrer beim mündlichen Rechnen sich nicht passiv verhalten dürfe, sondern selbst mitrechnen müsse. Wir halten darum auch nicht für nöthig, den für das mündliche Rechnen besonders gesetzten Aufgaben die Facite beizufügen.

1) 18 fl. 36 kr. + 6 fl. = ?

Zu 18 fl. 36 kr. sind 6 fl. zu zählen. Die Gulden legt man zu den Gulden, die 6 fl. also zu den 18 fl.; 18 fl. 36 kr. + 6 fl. = 24 fl. 36 kr.

25 fl. 51 kr. + 13 fl. = ? 14 kr. + 15 kr. 3 pf. = ?
32 Pfd. 25 Loth + 16 Pfd. = ? 72 fl. + 24 fl. 37 kr. = ?
41 kr. 3 pf. + 18 kr. = ? 16 Loth + 12 Loth 1 Qt. = ?
28 Loth 2 Qt. + 24 Loth = ? 40 Pfd. + 35 Pfd. 24 Loth = ?
ꝛc. ꝛc.

2) 8 fl. 37 kr. + 9 fl. 40 kr. = ?

a) 8 fl. 37 kr. + 9 fl. = 17 fl. 37 kr.; 17 fl. 37 kr. + 40 kr. = 17 fl. 77 kr. = 17 fl. + 1 fl. 17 kr. = 18 fl. 17 kr.

b) 8 fl. + 9 fl. = 17 fl.; 37 kr. + 40 kr. = 77 kr. = 1 fl. 17 kr.; 17 fl. + 1 fl. 17 kr. = 18 fl. 17 kr.

13 fl. 30 kr. + 15 fl. 54 kr. = ?	1 Krthlr. + 1 Vereinsthlr.?
18 Pfd. 25 Lth. + 20 Pfd. 15 Lth. = ?	1 bayer. Thl. + 1 Kronenthl.
52 kr. 3 pf. + 27 kr. 2 pf. = ?	3 bayer. Thl. + 3 Vereinsthl.

B. Schriftlich.

8 fl. 36 kr. + 7 fl. 54 kr. + 13 fl. 45 kr. + 24 fl. 24 kr. = ?

Die Aufgabe wird so, wie sie hier steht, an die Wandtafel geschrieben. Dann wird gefragt: Wie geordnet werden die Zahlen am leichtesten addirt? (Unter einander gesetzt.) Wie setzt man z. B. die Zahlen 384 und 736 unter einander? (Die Einer unter die Einer 2c.) Allgemein: man setzt die gleichnamigen Stellen unter einander. Wie wird man nun die hier stehenden Posten, welche Gulden und Kreuzer betragen, unter einander schreiben müssen, um sie bequem zusammenzählen zu können? (Gulden unter Gulden und Kreuzer unter Kreuzer.) Thun wir es.

8 fl. 36 kr.	60	159	2 fl.
7 fl. 54 kr.		120	
13 fl. 45 kr.			
24 fl. 24 kr.		39 kr.	
54 fl. 39 kr.			

Wo kann man anfangen zu addiren? (Bei den Gulden oder auch bei den Kreuzern.) Thut Beiderlei! — Welches Verfahren ist das bessere?

Man addirt zuerst die Kreuzer. Die Summe derselben verwandelt man in Gulden. Die hierbei im Rest bleibenden Kreuzer schreibt man unter die addirten Kreuzer. Die erhaltenen Gulden aber zählt man zu den Gulden.

Aufgaben:

1)	2)	3)
17 fl. 32 kr.	36 kr. 3 pf.	123 fl. 17 kr. 1 pf.
112 fl. 48 kr.	48 kr. 2 pf.	234 fl. 48 kr. 2 pf.
45 fl. 46 kr.	18 kr. 3 pf.	307 fl. 31 kr. 1 pf.
16 fl. 54 kr.	56 kr. 1 pf.	678 fl. 42 kr. 3 pf.
193 fl. — kr.	2 fl 40 kr. 1 pf.	1344 fl. 19 kr. 3 pf.

4) 9764 fl. 48 kr. 3 pf. + 898 fl. 25 kr. 2 pf. + 37549 fl. 57 kr. 3 pf. + 8907 fl. 38 kr. 3 pf. = 57120 fl. 50 kr. 3 pf.

5) 24 Lth. 3 Qt. + 18 Lth. 2 Qt. + 31 Lth. 3 Qt. + 9 Lth. 2 Qt. = ? Antwort: 2 Pfd. 20 Loth 2 Qt.

6) 47 Pfd. 20 Loth + 75 Pfd. 25 Loth + 36 Pfd. 12 Loth + 50 Pfd. 30 Loth = ? Antwort: 2 Ctr. 10 Pfd. 23 Loth.

7) 9 Ctr. 60 Pfd. + 12 Ctr. 75 Pfd. + 24 Ctr. 84 Pfd. + 14 Ctr. 58 Pfd. = ? Antw.: 61 Ctr. 77 Pfd.

8) 4 Ctr. 38 Pfd. 14 Loth
7 „ 98 „ 30 „
2 „ 74 „ 27 „
8 „ 15 „ 18 „
6 „ 67 „ 24 „
---
29 Ctr. 95 Pfd. 17 Loth.

9) 36 Pfd. 31 „ 2 Qt.
63 „ 27 Loth 3 „
45 „ 23 „ 3 „
54 „ 17 „ 1 „
82 „ 12 „ 2 „
---
2 Ctr. 83 Pfd. 16 Loth 3 Qt.

10) 2 Mdl. 12 Ell. + 3 M. 13 E. + 2 M. 14 E. = 9 M. 9 E.

11) 12 Schck. 2 M 8 Ell.
25 „ 3 „ 12 „
18 „ 1 „ 10 „
9 „ 3 „ 14 „
---
66 Schck. 3 M. 14 Ell.

12) 36 Schober 25 Garben
49 „ 54 „
74 „ 38 „
88 „ 42 „
---
249 Schober 39 Garben

13) 8 Bch. 20 Bogen + 15 Bch. 18 Bg. + 12 Bch. 22 Bg. + 13 Bch. 16 Bg. = ? Antw.: 2 Rs. 11 Bch. 4 Bg.

14) 6 Rs. 15 Bch. + 8 Rs. 17 Bch. + 4 Rs. 12 Bch. + 9 Rs. 18 Bch. = ? Antw.: 3 Ball. 2 Bch.

15) 3 Bll. 8 Rs. 15 Bch.
14 „ 6 „ 18 „
25 „ 9 „ 16 „
36 „ 7 „ 14 „
---
81 Bll. 3 Rs. 3 Bch.

16) 8 Bll. 3 Rs. 12 Bch. 22 Bg.
12 „ 7 „ 19 „ 20 „
6 „ 8 „ 16 „ 18 „
20 „ 5 „ 13 „ 23 „
---
48 Bll. 6 Rs. 3 Bch. 11 Bg.

17) 24 Fß. 8 Zoll. + 18 Fuß. 7 Z. + 32 Fß. 9 Z. + 11 Fß. 5 Z. = ? Antwort: 7 Ruthen 3 Fuß 5 Zoll.

18) 35 Rth. 4 Fß. + 27 Rth. 9 Fuß + 46 Rth. 8 Fß. + 72 Rth. 6 Fß. = ? Antwort: 182 Ruthen 3 Fuß.

19) 125 Rth. 3 Fß. 9 Zoll.
84 „ — „ 6 „
429 „ 7 „ 8 „
371 „ 9 „ 6 „

1010 Rth. 9 Fß. 5 Zoll.

20) 36 Fß. 9 Zoll 6 Linien.
48 „ 8 „ 9 „
89 „ 3 „ 7 „
96 „ 7 „ 8 „
---
271 Fß. 5 Zoll 6 Linien.

21) 38 Schff. 5 Mtz. + 28 Schff. 4 Mtz. + 54 Sch. 3 M. = ? Antwort: 122 Scheffel.

22) 4 Mtz. 3 Vrtl. 2 Sechszehntel + 5 Mtz. 2 Vrtl. + 3 M. 2 Vrtl. 3 Sechsz. = ? Antwort: 2 Schff. 2 Mtz. 1 Sz.

23) A erntet 18 Schff. 5 Mtz. 3 Vrtl. 2 Sechsz. Weizen
27 „ 3 „ 2 „ 3 „ Korn
14 „ 4 „ — „ 2 „ Gerste
38 „ 5 „ 2 „ 1 „ Haber.
---
in Summe: 100 Schff. 1 Mtz. 1 Vrtl. — Sechz. Getreide.

24) 9 Fdr. 8 Eim. + 18 Fdr. 10 Eim. + 38 Fdr. 9 Eim. + 43 Fdr. 6 Eim. = ? Antwort: 110 Fdr. 9 Eimer.

25) 8 Eimer 32 Ms. + 12 Eim. 48 Ms. + 24 Eim. 54 Ms. + 17 Eim. 28 Ms. = ? Antwort: 63 Eimer 34 Ms.

26) Ein Faß hält: 3 Fuder 10 Eimer 36 Ms.
Ein zweites Faß: 5 „ 8 „ 53 „
Ein drittes Faß: 4 „ 9 „ 18 „
Ein viertes Faß: 6 „ 11 „ 45 „
21 Fdr. 4 Eimer 24 Ms.

27) Ein Mann war 32 J. 9 M. und 18 Tg. alt, als er heirathete; er lebte 36 J. 8 M. und 25 Tg. in der Ehe und als Wittwer noch 15 J. 6 M. 16 Tg. Wie alt ist er geworden? Antwort: 85 J. 29 Tg.

28) Das erste Stockwerk eines Hauses beträgt 15 Schuh 8 Zoll, das zweite 12 Sch. 10 Zoll, das dritte 10 Sch. 9 Zoll, und der Dachstuhl 25½ Schuh. Wie hoch ist das Haus? (64′ 9″).

29) Ein Konto über Schneiderarbeit. (Summe: 9 fl. 33 kr.)

30) Tagebuch über Einnahmen und Ausgaben. (Mehr: 68 fl. 14 kr.)

Anm. Man veranlasse die Schüler, selbst Aufgaben der letzteren Art zu bilden und sie in die gehörige Form zu bringen.

III. Subtrahiren.

A. Mündlich.

Beispiel 1. 1 fl. — 32 kr. = ?

Ausrechnung: 1 fl. = 60 kr.; 60 kr. — 32 kr. = 28 kr.; also ist ꝛc.

1 fl. — 30, 18, 45 ꝛc. kr. 1 Thlr. — 12, 23, 18 ꝛc. Gr.
1 Pfd. — 13, 27, 20 ꝛc. Lth. 1 Eim. — 36, 51, 15 ꝛc. Ms.
1 Ctr. — 48, 64, 72 ꝛc. Pfd. 1 Jahr — 26, 38, 17 ꝛc. Wch.

Ist bis zur größten Fertigkeit zu üben.

Beispiel 2. 8 fl. — 25 kr. = ?

Ausrechnung: 8 fl. = 7 fl. + 1 fl. = 7 fl. 60 kr.; 7 fl. 60 kr. — 25 kr. = 7 fl. 35 kr.

12 fl. — 21 kr. 7 kr. — 3 pf. 3 Mon. — 14 Tag
25 Pfd. — 30 Lth. 13 Lth. — 2 Qt. 5 Rth. — 7 Fß.
4 Ctr. — 84 Pfd. 9 Thlr. — 17 Gr. 4 Dutz. — 10 Stück

Beispiel 3. 27 fl. 18 kr. — 19 fl. = ?

Ausrechnung: Von 27 fl. 18 kr. sind 19 fl. wegzunehmen. Die Gulden nimmt man von den Gulden, die 19 fl. also von den 27 fl.; 27 fl. 18 kr. weniger 19 fl. = 8 fl. 18 kr.

36 fl. 21 kr. — 24 fl. = ? 15 fl. 30 kr. — 27 kr. = ?
75 Pfd. 27 Lth. — 48 Pfd. = ? 23 Pfd. 31 Lth. — 14 Lth. = ?
42 Eim. 50 Ms. — 16 Eim. = ? 12 Ctr. 64 Pfd. — 45 Pfd. = ?
81 Thlr. 25 Gr. — 52 Thlr. = ? 27 Thlr. 26 Gr. — 18 Gr. = ?

Beispiel 4. 5 fl. — 2 fl. 36 kr. = ?

Ausrechnung: Von 5 fl. sind 2 fl. 36 kr. abzuziehen. Zuerst nehme ich die 2 fl. weg, hernach die 36 kr. 5 fl. — 2 fl. = 3 fl.; 3 fl. — 36 kr. = 2 fl. 24 kr. Also ꝛc.

9 Ctr. — 4 Ctr. 32 Pfd. 30 fl. — 16 fl. 45 kr.
12 Pfd. — 5 Pfd. 14 Lth. 48 kr. — 32 kr. 1 pf.
25 Lth. — 18 Lth. 2 Qt. 20 Schff. — 13 Schff. 4 Mtz.

Beispiel 5. 7 fl. 24 kr. — 36 kr. = ?

Ausrechnung: Von 7 fl. 24 kr. sollen 36 kr. weggenommen werden. a) Ich nehme von 7 fl. 24 kr. erst 24 kr. weg und dann von den 7 fl. noch 12 kr.; 7 fl. 24 kr. — 24 kr. = 7 fl., und 7 fl. — 12 kr. = 6 fl. 48 kr. b) Ich ziehe die 36 kr. gleich von den 7 fl. ab. 7 fl. — 36 kr. = 6 fl. 24 kr.; von 7 fl. 24 kr. habe ich also noch 6 fl. 24 kr. + 24 kr. oder 6 fl. 48 kr. c) Ich löse einen von den 7 fl. in Kreuzer auf; statt 7 fl. 24 kr. habe ich dann 6 fl. 84 kr., und davon ziehe ich die 36 kr. ab. 6 fl. 84 kr. — 36 kr. = 6 fl. 48 kr.

18 kr. 1 pf. — 3 pf. 2 Ctr. 25 Pfd. — 84 Pfd.
12 fl. 32 kr. — 54 kr. 5 Thlr. 8 Gr. — 24 Gr.
10 Pfd. 16 Lth. — 28 Lth. 6 Schff. 3 Mtz. — 5 Mtz.

Beispiel 6. 8 fl. 30 kr. — 5 fl. 18 kr. = ?

Ausrechnung: Ich ziehe zuerst die 5 fl. ab und hernach die 18 kr. 8 fl. 30 kr. — 5 fl. = 3 fl. 30 kr.; 3 fl. 30 kr. — 18 kr. = 3 fl. 12 kr. Oder: 5 fl. von 8 fl. bleiben 3 fl., und 18 kr. von 30 kr. bleiben 2 kr. Nimmt man daher 5 fl. 18 kr. von8 fl. 30 kr. weg, so bleiben noch 3 fl. 12 kr. übrig.

12 fl. 36 kr. — 7 fl. 24 kr. 40 Jahre 11 Mon. — 32 J. 7 M.
13 Pfd. 27 Lth. — 9 Pfd. 13 Lth. 18 Ctr. 75 Pfd. — 7 Ctr. 50 Pfd.
25 Eim. 40 Ms. — 16 E. 25 Ms. 24 Rth. 10 Fß. — 19 Rth. 8 Fß.

Beispiel 7. 8 fl. 30 kr. — 4 fl. 42 kr. = ?

Ausrechnung: 8 fl. 30 kr. — 4 fl. = 4 fl. 30 kr.; 4 fl. 30 kr. — 42 kr. = 3 fl. 48 kr.

13 kr. 1 pf. — 6 kr. 2 pf. 30 fl. 12 kr. — 12 fl. 40 kr.
15 Lth. 2 Qt. — 8 Lth. 3 Qt. 10 Mon. 18 Tg. — 4 M. 20 Tg.
18 Schff. 3 Mtz. — 9 Schff. 5 Mtz. 12 Thlr. 10 Gr. — 7 Thlr. 24 Gr.

B. Schriftlich.

a. Ohne Borgen.

Beispiel: 75 fl. 48 kr. 3 pf. — 58 fl. 32 kr. 2 pf. = ?

Ausrechnung.

75 fl.	48 kr.	3 pf.	Vollzahl
58 fl.	32 kr.	2 pf.	Abzug
17 fl.	16 kr.	1 pf.	Rest

Wie beim schriftlichen Addiren, so wird auch hier bei der niedrigsten Sorte angefangen. Man zieht also 2 pf. von 3 pf., 32 kr. von 48 kr. und 58 fl. von 75 fl. ab.

1) 84 Pfd. 30 Lth. — 48 Pfd. 18 Lth. = ? Antw. 36 Pfd. 12 Lth.
36 Bch. 21 Bg. — 45 Bch. 12 Bg. = ? Antw. 18 Bch. 9 Bg.

2) 125 Schff. 5 Mtz. — 96 Schff. 4 Mtz. = ? Antw. 29 Sch. 1 Mtz.
142 Eim. 49 Ms. — 125 Eim. 36 Ms. = ? Antw. 17 Eim. 13 Ms.

b. Mit Borgen.

Beispiel 1. 42 fl. — 18 fl. 48 kr. 3 pf =?

Ausrechnung.

	59	4
42. fl.	— kr.	— pf.
18 fl.	48 kr.	3 pf.
23 fl.	11 kr.	1 pf.

Erklärung: Von 42 fl. sollen außer den 18 fl. auch noch 48 kr. und 3 pf. weggenommen werden. Pfennige kann man aber nur von Pfennigen nehmen und Kreuzer nur von Kreuzern. Um daher die 48 kr. und 3 pf. wegnehmen zu können, so müssen wir von den 42 fl. einen Gulden zu Kreuzer und von den 60 kr., die wir dadurch erhalten, 1 kr. zu Pfennig machen. Anstatt 42 fl. haben wir jetzt 41 fl. 59 kr. 4 pf., was eben so viel ist. Und davon ziehen wir nun 18 fl. 48 kr. 3 pf. ab.

3) 37 Ctr. — 15 Ctr. 64 Pfd =? Antwort: 21 Ctr. 36 Pfd.
94 Pfd. — 75 Pfd. 24 Loth =? Antwort: 18 Pfd. 8 Loth.

4) 31 Loth — 17 Loth 2 Qt. =? Antwort: 13 Loth 2 Qt.
275 fl. — 125 fl. 32 kr. 3 pf. =? Antw. 149 fl. 27 kr. 1 pf.

5) Wie viel sind 764 Ctr. mehr als 479 Ctr. 72 Pfd. 28 Loth? Antw. 284 Ctr. 27 Pfd. 4 Loth.

6) Wie viel sind 567 Ctr. 89 Pfd. 14 Loth 2 Qt. weniger als 1000 Ctr.? Antw. 432 Ctr. 10 Pfd. 17 Loth 2 Qt.

7) Von 68 Schff. Korn werden 49 Schff. 4 Mtz. 3 Vrtl. verbraucht; wie viel ist noch vorhanden? Antw. 18 Schff. 1 M. 1 V.

8) Von 54 Fdr. Wein sind noch 36 Fdr. 8 E. 42 Ms. vorhanden; wie viel wurde verkauft? Antw. 17 Fdr. 3 E. 22 Ms.

Beispiel 2. 48 fl. 24 kr. — 25 fl. 45 kr. =?

	84
	60
48. fl.	24 kr.
25 fl.	45 kr.
22 fl.	39 kr.

Erklärung: 45 kr. von 24 kr. geht nicht; ich borge also 1 fl.; 1 fl. = 60 kr.; 60 kr. + 24 kr. = 84 kr. Anstatt 48 fl. 24 kr. haben wir jetzt 47 fl. 84 kr., was eben so viel ist, und davon ziehe ich nun 25 fl. 45 kr. ab.

9) Wie viel beträgt der Unterschied zwischen 72 fl. 16 kr. und 36 fl. 48 kr.? Antw. 35 fl. 28 kr.

10) Von 54 kr. 1 pf. werden 28 kr. 3 pf. ausgegeben; wie viel bleibt Rest? Antw. 25 kr. 2 pf.

11) Wie viel ist 96 Pfd. 8 Lth. — 34 Pfd. 25 Lth.? 61 Pfd. 15 Lth.

12) Von 120 Ctr. 20 Pfd. sind noch 64 Ctr. 84 Pfd. vorhanden; wie viel ist weggenommen worden? Antw. 55 Ctr. 36 Pfd.

13) 63 Thlr. 13 Gr. — 44 Thlr. 27 Gr. =? 18 Thlr. 16 Gr.

14) Aus einem Fasse Wein von 25 Eim. 42 Ms. werden 9 Eim. 48 Ms. abgefüllt. Wie viel enthält dasselbe noch?
Antwort: 15 Eimer 58 Ms.

Beispiel 3. 4729 fl. 12 kr. 1 pf. — 3947 fl. 48 kr. 3 pf. =?

	71	5
4729. fl.	12. kr.	1 pf.
3947 fl.	48. kr.	3 pf.
781 fl.	23. kr.	2 pf.

15) 8346 fl. 27 kr. 2 pf. — 7059 fl. 51 kr. 3 pf. =?
Antw. 1286 fl. 35 kr. 3 pf.

16) 7654 Ctr. 38 Pfd. 15 Loth — 3456 Ctr. 83 Pfd. 24 Lth. =?
Antw. 4197 Ctr. 54 Pfd. 23 Loth.

17) 365 Pfd. 18 Loth — 189 Pfd. 21 Loth 1 Qt. =?
Antw. 175 Pfd. 28 Loth 3 Qt.

18) 30 Ctr. 46 Pfd. 27 Loth 1 Qt. — 12 Ctr. 64 Pfd. 14 Loth 2 Qt. =? Antw. 17 Ctr. 82 Pfd. 12 Loth 3 Qt.

19) 72 Fdr. 4 Eim. 18 Ms. — 27 Fdr. 8 Eim. 50 Ms. =?
Antw. 44 Fdr. 7 Eim. 32 Ms.

20) 150 Schff. 3 Mtz. 2 Vrtl. 2 Ms. — 87 Schff. 5 Mtz. 2 Vrtl. 3 Ms. =? Antw. 62 Schff. 3 Mtz. 3 Vrtl. 3 Ms.

21) 8 fl. 45 kr. + 13 fl. 36 kr. — 16 fl. 54 kr. =? (5 fl. 27 kr.)

22) 17 Pfd. 24 Loth + 24 Pfd. 18 Loth — 25 Pfd. 28 Loth =?
Antw. 16 Pfd. 14 Lth.

23) 15 Eim. 48 Ms + 18 Eim. 35 Ms. — 24 Eim. 42 Ms. =?
Antw. 9 Eim. 41 Ms.

24) Zähle 365 fl. 42 kr. 3 pf. + 764 fl. 38 kr. 2 pf. + 279 fl. 57 kr. 3 pf. + 876 fl. 28 kr. 3 pf. zusammen, und ziehe von der Summe die einzelnen Posten wieder ab! (2286 fl. 47 kr. 3 pf.)

25) Von 64 fl. 18 kr. ziehe 24 fl. 32 kr. + 17 fl. 54 kr. ab!
Rest 21 fl. 52 kr.

26) Von 18 Ctr. werden 3 Ctr. 75 Pfd. + 5 Ctr. 57 Pfd. + 4 Ctr. 45 Pfd. verkauft. Wie viel bleibt Rest? (4 Ctr. 23 Pfd.)

27) Jemand kauft 13 Eimer 46 Ms. + 28 Eim. 57 Ms. Wein, und gibt davon 9 Eim. 24 Ms. + 8 Eim. 32 Ms. wieder ab. Wie viel bleibt ihm übrig? Antw. 14 Eim. 46 Ms.

28) Ein Neubau war auf 3475 fl. 48 kr. 2 pf. veranschlagt. Die Baukosten betrugen aber 4162 fl. 30 kr. 3 pf. Um wie viel wurde der Voranschlag überschritten? Um 686 fl. 42 kr. 1 pf.

29) Von 3000 fl. sind nur noch 1258 fl. 24 kr. 2 pf. vorhanden. Wie viel ist weggenommen worden? Antw. 1741 fl. 35 kr. 2 pf.

30) Ein Faß mit Tabak wog 137 Pfd. 24 Loth. Nachdem die Waare herausgenommen war, wog es 12 Pfd. 30 Loth. Wie schwer war der Tabak? Antw. 124 Pfd. 26 Loth.

31) Ein Landmann erntet 75 Schff. 2 Mtz. Weizen. Für die Aussaat gehen 3 Schff. 3 Mtz. 1 Vrtl. auf, und für seine Haushaltung braucht er 6 Schff. 2 Mtz 2 Vrtl. Wie viel kann er verkaufen? Antw. 65 Schff. 2 Mtz. 1 Vrtl.

32) Es kaufte Jemand 4 Rs. 5 Bch. Papier. Nach einiger Zeit hatte er noch 2 Rs. 8 Bch. 15 Bg. Wie viel war verschrieben? Antw. 1 Rs. 16 Bch. 9 Bg.

33) Von 137 Schobern 32 Garben Getreid, die ein Bauer erntete, waren bis zu einer gewissen Zeit 65 Sch. 48 Garben ausgedroschen. Wie viel war noch zu dreschen? (71 Sch. 44 G.)

34) Ein bayerisches Landeskind muß seinem Könige 6 Jahr als Soldat dienen. Wie viel beträgt seine Dienstzeit noch, wenn 2 J. 3 M. 25 Tg. davon abgelaufen sind? (3 J. 8 M. 5 Tg.)

35) Von einem Acker, der 54 Rth. 4 Fuß 8 Zoll breit ist, werden 18 Rth. 8 Fuß 6 Zoll in der Breite weggemessen. Wie viel beträgt der übrige Theil? Antw. 35 Rth. 8 Fuß 2 Zoll.

36) Ein Mann, der jährlich mehr ausgab, als sein Gut ertrug, gerieth so in Schulden, daß ihm sein Anwesen durch die Gerichtsbehörde verkauft werden mußte. Der Erlös davon betrug 18435 fl. 21 kr. 2 pf. Die Gerichtskosten und die anderen bevorzugten Schuldposten, welche vor Allem zu tilgen waren, betrugen 1387 fl. 48 kr. 3 pf. Wie viel verloren die übrigen Gläubiger, welche zusammen 21308 fl. 14 kr. einzunehmen hatten? Antw. 4260 fl. 41 kr. 1 pf.

Eine passende Stelle finden hier auch gewisse Fälle aus der Gewinn- und Verlust-Berechnung. Wir geben aber für jeden besonderen Fall immer nur eine Aufgabe, welche frei im Kopfe zu berechnen ist, und stellen es dem Lehrer anheim, zu jedem Beispiele selbst noch einige Aufgaben zu bilden.

Aufgabe 1. Ein Handelsmann kauft die Elle um 2 fl. 42 kr. und verkauft sie wieder um 3 fl. 15 kr.; wie viel nimmt er Gewinn? Antw. 33 kr.

Auflösung: Er kauft die Elle um 2 fl. 42 kr. Verkauft er sie wieder um 2 fl. 42 kr.; so hat er keinen Gewinn. Verkauft er sie um 2 fl. 43 kr., d. i. um 2 fl. 42 kr. + 1 kr.; so hat er 1 kr. Gewinn. Verkauft er sie um 2 fl. 44 kr, d. i. um 2 fl. 42 kr. + 2 kr.; so hat er 2 kr. Gewinn. Er hat also so viel Gewinn, als er für die Elle mehr löst, als was sie ihn gekostet hat. Gekostet hat ihn die Elle 2 fl. 42 kr.; sein Erlös dafür ist 3 fl. 15 kr.; er gewinnt daher so viel, als 3 fl. 15 kr. mehr ist, denn 2 fl. 42 kr. Wie finde ich das? Erstens: Ich sehe zu, wie viel zu 2 fl. 42 kr. noch zu legen ist, um 3 fl. 15 kr. zu erhalten. Zweitens: Ich ziehe 2 fl. 42 kr. von 3 fl. 15 kr. ab. Ausführung!

Aufgabe 2. A kauft den Eimer Wein um 8 fl. 24 kr. und verkauft ihn wieder um 7 fl. 30 kr.; wie viel hat er Verlust? Antw. 54 kr.

Diese Aufgabe ist der vorigen entgegengesetzt, wird aber in derselben Weise, wie jene, aufgelöst.

Aufgabe 3. Ich kaufe 1 Klafter Holz um 11 fl. 48 kr. und verkaufe sie wieder mit 2 fl. 21 kr. Gewinn; wie theuer habe ich sie verkauft? Antw. Um 14 fl. 9 kr.

Auflösung: Kaufe ich 1 Klafter Holz um 11 fl. 48 kr. und verkaufe sie ohne Gewinn und ohne Verlust wieder; so löse ich dafür 11 fl. 48 kr. Verkaufe ich sie mit 1 kr. Gewinn, so löse ich 11 fl. 48 kr. + 1 kr.; verkaufe ich sie mit 2 kr. Gewinn, so löse ich 11 fl. 48 kr. + 2 kr. Ich verkaufe sie aber mit 2 fl. 21 kr. Gewinn; also löse ich 11 fl. 48 kr. + 2 fl. 21 kr. Ausrechnung!

Aufgabe 4. A kauft einen Acker um 250 fl. und verkauft ihn wieder mit 28 fl. 45 kr. Verlust; wie theuer hat er ihn verkauft? Antwort: Um 221 fl. 15 kr.

Aufgabe 5. Ich kaufe ein seltenes Buch und verkaufe es mit 4 fl. 42 kr. Gewinn um 8 fl. 18 kr. wieder; wie viel hat es mich gekostet?

Auflösung: Man gewinnt, wenn man eine Sache höher verkauft, als man sie eingekauft hat; man verliert, wenn man eine Sache niedriger verkauft, als man sie eingekauft hat. Da ich an dem Buche 4 fl. 42 kr. gewinne; so habe ich es um 4 fl. 42 kr. höher verkauft, als was es mich gekostet hat, oder ich habe es um 4 fl. 42 kr. billiger eingekauft, als verkauft. Das Buch hat mich also 4 fl. 42 kr. weniger, als 8 fl. 18 kr. gekostet. 8 fl. 18 kr. — 4 fl. 42 kr. = 3 fl. 36 kr.

Aufgabe 6. A kauft 1 Ctr. Waare und verkauft denselben mit 12 fl. 30 kr. Verlust um 55 fl. 45 kr. wieder; wie theuer hat er ihn eingekauft? Antw. Um 68 fl. 15 kr.

IV. Multipliciren.

A. Mündlich.

Es ist eine Forderung, welche das Leben an die Schule stellt, daß der Schüler in den Stand gesetzt werde, jede nicht zu große Anzahl der verschiedenen Sorten Münzen, Maße und Gewichte durch ganze Zahlen nicht nur schriftlich, sondern auch mündlich leicht und fertig zu multipliciren. Letzteres ist jedoch nur mittelst einiger Abkürzungen oder Vortheile zu erzielen. Den größten Vortheil, welcher zugleich Grundlage aller andern ist, bietet das Reduciren der gegebenen niederen Sorte in Theile der nächst höheren. In Folge dessen werden zwar, noch bevor die Lehre von den Brüchen an die Reihe gekommen, Brüche multiplicirt. Dergleichen Vorausnahmen mögen indeß in der Volksschule, die es nicht mit wissenschaftlicher, sondern mit praktischer Bildung für das Leben zu thun hat, wohl gestattet sein. Außerdem daß sie einem besonderen Zwecke dienen, haben sie auch noch das Gute, daß sie auf die folgenden Lehren hinweisen und sie anbahnen, zur lebendigen Thätigkeit anregen und zum Denken spornen.

1) Das Reduciren.

60 kr. = 1 fl.;	10 kr. = $^1/_6$ fl.:
30 kr. = $^1/_2$ fl.;	5 kr. = $^1/_{12}$ fl.;
15 kr. = $^1/_4$ fl.;	12 kr. = 1 Zwölfer;
$7^1/_2$ kr. = $^1/_8$ fl.;	6 kr. = 1 Sechser;
20 kr. = $^1/_3$ fl.;	3 kr. = 1 Groschen.

100 Pfund = 1 Ctr.;	32 Loth = 1 Pfd.;
50 Pfund = $^1/_2$ Ctr.;	16 Loth = $^1/_2$ Pfd.;
25 Pfund = $^1/_4$ Ctr.;	8 Loth = $^1/_4$ Pfd.;
20 Pfund = $^1/_5$ Ctr.;	4 Quint = 1 Loth;
10 Pfund = $^1/_{10}$ Ctr.;	2 Quint = $^1/_2$ Loth.
64 Maas = 1 Eimer;	24 Bg. = 1 Bch.;
32 Maas = $^1/_2$ Eimer;	12 Bg. = $^1/_2$ Bch.;
16 Maas = $^1/_4$ Eimer.	6 Bg. = $^1/_4$ Bch.

Vorstehendes ist mit den Schülern ausführlich durchzusprechen. Etwa so: 60 kr. = 1 fl. Theilt man 60 kr. in 2 gleiche Theile, so erhält man 30 kr. + 30 kr.; 30 kr. sind daher $^1/_2$ fl. — Theilt man sowohl die einen als die andern 30 kr. wieder in 2 gleiche Theile, so entstehen aus den 2 × 30 kr. 4 × 15 kr.; der Gulden ist jetzt in 4 gleiche Theile getheilt; 15 kr. sind daher $^1/_4$ fl. — Theilt man jede 15 kr. wieder in 2 gleiche Theile, so kommen auf den Theil $7^1/_2$ kr.; aus den 4 × 15 kr. werden 8 × $7^1/_2$ kr.; der Gulden ist also nun in 8 gleiche Theile zerlegt; daher sind $7^1/_2$ kr. = $^1/_8$ fl. 2c.

Sind in dieser Weise alle hier oben bezeichneten Sätze durchgeführt und am Ende durch wiederholtes Abfragen dem Gedächtnisse fest eingeprägt; so geht man zum Multipliciren über. Es wird hierbei wieder eben dieselbe Ordnung, wie oben, eingehalten, überall jedoch so lange verweilt, bis sich die Schüler die rechte Sicherheit und Fertigkeit erworben haben. Das nachstehende Beispiel soll zeigen, wie zu verfahren ist.

36 × 30 kr. = ?

Weitläufig: 36 × 30 kr. = 30 × 30 kr. + 6 × 30 kr.; 30 × 30 kr. = 900 kr.; 6 × 30 kr. = 180 kr.; 900 kr. + 180 kr. = 1080 kr. Diese mache ich zu Gulden. 1080 kr. = 600 kr. + 480 kr.; 600 kr. = 10 fl.; 480 kr. = 8 fl.; 10 fl. + 8 fl. = 18 fl. Also 2c.

Abgekürzt: 30 kr. = $^1/_2$ fl., 2 × 30 kr. = 2 × $^1/_2$ fl.; 3 × 30 kr. = 3 × $^1/_2$ fl.; also sind 36 × 30 kr. = 36 × $^1/_2$ fl. = 36 halbe Gulden, und 36 halbe Gulden = 18 ganze Gulden. Also 2c.

Wie rechnet man demnach 36 × 30 am leichtesten und schnellsten? Wie thun wir daher immer, wenn wir 30 kr. zu multipliciren haben? (Wir betrachten 30 kr. immer als $^1/_2$ fl.)

Wie rechnest du nun

12 × 30 kr.?	24 × 30 kr.?	11 × 30 kr.?	56 × 30 kr.?
18 × 30 kr.?	42 × 30 kr.?	25 × 30 kr.?	75 × 30 kr.?

So fort, bis der Schüler denkt und spricht: 28 × 30 kr. = 14 fl., 32 × 30 kr. = 16 fl. 2c. Auch zur Selbstbeschäftigung erhalten die Schüler solche Aufgaben. Man diktirt ihnen dergleichen und leitet sie an, die Berechnung mit Ziffern, übrigens aber ganz so wie mündlich, auszuführen. Z. B.

16 × 30 kr. = 16 × $^1/_2$ fl.; 16 × $^1/_2$ fl. = $^{16}/_2$ fl. = 8 fl.
52 × 30 kr. = 52 × $^1/_2$ fl.; 52 × $^1/_2$ fl. = $^{52}/_2$ fl. = 26 fl.

Wie mit dem halben Gulden, so geschieht auch mit dem Viertel-, Achtel-, Drittel-Gulden u. s. f. Von Zeit zu Zeit gibt man Aufgaben zur Wiederholung. Wie viel ist 24 × 30 kr.? 24 × 15 kr.? 24 × 7½ kr.? 24 × 20 kr.? ꝛc.

2) Das Zerlegen.

3 kr. = 1 Groschen.	13 kr. = 1 Zwlfr. + 1 kr.
4 kr. = 1 Gr. + 1 kr.	14 kr. = 1 " + 2 kr.
6 kr. = 1 Sechser.	15 kr. = ¼ fl.
7 kr. = 1 S. + 1 kr.	16 kr. = ¼ fl. + 1 kr.
8 kr. = 1 S. + 2 kr.	= ⅙ fl. + 1 S.
= ⅛ fl. + ½ kr.	17 kr. = ¼ fl. + 2 kr.
9 kr. = 1 S. + 1 Gr.	18 kr. = ¼ fl. + 1 Gr.
10 kr. = ⅙ fl.	= 1 Zwlfr. + 1 S.
11 kr. = ⅙ fl. + 1 kr.	19 kr. = ¼ fl. + 4 kr.
12 kr. = 1 Zwölfer.	= 3 S. + 1 kr.

20 kr. = ⅓ fl.	45 kr. = ½ fl. + ¼ fl.
21 kr. = ⅓ fl. + 1 kr.	46 kr. = ½ fl. + ¼ fl. + 1 kr.
u. s. f.	u. s. f.
30 kr. = ½ fl.	50 kr. = ½ fl. + ⅓ fl.
31 kr. = ½ fl. + 1 kr.	51 kr. = ½ fl. + ⅓ fl. + 1 kr.
u. s. f.	u. s. f.

Beispiel: 4 × 37 kr. = ?

	a.	b.	c.
4 × 37 kr. =	37 kr. =	30 kr. + 7 kr. =	½ fl. + 7 kr.
	+ 37 kr. =	30 kr. + 7 kr. =	½ fl. + 7 kr.
	+ 37 kr. =	30 kr. + 7 kr. =	½ fl. + 7 kr.
	+ 37 kr. =	30 kr. + 7 kr. =	½ fl. + 7 kr.

Wird an die Wandtafel geschrieben. a. 4 × 37 kr. = 37 kr. + 37 kr. + 37 kr. + 37 kr. b. Für 37 kr. kann ich immer setzen 30 kr. + 7 kr.; anstatt 4 × 37 kr. haben wir jetzt 4 × 30 kr. + 4 × 7 kr. c. 30 kr. = ½ fl.; also sind 4 × 37 kr. = 4 × ½ fl. + 4 × 7 kr.; 4 × ½ fl. = 2 fl., 4 × 7 kr. = 28 kr.; zusammen 2 fl. 28 kr.

Oder: Ich kaufe 4 Ellen Zeug à 37 kr.; wie kann ich sie bezahlen?

a) Ich lege auf jede Elle ½ fl. und 7 kr.; also brauche ich 4 mal ½ fl. und 4 mal 7 kr. = 2 fl. 28 kr.

b) Ich zahle für jede Elle ½ fl. + 1 Sechser + 1 Kreuzer; also zahle ich im Ganzen 4 mal ½ fl., 4mal 1 S. und 4 mal 1 kr. ꝛc.

c. Ich lege für jede Elle 3 Zwölfer (= 36 kr.) und 1 kr. hin; in diesem Falle zahle ich 4mal 3 Zwölfer + 4 mal 1 kr. ꝛc.

3) Das Ergänzen.

60 kr. = 1 fl.	30 kr. = ½ fl.
59 kr. = 1 fl. — 1 kr.	29 kr. = ½ fl. — 1 kr.
58 kr. = 1 fl. — 2 kr.	28 kr. = ½ fl. — 2 kr.
57 kr. = 1 fl. — 1 Gr.	27 kr. = ½ fl. — 1 Gr.

20 kr. = $^1/_3$ fl. | 15 kr. = $^1/_4$ fl.
19 kr. = $^1/_3$ fl. — 1 kr. | 14 kr. = $^1/_4$ fl. — 1 kr.
18 kr. = $^1/_3$ fl. — 2 kr. | 11 kr. = 1 Zw. — 1 kr.
17 kr. = $^1/_3$ fl. — 1 Gr. | 9 kr. = $^1/_6$ fl. — 1 kr.

59 kr. 3 pf. = 1 fl. — 1 pf.
29 kr. 1 pf. = $^1/_2$ fl. — 3 pf.
19 kr. 3 pf. = $^1/_3$ fl. — 1 pf.
14 kr. 2 pf. = $^1/_4$ fl. — $^1/_2$ kr.

Beispiel: 4 × 59 kr. = ?

59 kr. = 1 fl. — 1 kr.; 4 mal 59 kr. = 59 kr. = 1 fl. — 1 kr.,
\+ 59 kr. = 1 fl. — 1 kr.,
\+ 59 kr. = 1 fl. — 1 kr.,
\+ 59 kr. = 1 fl. — 1 kr.;

4 mal 59 kr. = 4 mal 1 fl. — 4 mal 1 kr.
= 4 fl. — 4 kr. = 3 fl. 56 kr.

Oder: Wie zahlt man 4 mal 59 kr. am einfachsten? Antwort: Man zahlt 4 mal 1 ganzen Gulden und läßt sich 4 mal 1 kr. wiedergeben. Wie viel habe ich dann eigentlich gezahlt? Antwort: 4 fl. — 4 kr. oder 3 fl. 56 kr.

4) Das Umkehren.

Beispiel 1. 60 × 4 kr. = ?

60 × 4 kr. = 60 × 1 kr. = 60 kr. = 1 fl.
\+ 60 × 1 kr. = 60 kr. = 1 fl.
\+ 60 × 1 kr. = 60 kr. = 1 fl.
\+ 60 × 1 kr. = 60 kr. = 1 fl.

also ist 60 × 4 kr. = 4 × 60 kr. = 4 fl.

Sprechweise: 60 × 1 kr. = 60 kr. oder 1 fl.; 60 × 2 kr. = 2 × 1 fl od. 2 fl.; 60 × 3 kr. = 3 × 1 fl. od. 3 fl.; also sind 60 × 4 kr. = 4 × 1 fl. oder 4 fl.

Beispiel 2. 120 × 57 kr. = ?

120 × 1 kr. = 120 kr. = 2 fl.; also sind 120 × 57 kr. = 57 × 2 fl. od. 114 fl.

Beispiel 3. 30 × 46 kr. = ?

30 × 1 kr. = 30 kr. = $^1/_2$ fl.; also sind 30 × 46 kr. = 46 × $^1/_2$ fl. = 23 fl.

Das Umkehren der Faktoren findet nur dann mit Vortheil statt, wenn der Multiplikator entweder die Währungs- oder Reduktionszahl der zu multiplicirenden Sorte selbst, oder wenn sie ein Vielfaches oder ein Theil der Reduktionszahl ist.

Aufgaben:

60 mal 47 kr.; 180 mal 39 kr.; 45 mal 16 kr.; 80 mal 27 kr.;
64 mal 36 Ms.; 64 mal 18 Lth.; 50 mal 27 Pfd.; 75 mal 28 kr.
32 mal 27 Lth.; 72 mal 22 Bog.; 16 mal 23 Lth.; 96 mal 46 Ms.;
24 mal 19 Bg.; 128 mal 17 Ms.; 20 mal 51 kr.; 48 mal 14 Lth.

Aus diesen und anderen dergleichen Multiplikations-Aufgaben werden sowohl vom Lehrer als von einzelnen Schülern Regeldetri-Aufgaben gebildet. Hierdurch erst wird der Schüler völlig in die Sache eingeführt. Z. B.

1 Pfund zu 37 kr.; was kosten 60 (120, 30 ꝛc.) Pfd.?

Für 1 fl. 23 Loth; wie viel für 32 (64, 16 ꝛc.) fl.?

Bei der Berechnung hat man aber ganz besonders Ursache, darauf zu sehen, daß der Schüler nicht spreche: Wenn 1 Pfd. 37 kr. kostet, so kosten 60 Pfund 37 × 60 kr. Das wäre ein falscher Schluß. Es muß heißen; Wenn 1 Pfd. 37 kr. kostet, so kosten 60 Pfd. 60 × 37 kr. Nun erst fragt sichs: Wie rechne ich 60 × 37 kr. am bequemsten? Antwort: 60 × 1 kr. = 1 fl.; 60 × 37 kr. = 37 × 1 fl. oder 37 fl.

Aufgaben mit der angewandten Zahl. Siehe „das Kopf- oder Denkrechnen" des Verf. S. 8, Stufe 10 — 50.

B. Schriftlich.

Bisher haben die Schüler wie im Kopfe, so auf der Tafel gerechnet. Jetzt haben wir das eigentliche Ziffer-Rechnen im Auge.

Beispiel 1. 35 mal 48 kr. 3 pf. = ?

```
Ausrechnung a)        48 kr.                3 pf.
                      35 kr.               35
              ------------------------------------------
                     240              4 | 105 | 26 kr.
                    144                     8
                      26                  ----
                     ----                   25
              60 | 1706 | 28 fl.            24
                   120                     ----
                   ----                     1 pf.
                    506
                    480
                    ---
                     26 kr.
```

Zuerst wurden die 3 pf. durch 35 multiplicirt und das Produkt durch 4 zu Kreuzer gemacht. Dann wurden die 48 kr. 35 mal genommen, die 26 kr. dazu addirt und die Kreuzer durch 60 in Gulden verwandelt.

Produkt: 28 fl. 26 kr. 1 pf.

```
Ausrechnung b) 35 × 48 kr. 3 pf.
                    4
                 -----
                 195 pf.
                  35 ×
                 -----
                  975
                 585       60
             ---------------------------------------------
             4 | 6825 pf. | 1706 kr. | 28 fl. 26 kr. 1 pf.
```

Hier wurden die 48 kr. zu Pfennig gemacht und die 3 pf. dazu gezählt. 48 kr. 3 pf. = 195 pf.; 35mal 48 kr. 3 pf. = 35mal 195 pf. = 6825 pf. Diese Pfennige wurden hierauf in Kreuzer und die dadurch erhaltenen Kreuzer in Gulden verwandelt.

Aufgaben.

Vorbemerkung. Der Multiplikator sagt, wie oft eine gegebene Zahl genommen werden soll. Er bezeichnet daher nie eine wirkliche Größe und ist eben darum stets eine reine oder unbenannte Zahl. Man kann nicht sagen: 55 kr. mal 47, oder 55 Pfd. mal 47 kr. Denn das hat keinen Sinn. Zwar scheint es, daß z. B. bei der Regeldetri-Aufgabe: 1 Pfd. zu 48 kr., was kosten 25 Pfund? die Zahl 48 kr. durch 25 Pfd. zu multipliciren sei. Dem ist jedoch nicht so. Indem ich schließe: wenn 1 Pfd. 48 kr. kostet, so kosten 25 Pfd. 25mal 48 kr., wird die Zahl 25 Pfd. ihrer Benennung (Pfd.) entkleidet und in eine reine Zahl verwandelt. Beim Multipliciren mit benannten Zahlen ist daher von den beiden Faktoren immer nur der Multiplikand eine benannte Zahl.

1)	47 mal 58 kr. = ?	Antwort: 45 fl. 26 kr.
	35 × 47 kr. = ?	Antwort: 27 fl. 35 kr.
	69 × 83 Pfd. = ?	Antwort: 57 Ctr. 27 Pfd.
	75 × 31 Lth. = ?	Antwort: 72 Pfd. 21 Lth.
	86 × 53 Ms. = ?	Antwort: 71 Eim. 14 Ms.
	135 × 27 Gr. = ?	Antw.: 121 Thlr. 15 Gr.

8 mal 48 kr. 3 pf. = ?	Antwort: 6 fl. 30 kr.
3 × 16 Pfd. 18 Lth. = ?	Antwort: 49 Pfd. 22 Lth.
4 × 42 fl. 42 kr. = ?	Antwort: 170 fl. 48 kr.
6 × 12 Thlr. 20 Gr. = ?	Antwort: 76 Thlr.
9 × 15 Eim. 54 Ms. = ?	Antwort: 142 Eim. 38 Ms.
7 × 31 Loth. 3 Qt. = ?	Antwort: 6 Pfd. 30 Lth. 1 Qt.

12 × 135 fl. 53 kr. 3 pf. = ?	1630 fl. 45 kr.
25 × 75 Pfd. 27 Loth 2 Qt. = ?	18 Ctr. 96 Pfd. 15½ Loth.
34 × 24 Ctr. 64 Pfd. 20 Lth. = ?	837 Ctr. 97 Pfd. 8 Loth.
48 × 28 Rth. 9 Fß. 7 Zoll = ?	1382 Rth. 4 Fuß.
57 × 9 Fdr. 10 Eim. 45 Ms. = ?	563 Fdr. 10 Eim. 5 Ms.
69 × 8 Bll. 9 Rs. 15 Bch. = ?	619 Bll. 2 Rs. 15 Bch.

Alle Aufgaben mit einem zwei- oder mehrfach benannten Multiplikanden sind auf die vorhin bezeichnete doppelte Weise zu berechnen. Sollten sie nicht hinreichend sein, so gibt man Aufgaben nachstehender Art:

6 mal (48 fl. 36 kr. + 27 fl. 54 kr. + 59 fl. 22 kr.) = ?

a.	b.
48 fl. 36 kr.	6mal = 291 fl. 36 kr.
27 fl. 54 kr.	6mal = 167 fl. 24 kr.
59 fl. 22 kr.	6mal = 356 fl. 12 kr.
135 fl. 52 kr.	815 fl. 12 kr.
6 ×	
815 fl. 12 kr.	

a. Man addirt die 3 Posten und multiplicirt die Summe. b. Man multiplicirt die einzelnen Posten und addirt die Produkte.

8 mal (4563 fl. 24 kr. — 2795 fl. 36 kr. 3 pf.) = ?

Ausrechnung:

a.				b.
4563 fl.	24 kr.	— pf.	8mal =	36507 fl. 12 kr.
2795 fl.	36 kr.	3 pf.	8mal =	22364 fl. 54 kr.
1767 fl.	47 kr.	1 pf.		14142 fl. 18 kr.
		8 ×		
14142 fl.	18 kr.	— pf.		

(Aufgaben mit der angewandten Zahl.)

2) Der Centner zu 68 fl.; was kosten 14 Ctr.? (952 fl.)

Auflösung: Berechnet soll werden, was 14 Ctr. kosten, und die Aufgabe sagt uns, was 1 Ctr. kostet. 1 Ctr. kostet 68 fl. Wenn 1 Ctr. 68 fl. kostet, so kosten 14 Ctr. 14 × 68 fl. Die 68 fl. sind daher mit 14 zu multipliciren. Ausrechnung!

3) Ein Fuder Wein zu 129 fl.; was kosten 17 Fdr.? (2193 fl.)

4) Für 1 Thlr. 12 Ms. Wein, wie viel für 75 Thlr.? (14 E. 4 Ms.)

5) Von 15 Arbeitern erhält jeder 9 fl. 48 kr.; wie viel bekommen sie zusammen? Antwort: 147 fl.

6) Es vertrinkt einer täglich 7 kr. 2 pf., wie viel in 365 Tg.? Antwort: 45 fl. 37 kr. 2 pf.

7) Von 12 Kisten wiegt jede 1 Ctr. 38 Pfd. 24 Loth; wie schwer sind sie zusammen? Antwort: 16 Ctr. 65 Pfd.

8) Was kosten 45 Pfd. Wolle á 1 fl. 12 kr. 3 pf.? (54 fl. 33 $^3/_4$ kr.)

9) A. braucht wöchentlich 12 Thlr. 17 Gr. 10 Pf., wie viel im Jahre? Antwort: 654 Thlr. 27 Gr. 4 Pf.

10) Ein Faß hält 3 Fuder 6 Eimer 36 Maas; wie viel halten 14 dergl. Fässer, den Eim. zu 60 Ms. gerechnet? (49 Fdr. 8 E. 24 Ms.)

11) Ein Pfund zu 2 fl. 42 kr.; wie hoch kommt 1 Ctr.? (Auf 270 fl.)

12) Was kosten 5 Ballen Tuch von je 36 Ellen, die Elle zu 2 fl. 36 kr.? Antwort: 468 fl.

Auflösung: Berechnet soll werden, was 5 Ballen Tuch kosten, und die Aufgabe sagt uns, was 1 Elle kostet. 1 Elle kostet 2 fl. 36 kr. Also kosten 2 Ellen 2 × 2 fl. 36 kr., 10 Ellen 10 × 2 fl. 36 kr., 100 Ellen 100 × 2 fl. 36 kr., 1000 Ellen 1000 × 2 fl. 36 kr. Wie vielmal 2 fl. 36 kr. kosten aber die 5 Ballen? Das weiß ich nicht, weil ich noch nicht weiß, wie viele Ellen sie betragen. Was müssen wir daher vor Allem thun? Wir müssen die 5 Ballen zu Ellen machen, und das können wir thun, weil uns die Aufgabe sagt, wie viele Ellen ein Ballen enthält. 1 Bll. = 36 Ellen; 5 Bll. = 5 × 36 Ellen nämlich 150 + 30 oder 180 Ellen. Die 5 Bll. oder 180 Ellen kosten 180 × 2 fl. 36 kr.

Ausrechnung: Bekannt.

Bei der mündlichen Berechnung dieser Aufgabe würde man zuerst suchen, was 1 Ballen kostet, und dann, was die 5 Ballen kosten, man würde also von 1 Elle auf 1 Ballen gehen (oder schließen) und von 1 Ballen auf 5 Ballen.

13) Wie hoch kommen 7 Eimer, wenn die Maas 37 kr. 2 pf. gilt, der Eimer zu 64 Maas gerechnet? Antwort: 280 fl.

14) Ein Loth zu 3 kr. 3 pf., wie viel kosten 15 Pfd. 25 Loth?

Auflösung: Berechnen soll ich, was 15 Pfd. 25 Loth kosten. 1 Loth kostet 3 kr. 3 pf. Daß die 15 Pfd. 25 Loth mehr, als so viel kosten, ist leicht einzusehen. Aber wie vielmal 3 kr. 3 pf. sie kosten, weiß ich noch nicht. Bevor ich das wissen kann, muß ich 15 Pfd. 25 Loth ganz in Loth verwandeln.

```
15 Pfd. 25 Loth.            505
32                           15
-----                      ------
30                         2525
45                          505        60
25                        ------
-----                  4 | 7575 pf.  | 1893 kr. | 31 fl.
505 Loth                   35          180
                            37          93
                            15          60
                            3 pf.       33 kr.
```

15 Pfd. 25 Lth. = 505 Loth; also kosten sie auch 505 × 3 kr. 3 pf. Wie rechnest du das am bequemsten? Ich mache 3 kr. 3 pf. zu Pfennig. 3 kr. 3 pf. = 15 pf. Nun wären die 15 pf. durch 505 zu multipliciren. Ich kehre es aber um und rechne 15 × 505; 15 × 505 = 7575. Also sind 505 × 15 pf. = 7575 pf. = 1893 kr. 3 pf. oder 31 fl. 33 kr. 3 pf.

15) Ein Pfund für 3 Groschen 9 Pfennig; was kosten 3 Ctr. 51 Pfund? Antwort: 43 Thaler 26 Groschen 3 Pfennig.

16) Wie hoch kommen 78 Eimer 27 Maas, wenn 1 Maas 14 kr. kostet und der Eimer 72 Maas beträgt? Antw.: 1316 fl. 42 kr.

17) 28 Kronenthaler à 2 fl. 42 kr., 45 bayerische Thaler à 2 fl. 24 kr. und 36 Vereinsthaler à 1 fl. 45 kr., wie viel zusammen. (246 fl. 36 kr.)

18) Was kosten 4 Zuckerhüte jeder zu 14 Pfund und das Pfund zu 22 kr. 2 pf., 25 Pfund Kaffee à 34 kr., 18 Pfund Reis à 12 kr. 3 pf., 23 Pfund Sago à 13 kr., 14 Pfund Kandis à 25 kr., 16 Loth Zimmt à 3 kr. 2 pf. und 15 Loth Muskatnüsse à 3 kr. 1 pf. einzeln und zusammen? Antwort: 21 fl. + 14 fl. 10 kr. + 3 fl. 49 kr. 2 pf. + 4 fl. 59 kr. + 5 fl. 50 kr. + 56 kr. + 48 kr. 3 pf. = 51 fl. 33 kr. 1 pf.

19) Der Bogen Papier zu 3 pf.; wie hoch kommt das Ries? (6 fl.)

Mündlich: Ich berechne zuerst, was das Buch kostet und dann, wie hoch das Ries zu stehen kommt.

Schriftlich: Ich verwandle das Ries in Bogen.

20) 1 Qt. zu 10 kr. 2 pf.; wie hoch kommen 4 Pfd.? (89 fl. 36 kr.)

21) Wie theuer sind 12 Schff., 1 Sechz. zu 1 fl. 15 kr. (1440 fl.)

22) Für 5 kr. 3 pf. erhalte ich 1 Quint; was kosten 12 Pfund 18 Loth 3 Quint.? Antwort: 154 fl. 23 kr. 1 pf.

23) Die Maas zu 2 fl. 13 kr. 1 pf.; wie theuer sind 3 Fuder 7 Eim. 9 Maas? Antwort: 6131 fl. 43 kr. 1 pf.

24) Was verdienen 13 Arbeiter in 17 Tagen, wenn einer des Tags 24 kr. bekommt? Antwort: 88 fl. 24 kr.

Auflösung: Ich soll berechnen, was 13 Arbeiter in 17 Tag verdienen, und weiß, was 1 Arbeiter in 1 Tag bekommt.

a. Ich suche zuerst, was 1 Arbeiter in 17 Tag verdient, und dann, was 13 Arbeiter in dieser Zeit erhalten. Ausrechnung!

b. Ich suche zuerst, was die 13 Arbeiter in 1 Tag verdienen, und dann wie viel sie in 17 Tag erhalten. Ausrechnung!

25) Wenn die bayr. Maas Brunnenwasser 1 Pfund 28 Loth 3 Qt. und die Maas braunes Bier 1 Pfund 24 Loth 2 Quint wiegt; um wie viel ist 1 Eimer Wasser schwerer, als 1 Eimer Bier? Antwort: 8 Pfund 16 Loth.

26) Wenn das Tagwerk Ackerland 3 Scheffel 4 Metzen 12 Sz. erträgt, wie viel macht das von 24 Tagwerk? Antw.: 91 Schff.

27) Ein Bauherr zahlt seinen 18 Arbeitsleuten täglich 12 fl. 48 kr. 2 pf; wie viel in 135 Tagen? Antwort: 1729 fl. 7 kr. 2 pf.

28) A braucht täglich 48 kr. für Essen und Trinken, wöchentlich 27 kr. für Wäsche und Bedienung, monatlich 5 fl. 36 kr. für Logis und außerdem jährlich noch 132 fl. für Kleidung, Bücher 2c. Welches ist seine ganze jährliche Ausgabe? Antw.: 514 fl. 36 kr.

29) Ein Bauer verkauft 26 Scheffel Weizen á 17 fl. 40 kr., 36 Scheffel Korn à 13 fl. 24 kr., 19 Scheffel Gerste à 12 fl. 30 kr. und 54 Scheffel Haber à 7 fl. 42 kr. Wie groß ist sein Erlös? Antwort: 1595 fl. 2 kr.

30) Ein Metzger zahlt für einen Ochsen 18 Karolin und 2 Kronenthaler Kaufgeld und verkauft davon 832 Pfund Fleisch à 12 kr. 2 pf., 106 Pfund Unschlitt á 18 kr., die Haut von 96 Pfund Gewicht á 9 kr. 3 pf. und die Eingeweide zu 9 fl. 45 kr. Was verdient er daran?

Berechnung:

Ankauf = 198 fl.	Erlös:	Fleisch 832 × 12 kr. 2 pf.	=	173 fl. 20 kr.
5 fl. 24 kr.		Unschlitt 106 × 18 kr.	=	31 fl. 48 kr.
203 fl. 24 kr.		Haut 96 × 9 kr. 3 pf.	=	15 fl. 36 kr.
		Eingeweide	=	9 fl. 45 kr.
				230 fl. 29 kr.
				203 fl. 24 kr.
				27 fl. 5 kr.

V. Dividiren.

Wie bekannt, heißt dividiren sowohl einen bestimmten Theil von einer gegebenen Zahl suchen, als auch suchen, wie oft eine gegebene Zahl in einer andern Zahl enthalten ist.

Ist ein bestimmter Theil von einer benannten Zahl zu suchen, so sagt der Divisor, in wie viele gleiche Theile dieselbe zu theilen ist, und die Aufgabe ist, zu finden, wie viel ein Theil davon beträgt. Darum ist der Divisor hier

eine reine Zahl, der Quotient dagegen, als ein Theil des Dividenden, gleicher Art und gleiches Namens mit dem Dividenden, mithin eine benannte Zahl.

Anders verhält es sich, wenn gesucht werden soll, wie oft eine Zahl in einer anderen Zahl enthalten ist. Eine Zahl ist in einer andern so oft enthalten, als sie von derselben weggenommen werden kann. Von einer Anzahl Dinge kann ich aber nichts Anderes nehmen, als was sie selbst enthält. Mithin muß, wie der Subtrahend dem Minuenden, so hier der Divisor dem Dividenden nicht nur gleichartig, sondern auch gleichnamig sein. Der Quotient dagegen, welcher sagt, wie oft der Divisor vom Dividenden weggenommen werden kann, oder wie oft er in demselben enthalten ist, ist eben darum nur eine reine oder unbenannte Zahl.

A. Theilen.

A. Mündlich.

a. Die zu theilenden benannten Zahlen sind, von ihrer Benennung abgesehen, reine Vielfache des Theilers.

Dergleichen Aufgaben bieten hinsichtlich ihrer Berechnung nichts Besonderes. Sie werden ohne Schwierigkeit gerechnet.

1) Wie viel ist die Hälfte von 6 fl. 32 kr.? von 14 fl. 42 kr.?
2) Suche $^1/_3$ von 12 Thlr. 18 Gr.! von 15 Ctr. 75 Pfd.!
3) Wie viel ist $^1/_4$ von 72 fl. 48 kr.? Wie viel $^1/_6$? $^1/_8$? $^1/_{12}$?
4) Wie groß ist der 5. Theil von 35 Pfd. 21 Lth.? Wie groß $^1/_7$?
5) Welches ist der 15. Theil von 45 fl. 30 kr?

b. Die Zahl der höheren Sorte des Dividenden ist, als reine Zahl betrachtet, kleiner als der Theiler.

Aufgaben dieser Art nehmen die volle Aufmerksamkeit in Anspruch. Um in jedem einzelnen Fall zu erkennen, welche Ausrechnungsweise die entsprechendere sei, ist Einsicht und Besonnenheit vonnöthen. Sehr förderlich ist es, einzelne Aufgaben ganz so, wie man sie frei im Kopfe rechnet, auch schriftlich behandeln zu lassen. Der Schüler hat dabei mehr Zeit, die Sache ruhig zu überlegen und des Grundes, warum man in dem einen Falle so und in dem andern wieder anders verfährt, sich klar bewußt zu werden.

Beispiel 1. $^1/_8$ von 7 Pfd., wie viel?

Der 8. Theil von 7 Pfd. ist kein ganzes Pfund. Was ist zu thun? Jedes Pfund besteht aus Loth. Wir suchen daher, wie viel Loth auf $^1/_8$ von 7 Pfd. kommen. Und das können wir auf zweierlei Weise thun.

a. Wir suchen zunächst, wie viel Loth $^1/_8$ von einem Pfd. beträgt. 1 Pfd. = 32 Loth; $^1/_8$ von 1 Pfd. oder 32 Loth = 4 Loth; also ist $^1/_8$ von 7 Pfd. = 7 × 4 oder 28 Loth.

b. Wir machen die 7 Pfd. sämmtlich zu Loth und suchen hernach $^1/_8$ davon. 7 Pfd. = 7 × 32 Loth; 7 × 32 Loth = 210 + 14 oder 224 Loth; 224 Loth = 160 + 64 Loth; $^1/_8$ von 160 Loth = 20 Loth, und $^1/_8$ von 64 Loth = 8 Loth; 20 Loth + 8 Loth = 28 Loth; also rc.

Welche von dieser doppelten Berechnungsweise ist die einfachere?

Beispiel 2. $^1/_8$ von 7 fl., wie viel?

a. $^1/_8$ von 7 fl. ist nicht 1 fl.; 1 fl. = 60 kr.; $^1/_8$ von 60 kr. = 7 kr., Rest 4 kr.; also ist $^1/_8$ von 7 fl. = 7 × 7 oder 49 kr., Rest 7 × 4 oder

28 kr.; 1/8 von 28 kr. = 3 kr., Rest 4 kr.; 49 kr + 3 kr. = 52 kr.; 4 kr = 16 pf.; 1/8 von 16 pf. = 2 pf.; also ist 1/8 von 7 fl. = 52 kr. 2 pf.

b. 7 fl = 7 × 60 oder 420 kr.; 420 kr. = 400 + 16 + 4 kr.; 1/8 von 400 kr. = 50 kr.; 1/8 von 16 kr. = 2 kr.; 50 kr. + 2 kr. = 52 kr.; 4 kr. = 16 pf.; 1/8 von 16 pf. = 2 pf.; also ist ꝛc.

Diejenige Rechnungsweise, welche vorhin die einfachere war, ist hier die schwierigere. Warum? Weil 8 in 32 aufgeht, in 60 aber nicht.

Bei Aufgaben dieser Art hat man daher vorzüglich darauf zu achten, ob der Divisor in der Reduktionszahl aufgeht, oder nicht. Geht der Theiler in der Reduktionszahl auf, so sucht man den verlangten Theil zunächst von **einem** Ganzen; wenn nicht, so thut man in den meisten Fällen am besten, die höhere Sorte vollständig in die nächstniedere aufzulösen.

Dieß ist nun an den Münzen, Maßen und Gewichten so lange zu üben, bis der Schüler augenblicklich erkennt, wie er bei jedem gegebenen Falle am leichtesten zum Ziele gelangt, und bis er im Stande ist, dergleichen Aufgaben mit Fertigkeit zu rechnen.

1) Wie heißt die Reduktionszahl zwischen **Gulden** und **Kreuzer**? Welche Zahlen gehen in 60 auf? (2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30.) Wie sucht man am besten 1/3 von 2 fl.? 1/4 von 3 fl.? 1/5 von 4 fl.? ꝛc.

1/3 von 1 fl. = 20 kr., von 2 fl. = 2 × 20 oder 40 kr.; 1/4 von 1 fl. = 15 kr., von 3 fl. = 3 × 15 oder 45 kr.; 1/5 von 1 fl. = 12 kr., von 2 fl = 2 × 12 oder 24 kr., von 3 fl. = 3 × 12 oder 36 kr. u. s. f.

2) Wie heißt die Reduktionszahl zwischen **Centner** und **Pfund**? Welche Zahlen gehen in 100 auf? (2, 4, 5, 10, 20, 25, 50.) Wie suchst du also am besten 1/4 von 3 Ctr.? 1/5 von 4 Ctr.? 1/10 von 9 Ctr.? ꝛc.

1/4 von 1 Ctr. = 25 Pfd., von 3 Ctr. = 3× 25 oder 75 Pfd. ꝛc.

Eben so, wie hier Gulden und Centner, lasse man auch Pfunde, Eimer, Fuder, Buch, Ries, Ruthe, Fuß, Thaler und Groschen theilen.

Dann gehe man zu nachstehenden Aufgaben über. Bei jeder derselben wird sogleich gefragt, wie sie sich am einfachsten rechnen lasse. Sind die Schüler verschiedener Meinung, so werde auch die Ausrechnung verschieden ausgeführt.

1/3 von 2 fl.	1/4 von 3 fl.	1/5 von 2 fl.	1/6 v. 5 fl.	1/7 v. 4 fl.
von 2 Ctr.	von 3 Thlr.	von 3 Eim.	v. 2 Ctr.	1/8 v. 5 Ctr.
von 2 Thlr.	von 3 Pfd.	von 4 Thlr.	v. 3 Rth.	v. 3 Pfd.
von 2 Pfd.	von 3 Schff.	von 4 Rth.	v. 4 Pfd.	1/9 v. 6 fl.
von 2 Buch	von 3 Fuß	von 4 Ctr.	v. 5 Thlr.	1/10 v. 7 Ctr.
von 2 Loth	von 3 Ries	von 3 Pfd.	v. 5 Lth.	v. 5 Pfd.

Beispiel 3. Wie groß ist 1/3 von 2 Pfd. 25 Loth?

a. 1/3 von 1 Pfd. = 10 Loth, Rest 2 Loth; 1/3 von 2 Pfd. = 2 × 10 oder 20 Loth, Rest 2 × 2 oder 4 Loth; 4 Loth + 25 Loth = 29 Loth; 1/3 von 29 Loth = 9 Loth, Rest 2 Loth; 20 Loth + 9 Loth = 29 Loth; 2 Loth = 8 Qt.; 1/3 von 8 Qt. = 2 2/3 Qt. Also ist 1/3 von 2 Pfd. 25 Loth = 29 Loth 2 2/3 Qt.

b. 2 Pfd. 25 Loth = 64 + 25 oder 89 Loth; 89 Loth = 60 + 29 Loth; $\frac{1}{3}$ von 60 Loth = 20 Loth ꝛc.

Aufgaben:

1) Wie viel beträgt $\frac{1}{4}$ von 3 fl. 36 kr.? Wie viel $\frac{1}{5}$? $\frac{1}{6}$? $\frac{1}{8}$?
2) Wie groß ist $\frac{1}{7}$ von 6 fl. 57 kr.? Wie groß $\frac{1}{8}$? $\frac{1}{9}$? $\frac{1}{12}$?
3) Suche $\frac{1}{4}$ von 3 Pfd. 30 Loth! Ferner $\frac{1}{6}$! $\frac{1}{8}$! $\frac{1}{10}$!
4) Welches ist der 4. Theil von 3 Eim. 45 Ms.? Welches der 8. Theil?
5) Wie suchst du den 9. Theil von 8 Schff. 5 Mtz.? Wie den 12.?
6) Wie viel kommt auf $\frac{1}{4}$ von 3 Centner 75 Pfund 24 Loth?

c. Die Zahl der höheren Sorte des Dividenden ist, als reine Zahl betrachtet, ein vermischtes Vielfaches vom Theiler.

Ist das Bisherige gehörig geübt, so hat diese Stufe keine Schwierigkeit. Man hat die zu theilende Zahl nur entsprechend zu zerlegen und hernach von den einzelnen Posten den verlangten Theil zu suchen.

Beispiel 1. Suche von 11 fl. die Hälfte! $\frac{1}{3}$! $\frac{1}{4}$! ꝛc.

11 fl. = 10 fl. + 1 fl.; die Hälfte von (10 fl. + 1 fl.) = 5 fl. 30 kr.
11 fl. = 9 fl. + 2 fl.; 1 Drittel von (9 fl. + 2 fl.) = 3 fl. 40 kr.
11 fl. = 8 fl. + 3 fl.; 1 Viertel von (8 fl. + 3 fl.) = 2 fl. 45 kr. ꝛc.

Beispiel 2. $\frac{1}{5}$ von 168 =?

168 fl. = 150 + 18 fl., und 18 fl. = 15 + 3 fl.; $\frac{1}{5}$ von 150 fl. = 30 fl.; $\frac{1}{5}$ von 15 fl. = 3 fl.; 30 fl. + 3 fl. = 33 fl.; $\frac{1}{5}$ von 3 fl. = 3 × 12 oder 36 Kreuzer. Also ist $\frac{1}{5}$ von 168 fl. = 33 fl. 36 kr.

Aufgaben:

$\frac{1}{2}$ von 3, 5, 7, 9, 15, 27, 51, 75 fl.? (Thlr.? Pfd.?)
$\frac{1}{3}$ von 4, 8, 10, 17, 22, 32, 40, 100 fl.? (Thlr.? Schff.?)
$\frac{1}{4}$ von 5, 10, 15, 21, 34, 47, 175 fl.? (Thlr.? Ctr.?)
$\frac{1}{5}$ von 6, 12, 18, 24, 31, 87, 163 fl.? (Thaler? Ries?)
$\frac{1}{6}$ von 7, 14, 21, 28, 35, 76, 278 fl.? (Thaler? Rth.?)

Beispiel 3. $\frac{1}{4}$ von 43 fl. 27 kr. =?

Ausrechnung: $\frac{1}{4}$ von 40 fl. = 10 fl.; $\frac{1}{4}$ von 3 fl. = 3 × 15 oder 45 kr.; zusammen 10 fl. 45 kr.; $\frac{1}{4}$ von 27 kr. = 6 kr. 3 pf.; 10 fl. 45 kr. + 6 kr. 3 pf. = 10 fl. 51 kr. 3 pf. Also ꝛc.

Aufgaben:

1) $\frac{1}{2}$ von 13 fl. 15 kr. =?	7) $\frac{1}{12}$ von 75 Pfd. 30 Loth =?
2) $\frac{1}{8}$ von 20 fl. 16 kr. =?	8) $\frac{1}{15}$ von 100 Thlr. 25 Gr. =?
3) $\frac{1}{4}$ von 15 Pfd. 30 Loth =?	9) $\frac{1}{20}$ von 75 fl. 50 kr. =?
4) $\frac{1}{7}$ von 52 Woch. 1 Tag =?	10) $\frac{1}{24}$ von 100 fl. 6 kr. =?
5) $\frac{1}{3}$ von 50 fl. 20 kr. =?	11) $\frac{1}{30}$ von 132 fl. 45 kr. =?
6) $\frac{1}{6}$ von 81 Eim. 25 Ms. =?	12) $\frac{1}{16}$ von 45 Pfd. 24 Loth =?

Aufgaben mit der angewandten Zahl siehe „Kopf- oder Denkrechnen" des Verfassers Seite 17, Stufe 9—14.

B. Schriftlich.

Beispiel 1. $\frac{1}{8}$ von 1256 fl. 56 kr. = ?

Ausrechnung:

```
8 | 1256 fl. 56 kr. | 157 fl.  7 kr.
    8         56                 8 kr.
   ----      ----    ----------------
    45                1256 fl. 56 kr.
    40
   ----
     56
     56
   ----
```

Der 8. Theil von 1256 fl. = 157 fl., und der 8. Theil von 56 kr. = 7 kr.; also ist der 8. Theil von 1256 fl. 56 kr. = 157 fl. 7 kr. Nimmt man den 8. Theil 8mal, so ergibt sich das Ganze. 8 × 157 fl. 7 kr. muß also wieder 1256 fl. 56 kr. machen, vorausgesetzt, daß richtig gerechnet worden ist.

Aufgaben:

1) $\frac{1}{4}$ von 472 fl. = ? $\frac{1}{2}$ von 318 fl. 48 kr. = ?
$\frac{1}{8}$ von 856 Ellen = ? $\frac{1}{4}$ von 5678 Thlr. 28 Gr. = ?
$\frac{1}{5}$ von 1760 Pfd. = ? $\frac{1}{6}$ von 3576 Ctr. 90 Pfd. = ?
$\frac{1}{6}$ von 7848 Thlr. = ? $\frac{1}{7}$ von 9345 Eim. 42 Ms. = ?

Beispiel 2. Wie viel ist a) $\frac{1}{24}$ von 21 fl.? b) $\frac{1}{36}$ von 31 Pfd. 16 Lth.?

Ausrechnung:

```
a) 24 | 21 fl. | — fl.            b) 36 | 31 ℔ 16 Lth. | — ℔
        60                                32
       ----                              ----
       1260 kr. | 52 kr.                  62
       120                                93
       ----                                16
        60                         36 | 1008 Lth. | 28 Lth.
        48                                72
       ----                              ----
        12 kr.                            288
         4 kr.                            288
       ----                              ----
   24 | 48 pf. | 2 pf.
        48
       ----
```

a. Der 24. Theil von 21 fl. ist nicht 1 fl.; ich mache daher die 21 fl. durch 60 zu Kreuzer; 21 fl. = 1260 kr.; der 24. Theil von 1260 kr. = 52 kr., Rest 12 kr.; 12 kr. = 12 × 4 oder 4 × 12 = 48 pf.; der 24. Theil von 48 pf. = 2 pf. Also ꝛc.

b. Der 36. Theil von 31 Pfund ist nicht 1 Pfund; ich mache sie daher zu Loth und zähle die 16 Loth dazu. 1 Pfd. = 32 Loth, also sind 31 Pfund = 31 × 32 oder 32 × 31 Loth; 32 × 31 Loth + 16 Loth = 1008 Loth. Der 36. Theil von 1008 Loth = 28 Loth; also ꝛc.

Aufgaben:

2) $\frac{1}{18}$ von 7 fl. = 23 $\frac{6}{18}$ kr. $\frac{1}{16}$ von 12 fl. 48 kr. = 48 kr.
$\frac{1}{12}$ von 10 Thlr. = 25 Gr. $\frac{1}{21}$ von 18 Pfd. 12 Lth = 28 Lth.
$\frac{1}{25}$ von 14 Ctr. = 56 Pfd. $\frac{1}{28}$ von 22 Eim. 48 Ms. = 52 Ms.
$\frac{1}{32}$ von 24 Pfd. = 24 Lth. $\frac{1}{45}$ von 37 Rth. 6 Fß. = 10 Fß.

Beispiel 3. Wie viel beträgt $\frac{1}{25}$ von 837 fl. 48 kr. 3 pf.?

Ausrechnung:

```
25 | 837 fl.     48 kr.     3 pf. | 33 fl. 30 kr. 3 pf.
     75         720         72
    ----       -----       ----
      87        768 kr.     75 pf.
      75        75          75
     ----      -----       ----
      12         18
      60          4
     ----      -----
     720         72
```

Der 25. Theil von 837 fl. = 33 fl., Rest 12 fl.; 12 fl. = 720 kr.; 720 kr. + 48 kr. = 768 kr.; der 25. Theil von 768 kr. = 30 kr. Rest 18 kr. oder 72 pf.; 72 pf. + 3 pf. = 75 pf.; der 25. Theil von 75 pf. = 3 pf. Also ist rc.

Aufgaben:

3) $\frac{1}{8}$ von 1539 fl. =? Antw. 192 fl. 22 kr. 2 pf.
$\frac{1}{6}$ von 8345 Pfd. =? Antw. 1390 Pfd. 26 Loth 2 $\frac{4}{6}$ Qt.
$\frac{1}{8}$ von 2175 Schff. =? Antw. 271 Schff. 5 Mtz. 4 Sz.
$\frac{1}{12}$ von 879 Thlr. =? Antw. 73 Thlr. 7 Gr. 6 Pfg.
$\frac{1}{15}$ von 3456 fl. 34 kr. 3 pf. = 230 fl. 26 kr. 1 $\frac{4}{15}$ pf.
$\frac{1}{16}$ von 771 Rth. 5 Fuß 7 Zoll = 48° 2′ 7″ 2 $\frac{4}{16}$‴.
$\frac{1}{23}$ von 465 Ctr. 58 Pfd. 24 Lth. = 20 Ctr. 24 Pfd. 9 Lth. 1 $\frac{13}{23}$ Qt.
$\frac{1}{96}$ von 8765 Pfd. 30 Loth 3 Qt = 91 Pfd. 9 Loth 3 $\frac{91}{96}$ Qt.

Wie viel ist, auf zweierlei Weise gesucht,

$\frac{1}{5}$ von (478 fl. 36 kr. 1 pf. + 974 fl. 37 kr. 2 pf. + 1253 fl. 48 kr. 3 pf.)?
Antwort: 541 fl. 24 kr. 2 pf.

$\frac{1}{12}$ von (4795 fl. 54 kr. — 2897 fl. 57 kr.)?
Antwort: 158 fl. 9 kr. 3 pf.

$\frac{1}{18}$ von 15 × 372 fl. 31 kr. 2 pf.? Antwort: 310 fl. 26 kr. 1 pf.

$\frac{7}{8}$ von 385 Ctr. 63 Pfd. 28 Loth? Antwort: 337 Ctr. 43 Pfd. 12 Lth. 2 Qt.
(Die angewandte Zahl.)

4) 24 Personen haben 13 fl. unter sich zu theilen; wie viel kommt auf eine derselben? Antw.: 32 kr. 2 pf.

5) 1 Ctr. Samen zu 70 fl.; was kostet 1 Pfund? Antw.: 42 kr.

Auflösung: Berechnet soll werden, was 1 Pfund kostet; aus der Aufgabe weiß ich, was 1 Centner kostet. 1 Centner kostet 70 fl.; 1 Pfund kostet nicht so viel; 1 Pfund ist nur $\frac{1}{100}$ von 1 Centner,; also kostet 1 Pfund auch nur $\frac{1}{100}$ von 70 fl.

Ausrechnung: Wie oben.

6) 16 Schützen gewinnen 28 fl.; was erhält einer? (1 fl. 45 kr.)
7) 20 Ctr. zu 1571 Thaler, was kostet 1 Ctr.? (78 Thlr. 16 Gr. 6 Pf.)
8) 6 Personen theilen sich in 135 Pfund 24 Loth; wie viel erhält jede? Antwort: 22 Pfd. 20 Lth.
9) In 9 Jahren erspart sich A 158 fl. 24 kr., wie viel jährlich?
10) Ich kaufe 15 Morgen Wiesen um 2158 fl. 48 kr.; was kostet 1 Morgen? Antwort: 143 fl. $55\frac{1}{5}$ kr.
11) Ein Kaufmann setzt in 13 Wochen 35 Ctr. 84 Pfd. 24 Loth Waare ab, wie viel in 1 Woche? Antw.: 2 Ctr. 75 Pfd. 24 Lth.
12) Für 375 fl. 48 kr. 3 pf. erhalte ich 17 Ctr.; was kostet 1 Ctr.? Antwort: 22 fl. 6 kr. $1\frac{10}{17}$ pf.
13) Ein Gastwirth schenkt in 30 Wochen 13 Fdr. 8 Eim. 48 Ms. aus; wie viel in einer Woche? Antwort: 5 Eimer $31\frac{7}{15}$ Ms.
14) Das Pfund zu 20 fl.; wie hoch kommt 1 Loth? ($37\frac{1}{2}$ kr.)
15) Der Centner zu 17 fl. 42 kr. 3 pf.; wie kommt das Pfund? Antwort: 10 kr. $2\frac{51}{100}$ pf.
16) Ein Eimer Wein zu 64 Ms. kostet 9 fl. 54 kr.; was kostet 1 Maas? Antwort: 9 kr. $1\frac{1}{8}$ pf.
17) In 4 Wochen werden 19 Pfund Kaffee verbraucht; wie viel in 1 Tg.? Antwort: $21\frac{5}{7}$ Loth.

Auflösung: Zu suchen ist, wie viel Kaffee in 1 Tag aufgeht, und die Aufgabe sagt, wie viel man in 4 Wochen verbraucht. In 4 Wochen verbraucht man 19 Pfund. In 1 Tag verbraucht man nicht so viel, sondern nur 1 Theil davon. Um aber erkennen zu können, welcher Theil von 19 Pfund Kaffee in 1 Tag aufgeht; so muß ich wissen, welcher Theil 1 Tag von den 4 Wochen ist. 4 Wochen = 28 Tg.; 1 Tag ist daher $\frac{1}{28}$ von 24 Wochen; folglich braucht man in 1 Tag auch $\frac{1}{28}$ von 19 Pfund Kaffee. — Oder: Wenn man in 2 Tag 19 Pfund Kaffee verbraucht, so kommt auf 1 Tag die Hälfte davon; braucht man in in 10 Tagen 19 Pfd. Kaffee, so kommt auf 1 Tag $\frac{1}{10}$ davon; braucht man in 100 Tagen 19 Pfd. Kaffee, so kommt auf 1 Tag $\frac{1}{100}$ davon. Welcher Theil von den 19 Pfund Kaffee in 1 Tag aufgeht, kann ich also leicht erkennen, wenn ich weiß, wie viele Tage lang man daran hat. Die Aufgabe sagt uns, daß die 19 Pfd. Kaffee 4 Wochen lang reichen. Was werden wir daher mit den 4 Wochen thun? Wir verwandeln sie in Tage. 4 Wochen. = 28 Tage Wie heißt jetzt die Aufgabe? Und welcher Theil von den 19 Pfund Kaffee kommt auf 1 Tag?

Ausrechnung: Wie oben.

18) 8 Rth. Mauer kosten 92 fl.; wie hoch kommt der Fuß? Antwort: Auf 57 kr. 2 pf.
19) 6 Pfd. 18 Loth zu 12 Thlr. 18 Gr.; wie theuer ist 1 Loth? Antwort: 1 Gr. $9\frac{3}{5}$ Pfg.

Auflösung: 6 Pfd. 18 Lth. kosten 12 Thlr. 18 Gr.; 1 Loth kostet nicht so viel, sondern nur 1 Theil davon. Welchen Theil von 12 Thlr. 18 Gr. ein Loth kostet, kann ich nur erkennen, wenn ich weiß, welcher Theil 1 Loth von 6 Pfd. 18 Loth ist. Das aber ergibt sich, wenn ich die 6 Pfund 18 Loth in Loth verwandle.

6 Pfd. 18 Loth 32 192 18 210	6 Pfund 18 Loth = 210 Loth; 1 Loth ist daher $^1/_{210}$ von 6 Pfd. 18 Loth; also kostet 1 Loth auch nur $^1/_{210}$ von 12 Thlr. 18 Gr. Ausrechnung. Wie oben.

20) 3 Fdr. 4 Eimer zu 480 fl.; was kostet 1 Eimer? (12 fl.)
21) 1 Pfd. Saffran zu 37 fl. 20 kr.; wie theuer ist 1 Qt.? (17 kr. 2 pf.)
22) 3 Ries Papier zu 24 fl. 30 kr.; was kostet 1 Bg.? (1 kr. $^2/_{24}$ pf.)
23) 5 Schff. zu 225 fl.; wie hoch kommt 1 Sz.? (28 kr. $^1/_2$ pf.)
24) Für 3 Fdr. 5 Eim. 36 Ms. zahlt man 1000 fl.; wie hoch kommt 1 Ms.? Antwort: Auf 22 kr. $2^{600}/_{2660}$ pf.
25) Wie hoch kommt 1 Qt., wenn 12 Loth 3 Qt 35 fl. 48 kr. kosten? Antwort: Auf 42 kr. $^8/_{17}$ pf.
26) In einer Handlung werden in einem Jahre 14 Ctr. 38 Pfund 25 Loth, im andern Jahre 18 Centner 15 Pfund 30 Loth, im dritten Jahre 23 Ctr. 41 Pfund 15 Loth, und im vierten Jahre 25 Centner 20 Pfd. 28 Lth. verkauft. Wie viel beträgt der Absatz durchschnittlich in 1 Jahre? (20 Ctr. 29 Pfd. $8^1/_2$ Lth.)
27) Der Scheffel Weizen kostet an einem Orte 20 fl. 25 kr., an einem andern Orte 21 fl. 45 kr. und an einem dritten Orte 23 fl. 30 kr.; was ist der Durchschnittspreis? (21 fl. $53^1/_3$ kr.)
28) Es hat Jemand 575 fl. 40 kr. zu bezahlen und soll diese Summe in 4 Terminen abtragen. Wie viel kommt auf 1 Termin? Antwort: 143 fl. 55 kr.
29) Ein Beamter nimmt jährlich 1200 fl. ein. Wie viel kommt auf 1 Tag. Antwort: 3 fl. 17 kr. $1^{15}/_{365}$ pf.
30) Ein Vater hinterläßt seinen 6 Söhnen und den 4 Kindern seiner verstorbenen Tochter 27850 fl. 12 kr.; wie viel erbt jedes seiner Kinder und jeder seiner Enkel? Antwort: Jedes Kind 3978 fl. 36 kr., jeder Enkel 994 fl. 39 kr.
31) Die jährlichen Einkünfte des bayerischen Staates betragen 32 Millionen Gulden. Wie viel kommt auf 1 Tag? Antwort: 87671 fl. 13 kr. $3^{325}/_{365}$.
32) Acht Männer verdienen in 6 Tagen 40 fl. 48 kr., wie viel verdient 1 Mann in 1 Tag? Antwort: 51 kr.

b. Enthaltensein.

Es wurde oben bemerkt, beim Dividiren mit benannten Zahlen nach dem Begriffe des Enthaltenseins müßten Divisor und Dividend gleicher Art und gleiches Namens sein. In der Aufgabe: wie oft sind 12 Loth in 3 Pfund enthalten? sind Divisor und Dividend zwar gleichartig, aber nicht gleichnamig. Und dessenungeachtet ist die Ausrechnung möglich. Da man nämlich 12 Loth von 3 Pfund wiederholt abziehen kann; so muß sich auch finden lassen, wie oft 12 Loth in 3 Pfund enthalten sind. Sowie man aber, um 12 Loth von 3 Pfd. wiederholt wegnehmen zu können, die Pfund in Loth auflösen muß: so muß man auch, um finden zu können, wie oft 12 Loth in 3 Pfd. enthalten sind, Divisor und Dividend (12 Loth

und 3 Pfd.) auf gleiche Namen bringen. Die gegebenen gleichartig benannten Zahlen können also zwar ungleichnamig sein; sie müssen aber vor der Division in gleichbenannte Zahlen verwandelt werden.

A. Mündlich.

1) Wie oft sind 12 kr. in 7 fl. enthalten?

a. 7 fl. = 420 kr; 12 kr. sind in 7 fl. eben so oft enthalten als in 20 kr.; 420 = 360 kr. + 60 kr.; 12 kr. sind in 360 kr. 30mal und in 60 kr. 5mal, in 420 kr. also 30mal + 5mal oder 35mal enthalten.

b. 12 kr. und 7 fl. lassen sich geradaus zu Sechser machen. 12 kr. = 2 Sechser, und 7 fl. = 70 Sechser; 12 kr. sind daher in 7 fl. eben so oft enthalten, als 2 Sechser in 70 Sechsern, nämlich 35 mal.

c. 12 kr. = 1 Zwölfer, und 7 fl. = 35 Zwlf.; 1 Zwlf. ist in 35 Zwlf. 35mal enthalten; also sind auch 12 kr. in 7 fl. 35mal.

d. 12 kr. sind in 1 fl. 5mal, in 7 fl. also 7 × 5mal oder 35mal enthalten.

2) Eine Anzahl Arbeiter hat zusammen 24 fl. verdient; jeder bekommt 48 kr.; wie viele sind ihrer gewesen? (30.)

3) 3 Centner Waare sind in Paquete von je 20 Pfund zu verpacken; wie viele Paquete werden es? (15.)

4) A hat 36 Thaler und gibt täglich 24 Groschen davon aus; wie lange wird er mit dem Gelde reichen? (45 Tage.)

5) Wie oft kann man 3 kr. 3 pf. von 15 kr. nehmen?

3 kr. 3 pf. = 15 pf.; 15 kr. = 60 pf.; 3 kr. 3 pf. sind in 15 kr. so oft enthalten, als 15 pf. in 60 pf., nämlich 4mal. Also sind auch 3 kr. 3 pf. in 15 kr. 4mal enthalten.

6) Wie oft können 1 Loth 2 Quint von 21 Loth genommen werden?

7) A besitzt 5 fl. 24 kr.; wie oft kann er 36 kr. davon nehmen?

8) Wie oft muß man 2 fl. 24 kr. zusammen legen, um 36 fl. zu erhalten? (15 mal.)

9) Wie oft sind 6 kr. 1 pf. in 56 kr. 1 pf. enthalten? (9mal.)

10) Wie oft lassen sich 5 Loth 2 Qt. von 27 Loth 2 Quint wegnehmen?

11) B kauft für 22 fl. 30 kr. Tuch, die Elle zu 1 fl. 30 kr.; wie viele Ellen hat er genommen? (15.)

B. Schriftlich.

Beispiel. Wie oft sind 5 fl. 36 kr. in 240 fl. 48 kr. enthalten?

5 fl. 36 kr.	240 fl. 48 kr.	
60	60	
336 kr.	14448 kr.	43
	1344	
	1008	
	1008	

5 fl. 36 kr. sind in 240 fl. 48 kr. so oft enthalten, als 336 kr. in 14448 kr. = 336 in 14448 = 43 mal.

Aufgaben.

1) 8 fl. in 1200 fl. = 150. 4 Thlr. in 1280 Thlr. = 320.
5 Ell. in 1750 E. = 350. 52 Wch. in 1000 Wch. = $19\frac{12}{52}$.
75 Pfd. in 3720 Pfd. = $49\frac{45}{75}$. 144 Zll. in 24000 Zll. = $166\frac{96}{144}$.
24 Bg. in 7500 Bg. = $312\frac{12}{24}$. 128 Qt. in 96000 Qt. = 750.
365 Tg. in 10000 Tg. = $27\frac{145}{365}$.

2) 45 kr. in 25 fl. = $33\frac{15}{45}$.
28 Lth. in 20 Pfd. = $22\frac{24}{28}$.
40 Ms. in 16 Eim. = $25\frac{24}{40}$.
18 pf. in 24 Thlr. = 480.
32 Bg. in 12 Rs. = 180.
48 Ms. in 15 Fdr. = 240.
21 Qt. in 2 Ctr. = $1219\frac{1}{21}$.
36 Lin. in 5 Rth. = 240.
75 Min. in 4 Wch. = $537\frac{45}{75}$.

3) 48 kr. in 5 fl. 24 kr. = $6\frac{36}{48}$.
24 Gr. in 7 Thlr. 18 Gr. = $9\frac{12}{24}$.
35 Wch. in 9 J. 18 Wch. = $13\frac{31}{35}$.
1 fl. 45 kr. in 100 fl. = $57\frac{15}{105}$.
2 Pfd. 12 Lth in 75 Pfd. = $31\frac{44}{76}$.
3 Eim. 48 Ms. in 25 E. = $6\frac{160}{240}$.
30 Lth. 2 Qt. in 16 Pfd = $16\frac{96}{122}$.
8 Fß. 6 Zll. in 12 Rth. = $16\frac{96}{102}$.
5 Bch. 15 Bg. in 18 Rs. = $69\frac{15}{125}$.

4) 2 fl. 42 kr. in 99 fl. 54 kr. = 37.
2 fl. 20 kr. in 100 fl. 20 kr. = 43.
2 fl. 24 kr. in 295 fl. 12 kr. = 123.
3 Schff. 3 Mtz. in 24 Schff. 4 Mtz. = $7\frac{1}{21}$.
4 Eimer 36 Ms. in 30 Eim. 48 Ms. = $6\frac{216}{292}$.
12 Lth. 3 Qt. in 4 Pfd. 24 Lth. = $11\frac{47}{51}$.

5) Der Umkreis der Erde beträgt 5400 Meilen. In wie viele Theile (Grade) ist derselbe eingetheilt, da auf jeden Grad 15 Meilen kommen? Antwort: In 360.

6) Das Königreich Bayern enthält 1393 Quadratmeilen; Würtemberg enthält 350, Baden 278, Kurhessen 176, K. Sachsen 272, Hannover 698. Wie viel mal so groß ist Bayern als jeder dieser Staaten?

Antwort: Bayern ist $3\frac{343}{350}$mal so groß als Würtemberg, $5\frac{3}{278}$mal so groß als Baden, $7\frac{161}{176}$mal so groß als Kurhessen, $5\frac{33}{272}$mal so groß als das Königreich Sachsen und $1\frac{695}{698}$ (also fast 2mal) so groß als Hannover.

7) Ein Dienstknecht will sich 150 Thlr. ersparen und legt deßhalb nach jedem Monat 25 Gr. zurück. Wie lange braucht er dazu? Antwort: 180 Monate = 15 Jahre.

8) Wie oft können 75 Pfd. von 18 Ctr. weggenommen werden? Antwort: 24mal.

9) Ein Kaufmann hat 48 Pfund Gewürz und verkauft durchschnittlich jede Woche 20 Loth davon, wobei noch 2 Loth eingewogen werden. Wie lange wird sein Vorrath ausreichen? ($69\frac{18}{22}$ Wch.)

10) Es hat Jemand 100 fl. und gibt täglich 2 fl. 45 kr. davon aus. Nach welcher Zeit wird seine Baarschaft zu Ende sein? Antwort: Nach $36\frac{60}{165}$ Tag.

11) Eine wohlthätige Frau will 87 fl. an mehrere arme Familien so vertheilen, daß jede 5 fl. 26 kr. 1 pf. erhält. Wie viele Familien werden hiervon bekommen? Antwort: 16 Familien.

12) Wie viele Kronenthaler geben 1000 fl.? Antw.: $370^{60}/_{162}$ Krthl.

13) Deßgleichen wie viel bayerische Thaler (2 fl. 24 kr.)? Fünffrankenthaler (2 fl. 20 kr.)? Preußenthaler (1 fl. 45 kr.)? Antw.: $416^{96}/_{144}$ bayer., $428^{4}/_{7}$ Fünffrankenthlr und $571^{45}/_{105}$ prß. Thl.

14) A will 240 fl. 48 kr. mit Dukaten zahlen und rechnet das Stück zu 5 fl. 30 kr. Wie viele hat er dazu nöthig?
Antwort: $43^{250}/_{330}$ Dukaten.

15) Wie viele Fässer Wein á 2 Eimer 32 Maas lassen sich aus einem Fasse füllen, das 3 Fuder 2 Eimer 48 Maas enthält?
Antwort: $15^{80}/_{160}$ Fässer.

16) Ein Landwirth säet auf jedes Tagw. Ackerland 2 Metzen 12 Sz. Korn und braucht zur Aussaat 8 Scheffel 5 Mtz. 8 Sz. Wie viel Tagwerk hat er besamt? Antw.: $19^{20}/_{44}$.

17) In einer Papierniederlage befinden sich 5 Ballen 8 Rs. 15 Bch.; die Woche hindurch gehen gewöhnlich 6 Rs. 4 Bch. 20 Bg. ab. Auf welche Zeit wird der Vorrath ausreichen? ($9^{1416}/_{2976}$ Wch.)

18) Von einer Hinterlassenschaft im Betrage zu 8643 fl. 41 kr. 1 pf. bekommt jeder Erbe 1234 fl. 48 kr. 3 pf. Wie viele sind es Erben? Antwort: 7.

Regeldetri- oder Verhältniß-Aufgaben,

durch Schlüsse aufgelöst.

Die Regeldetri- oder Verhältnißaufgaben sind, wenn man blos auf die dabei vorkommenden Zahlen sieht, dreierlei Art: entweder es wird bei ihrer Auflösung von der Einheit auf eine Mehrheit, oder von einer Mehrheit auf die Einheit, oder von einer Mehrheit auf eine andere Mehrheit geschlossen. Die zwei ersten Arten von Aufgaben wurden sogleich beim Multipliciren und Dividiren mit benannten Zahlen behandelt. Also haben wir es jetzt noch mit Aufgaben der dritten Art zu thun. Aber auch bei ihnen unterscheiden sich wieder zweierlei Fälle.

a. Die eine von den zwei gleichartigen Größen ist ein reines Vielfaches, oder ein einfacher Theil von der andern.

Mündlich.

1) 2 Arbeiter verdienen 36 kr., was verdienen 12 Arbeiter?

Auflösung: Wir sollen berechnen, was 12 Arbeiter verdienen; je 2 derselben verdienen 36 kr. So vielmal 2 Arbeiter es sind, so vielmal 36 kr. beträgt ihr

Verdienst. 4 oder 2 × 2 Arbeiter verdienen 2 × 36 kr., 6 oder 3 × 2 Arbeiter verdienen 3 × 36 kr.; 12 oder 6 × 2 Arbeiter verdienen daher 6 × 36 kr.; 6 × 36 kr. = 3 fl. 36 kr. Also verdienen 12 Arbeiter 3 fl. 36 kr.

2) 3 Ellen kosten 2 fl. 32 kr.; wie theuer sind 36 (45) Ellen?
3) Mit 8 fl. kauft man 37 Pfd. 24 Loth, wie viel für 56 (72) fl.?
4) Jemand verdient in 4 Tg. 1 fl. 36 kr.; wie viel in 32 (64) Tag?
5) Wie hoch kommt der Metzen, wenn man für 25 kr. 4 Ms. kauft?
6) Wie viel für 1 fl., wenn 28 Loth 12 (15, 20) kr. kosten?
7) Was kostet 1 Ctr., wenn 25 (10, 5) Pfd. 15 fl. 30 kr. kosten?
8) Für 1 fl. 12 kr. erhalte ich 1 Elle, wie viel für 8 fl. 24 kr.?

Für 1 fl. 12 kr. erhalte ich 1 Elle; für 2 × 1 fl. 12 kr. erhalte ich 2 × 1 Elle oder 2 Ellen; für 3 × 1 fl. 12 kr. erhalte ich 3 × 1 Elle oder 3 Ellen. Also erhalte ich für 8 fl. 24 kr. so oft 1 Elle, als 1 fl. 12 kr. in 8 fl. 24 kr. enthalten sind. Wie finde ich das? Ich mache die beiden Zahlen entweder zu Zwölfer, oder zu Sechser, oder zu Groschen, oder zu Kreuzer. 1 fl. 12 kr. = 6 Zwölfer, und 8 fl. 24 kr. = 42 Zwölfer; 6 Zwölfer sind in 42 Zwölfern 7mal enthalten; 42 Zwlfr. sind also 7 × 6 Zwölfer, oder 8 fl. 24 kr. = 7 × 1 fl. 12 kr.; somit erhalte ich dafür auch 7 × 1 Elle oder 7 Ellen.

9) In 7 Stunden mahlt 1 Müller 5 Schff. 4 Mtz.; wie viel in 2 Tagen 18 Stunden? (62 Schff. 2 Mtz.)
10) 12 Mann verdienen 17 fl. 30 kr.; wie viel kommt auf 4 Mann?

Da 4 Mann nur $^1/_3$ von 12 Mann sind, so kommt auf sie auch nur $^1/_3$ von 17 fl. 30 kr. Wie findest du das? a. $^1/_3$ von 37 fl. 30 kr. = 5 fl., Rest 2 fl. 30 kr.; $^1/_3$ von 2 fl. 30 kr. = 50 kr., zusammen 5 fl. 50 kr. — b. 17 fl. 30 kr. = 18 fl. — 30 kr.; ich suche also $^1/_3$ von 18 fl. und ziehe davon $^1/_3$ von 30 kr. ab. $^1/_3$ von 18 fl. = 6 fl., und $^1/_3$ von 30 kr. = 10 kr.; 6 fl. — 10 kr. = 5 fl. 50 kr. Also kommen auf 4 Mann 5 fl. 50 kr.

11) 18 Ellen kosten 63 fl. 48 kr.; wie theuer sind 3 Ellen?
12) In 48 Tagen braucht man 75 Pfd. Oel, wie viel in 6 (4) Tg.?
13) Das Buch Papier zu 15 kr.; wie theuer sind 6 (8) Bg.?
14) Für 1 Thlr. 18 Lth. 2 Qt., wie viel für 6 Groschen?
15) Das Pfd. zu 35 kr. 2 pf.; wie hoch kommen 8 (4) Loth?
16) 12 Ellen Band zu 18 Gr.; wie hoch kommen 180 Ellen?
17) Ich kaufe 24 Pfd. Flachs um 7 Thlr. und gebe 6 Pfd. davon weg. Wie viel muß ich dafür erhalten?
18) Ich liefere 42 Scheffel Dinkel für 250 fl.; 7 Scheffel gibt mein Freund dazu. Wie viel beträgt sein Antheil am Erlös?

Schriftlich.

1) Wie theuer sind 178 Ellen, 2 Ellen zu 5 fl. 37 kr. 2 pf.? Antwort: 500 fl. 37 kr. 2 pf.

Auflösung: Für 2 Ellen zahlt man 5 fl. 37 kr. 2 pf.; für 2 × 2 Ellen zahlt man 2 × 5 fl. 37 kr. 2 pf.; für 3 × 2 Ellen zahlt man 3 × 5 fl. 37 kr. 2 pf. So oft 2 Ellen, so oft 5 fl. 37 kr. 2 pf. Für 178 Ellen zahlt man also so vielmal 5 fl. 37 kr. 2 pf., als 2 Ellen in 178 Ellen enthalten sind.

```
2 | 178 | 89
     16
    ---
     18
     18
    ---
```

2 Ellen sind in 178 Ellen 89 mal enthalten; 178 Ellen sind also 89 × 2 Ellen und kosten daher auch 89 × 5 fl. 37 kr. 2 pf.

Ausrechnung: Bekannt. (Am besten thut man hier, die 5 fl. 37 kr. 2 pf. in Pfennige zu verwandeln, diese durch 89 zu multipliciren und das in Pfennigen bestehende Produkt auf Kreuzer und Gulden zurückzuführen.)

2) Für 96 Pfund 23 Loth sind 156 fl. zu entrichten; wie viel erhalte ich für 2 fl.? Antwort: 1 Pfd. 7 Loth $2^{56}/_{78}$ Qt.

Auflösung: Gesucht soll werden, wie viel man für 2 fl. erhält. Gegeben ist, wie viel man für 156 fl. bekommt. Für 2 fl. erhält man nicht so viel Waare, als für 156 fl., sondern nur einen Theil derselben. Welchen Theil ich dafür erhalte, kann ich erst erkennen, wenn ich weiß, was für ein Theil von 156 fl. die 2 fl. sind. Das erfahre ich aber, indem ich suche, wie oft die 2 fl. in 156 fl. enthalten sind.

```
2 | 156 | 78
     14
    ---
     16
     16
    ---
```

2 fl. sind in 156 fl. 78mal enthalten; also sind 2 fl. $^1/_{78}$ von 156 fl., und folglich erhalte ich dafür $^1/_{78}$ von 96 Pfund 23 Loth.

Ausrechnung: Bekannt.

3) 4 Pfund zu 17 fl. 46 kr; was kostet 168 Pfund?
Antwort: 42 × 17 fl. 46 kr. = 746 fl. 12 kr.

4) Für 1234 fl. erhalte ich 236 Ellen; was kosten 4 Ellen?
Antwort: $^1/_{59}$ × 1234 fl. = 20 fl. 54 kr $3^{39}/_{59}$ pf.

5) Was kosten 1968 Pfd.; für 7 fl. 52 kr. 2 pf. erhalte ich 8 Pfd.?
Antwort: 246 × 7 fl. 52 kr. 2 pf. = 1937 fl. 15 kr.

6) A kauft 25 Eim. 40 Ms. um 375 fl.; wie theuer sind 8 Ms.?
Antwort: $^1/_{205}$ × 375 fl. = 1 fl. 49 kr. $3^5/_{205}$ pf.

7) In 5 Tagen werden 12 fl. 48 kr. verdient, was in 365 Tg.?
Antwort: 73 × 12 fl. 48 kr. = 934 fl. 24 kr.

8) Auf 130 Tage kommen 48 Pfd. 24 Loth Brennöl; wie viel auf 5 Tage?
Antwort: $^1/_{226}$ × 48 Pfd. 24 Loth = 1 Pfd. 28 Loth.

9) 100 fl. Kapital geben 5 fl. Zins; wie v. Zins geben 1000 fl. Kaptl.?

10) 100 fl. Kaptl. tragen 4 fl. 30 kr. Zs.; wie v. Zs. geben 10 fl. Kpt.?
Antwort: $^1/_{10}$ × 4 fl. 30 kr. = 27 kr.

11) 10 Pfd. werden mit 2 fl. 42 kr. bezahlt; was kostet 1 Ctr.?
Antwort: 10 × 2 fl. 42 kr. = 27 fl.

12) Für 3 fl. erhalte ich 18 Pfd. 27 Loth; wie viel für 123 fl.?
Antwort: 41 × 18 Pfd. 27 Loth = 7 Ctr. 72 Pfd. 19 Loth.

13) 234 Stück zu 175 fl. 20 kr., was kosten 3 Stück?
Antwort: $^{1}/_{78}$ × 175 fl. 20 kr. = 2 fl. 14 kr. $3^{38}/_{78}$ pf.

14) 9 Ellen zu 5 fl. 18 kr.; wie theuer sind 342 Ellen?
Antwort: 38 × 5 fl. 18 kr. = 201 fl. 24 kr.

15) 153 Pfd. zu 72 fl. 48 kr.; wie viel ist für 9 Pfd. zu zahlen?
Antwort: $^{1}/_{17}$ × 72 fl. 48 kr. = 4 fl. 16 kr. $3^{13}/_{17}$ pf.

16) In 6 Tagen geht A 75 Stunden weit, wie weit in 234 Tagen?
Antwort: 39 × 75 Stunden = 2925 Stunden.

17) Auf 132 Mann kommen 48 fl. 40 kr.; wie viel auf 6 Mann?
Antwort: $^{1}/_{22}$ × 48 fl. 40 kr. = 2 fl. 12 kr. $2^{20}/_{22}$ pf.

18) 11 Ellen zu 29 fl. 8 kr.; wie hoch kommen 198 Ellen?
Antwort: 18 × 29 fl. 8 kr. = 524 fl. 24 kr.

19) 242 Pfd. zu 170 fl. 54 kr.; wie theuer sind 11 Pfd.?
Antwort: $^{1}/_{22}$ × 170 fl. 54 kr. = 7 fl. $46^{2}/_{22}$ kr.

20) In 12 Tagen braucht man 18 fl. 45 kr.; wie viel in 360 Tg.?
Antwort: 30 × 18 fl. 45 kr. = 562 fl. 30 kr.

21) 144 Personen verzehren jährlich 195 Schff. Korn, wie v. 12 Pers.?
Antwort: $^{1}/_{12}$ × 195 Schff. = 16 Schff. 1 Mtz. 8 Sz.

23) 22 Schff. 4 Mtz. zu 150 fl. 40 kr.; was kosten 3 Schff. 2 Mtz.?
Antwort: $^{1}/_{8}$ × 150 fl. 40 kr. = 18 fl. 50 kr.

23) Für 24 fl. 36 kr. 3 Pfd. 24 Lth.; wie theuer sind 67 Pfd. 16 Lth.?
Antwort: 18 × 24 fl. 36 kr. = 442 fl. 48 kr.

24) In 30 Wochen 2 Tg. macht A 5 Dutz. 10 Stck.; wie v. in 4 Wch.? 2 Tag? Antwort: $^{1}/_{7}$ × 5 Dutzend 10 Stück = 10 Stück.

25) 5 Fdr. 9 Eim. zu 1000 fl.; wie hoch kommen 5 Eim. 48 Ms.?
Antwort: $^{1}/_{12}$ × 1000 fl. = 83 fl. 20 kr.

26) B reicht mit 3 Rs. 15 Bch. Papier 9 Monat, wie lange mit 2 Bll. 2 Rs. 10 Bch.? (6 × 9 M. = 54 Mon.)

b. Die eine von den zwei gleichartigen Größen ist weder ein reines Vielfaches, noch ein einfacher Theil von der andern.

Mündlich.

1) 3 Pfd. kosten 27 kr., was ist für 10 Pfd. zu zahlen?

Auflösung: Was 10 Pfd. kosten, läßt sich auf einmal finden, wenn man weiß, was für 1 Pfd., oder für 2 Pfund, oder für 5 Pfd. oder für 20 Pfd. &c. zu zahlen ist. Das wissen wir aber nicht; denn die Aufgabe sagt uns, was 3 Pfd. kosten. Wenn man jedoch weiß, was 3 Pfd. kosten; so läßt sich hieraus leicht finden, was 1 Pfd. kostet. Wir gehen (oder schließen) daher von 3 Pfd. auf 1 Pfd. und von 1 Pfd. auf 10 Pfd.

Ausrechnung: 3 Pfd. kosten 27 kr.; also kostet 1 Pfd $^{1}/_{3}$ von 27 kr. oder 9 kr.; kostet 1 Pfund 9 kr., so kosten 10 Pfd. 10 × 9 kr. oder 1 fl. 30 kr.

2) 7 Ellen zu 56 kr., was kosten 24 Ellen? — 3) In 5 Tag verdient man 4 fl. 15 kr.; wie viel in 12 Tg.? — 4) 8 Loth kosten 1 fl. 36 kr.; was kosten 23 Loth? — 5) In 4 Tg. verdient Jemand 2 fl. 48 kr.; wie viel in 1 Wch.? in 4 Wch.? — 6) 10 Ms. zu 6 fl., was kosten 15 Ms.? (Auf zweierlei Weise.) — 7) 24 Stück zu 36 fl., was kosten 16 Stück? — 8) 30 Ellen zu 48 fl., was kosten 45 Ellen?

Schriftlich.

27) Ich kaufe 8 Pfd. um 17 fl. 48 kr.; wie hoch kommen 15 Pfd.?

Ausrechnung:

8 Pfd. kosten 17 fl. 48 kr.
1 Pfd. kostet $^1/_8 \times$ 17 fl. 48 kr. = 2 fl. 13 kr. 2 pf.
15 Pfd. kosten 15 $\times$ 2 fl. 13 kr. 2 pf. = 33 fl. 22 kr. 2 pf.

Anm. Hier ist den Schülern zu bemerken, daß $^1/_2 \times 4$ so viel ist, als die Hälfte von 4, $^1/_3 \times 6 = {}^1/_3$ von 6, $^1/_4 \times 24 = {}^1/_4$ von 24, daß man also anstatt $^1/_8$ von 17 fl. 48 kr. setzen könne: $^1/_8 \times$ 17 fl. 48 kr, und daß man dieß thue der einfacheren Bezeichnung wegen.

28) Für 7 Thlr. erhält man 23 Pfd. 27 Loth Flachs; wie viel für 4 Thlr.? Antwort: 13 Pfd. 20 Loth.

29) Auf 15 Tagwerk Ackerland säete man 4 Scheffel 2 Mtz. 4 Sz. Weizen; wie viel auf 9 Tgw.? Antw.: 2 Schff. 3 Mtz. 12 Sz.

30) 3 Pfd. Mehl geben 4 Pfd. Brod; wie viel Mehl gehört zu 25 Pfd. Brod? Antwort: 18 Pfd. 24 Loth.

31) 12 Ellen zu 32 fl. 40 kr.; wie viel kosten a) 6 Ellen? b) 24 Ellen? c) 5 Ellen? d) 43 Ellen? e) 4 Ellen? f) 96 Ellen?

32) Ein Stück Rindfleisch, das roh 20 Pfd. wiegt, hat gekocht nur noch 17 Pfd.; wie hoch kommen nun 8 Pfd. gekochtes Rindfleisch, wenn das Pfd. beim Metzger 12 kr. 3 pf. kostet? Antw.: 2 fl.

20 Pfd. rohes Fleisch kosten 20 $\times$ 12 kr. 3 pf. = 4 fl. 15 kr., so viel kosten auch 17 Pfd. gekochtes Fleisch. Nun heißt die Aufgabe: 17 Pfd. kosten 4 fl. 15 kr., was kosten 8 Pfd.?

33) 4 Schff. 1 Mtz. zu 65 fl. 37 kr. 2 pf.; wie viel kosten 6 Schff. 4 Mtz.? Antwort: 105 fl.

34) In 5 Wch. 5 Tg. verbraucht man 29 Pfd. 22 Loth Kaffee; wie viel im Jahre? Antwort: 2 Ctr. 70 Pfd. 28 Loth 3 Qt.

35) 7 Arbeiter vollenden ein Geschäft in 72 Tagen. a) Wie lange würde 1 Arb. dazu brauchen? b) Wie lange 12 Arbeiter?

Was 7 Arb. in 1 Tag thun, das thut 1 Arb. erst in 7 Tagen; 1 Arb. braucht also 7 mal so lang, als 7 Arbeiter. Was aber 1 Arb. in 12 Tg. thut, das thun 12 Arbeiter in 1 Tag; 12 Arbeiter brauchen also nur $^1/_{12}$ mal so lang, als 1 Arbeiter.

36) 8 Mahlgänge mahlen eine gewisse Menge Roggen in 3 Tg. 14 Std. 45 Min.; wie lange würden 5 dieser Mahlgänge brauchen? Antwort: 5 Tage 18 Std. 48 Min.

37) Stellt ein Landwirth 24 Schnitter an, so wird sein Weizen in 15 Tg. geschnitten; wie viel Schnitter sind nöthig, um dieß in 12 Tagen zu thun? Antwort: 30 Schnitter.

Zeit- und Raumberechnung.

Die Zeit- und Eintheilung derselben.

Die Zeit fließt gleichmäßig dahin. Sie hat (wie die mathematische oder blos gedachte Linie) nur die einzige Ausdehnung in die Länge, d. h. ihre Theile sind nicht zugleich vorhanden, sondern sie folgen nach- oder aufeinander. Die Eintheilung der Zeit in gewisse Zeitabschnitte hat hauptsächlich in der Bewegung der Erde ihren Grund.

1) Die scheinbare Umdrehung der Sonne um die Erde, oder eigentlich die Bewegung der Erde um ihre eigene Achse, wodurch Tag und Nacht entsteht, bildet einen Zeitabschnitt, den man den „Sonnentag" oder auch blos „Tag" nennt. Den Anfangspunkt desselben hat man in die Mitte der Nacht gesetzt. Der Tag beginnt Nachts 12 Uhr und dauert über Mittag bis wieder Nachts 12 Uhr.

Den Tag theilen wir in 24 Stunden von gleicher Länge, jede Stunde wieder in 60 Minuten und jede Minute in 60 Sekunden.

Sieben Tage zusammen bilden eine Woche.

2) Die Zeit, innerhalb welcher sich die Erde um die Sonne bewegt, nennt man ein Jahr. Bei diesem Laufe dreht sich die Erde $365^{242255}/_{1000000}$ mal um sich selbst. Das Jahr hat also 365 ganze und 242255 Milliontel-Tage oder 365 Tage 5 Stunden 48 Minuten und nahe 51 Sekunden. Weil wir aber im gemeinen Leben nur nach ganzen Tagen rechnen können, so nimmt man für das gewöhnliche oder gemeine Jahr 365 Tage an. Die übrigen 5 Stunden 48 Minuten 51 Sekunden werden immer nach 4 Jahren, bis wohin sie 1 Tag — 44 Minuten 36 Sekunden zusammen machen, in den Monat Februar als der 24ste eingeschaltet. Dadurch erhält derselbe 29 und das treffende Jahr, Schaltjahr genannt, 366 Tage. Die Schaltjahre sind daran kennbar, daß die Einer und Zehner der Jahreszahl durch 4 theilbar sind. 1852, 1856, 1860 rc. sind also Schaltjahre; die dazwischen liegenden Jahre sind gemeine.

Auf die einzelnen Tage des Jahres hat man die Namen von Personen übertragen, daher die Namenstage. Die Jahre selbst bezeichnet man durch Ordnungsnamen. In der Christenheit nennt man das Jahr, das mit dem Tage der Geburt Jesu Christi eintrat, das erste Jahr oder das Jahr 1, das darauffolgende Jahr das zweite oder das Jahr 2 rc. Das Jahr 1858 ist daher das 1858ste

nach Chr. Geb.; folglich sind bis zu diesem Jahre bereits 1857 volle Jahre abgelaufen. Um also aus einer Jahreszahl die Anzahl aller bis dahin (seit Chr. Geb.) bereits verflossenen Jahre zu erhalten, muß man dieselben um 1 vermindern.

3) Unsere Eintheilung der Zeit nach Monaten ist von der Umlaufszeit des Mondes um die Erde entlehnt. Diese Umlaufszeit, während welcher der Mond seinen ganzen Lichtwechsel von Neumond zu Neumond durchmacht, beträgt 29 T. 12 St. 44 Min. 12 solche Zeitperioden bildeten in der alten Römerzeit ein Jahr. Das Mondenjahr ($345\frac{1}{3}$ Tag) war aber gegen das Sonnenjahr ($365\frac{1}{4}$ Tag) beinahe um 11 Tage zu kurz. Julius Cäsar schaffte daher im römischen Reiche die Eintheilung nach dem Mondlaufe ab und ließ den Lauf der Sonne zur Feststellung der Jahreslänge allein anwenden. Die Abschnitte der Monate und deren Namen (bis auf Quintilis und Sextilis, an deren Stelle Julius und Augustus kamen) behielt man bei. Sie verloren aber die Gleichheit ihrer Länge. Die 365 Tage wurden in folgender, bis jetzt unveränderter Weise auf die 12 Monate vertheilt:

Januar, der 1. M. = 31 Tg.		Juli,	der 7. M. = 31 Tg.
Februar, der 2. M. = 28 Tg.		August,	der 8. M. = 31 Tg.
in Schaltjahren 29 Tg.		Septbr.,	der 9. M. = 30 Tg.
März, der 3. M. = 31 Tg.		Oktbr.,	der 10. M. = 31 Tg.
April, der 4. M. = 30 Tg.		Novbr.,	der 11. M. = 30 Tg.
Mai, der 5. M. = 31 Tg.		Dezbr.	der 12. M. = 31 Tg.
Juni, der 6. M. = 30 Tg.			

Dieß ist dem Gedächtnisse recht tüchtig einzuprägen. Dann gebe man Fragen folgender Art so lange, bis die Antwort rasch erfolgt.

1) Welcher Monat folgt auf den Februar? auf den Oktober? ꝛc.
2) Welcher Monat steht vor dem März? vor dem August? ꝛc.
3) Zwischen welchen 2 Monaten ist der April? der November? ꝛc.
4) Wie heißt der erste, 3te, 8te, 6te ꝛc. Monat des Jahrs?
5) Der wie vielte Monat im Jahre ist der Mai? August? ꝛc.
6) Wie viele Monate sind vor dem April? vor dem Juni? ꝛc.
7) Wie viele Tage hat der Januar? der März? ꝛc.
8) Welche Monate haben 30 Tage? welche haben 31?
9) Nennet Jahre, da der Februar nur 28 Tage hat? — Jahre, da derselbe 29 Tage zählt?

---

10) Wie viele Monate und Tage des Jahrs sind am 23. April verflossen?

Der 23. April ist der 23. Tage des 4. Monats; also sind bis dahin 3 Monate und 22 Tage abgelaufen.

11) Wie viele Jahre, Monate und Tage sind am 25. August 1853 seit Chr. Geb. verflossen?

Der 25. August 1853 ist der 25. Tag des 8. Monats vom Jahre 1853; also sind bis zu diesem Tage abgelaufen (1853 — 1 =) 1852 Jahre, (8 — 1 =) 7 Monate und (25 — 1 =) 24 Tage.

12) In welchem Jahre, Monate und Tage stand man, als seit Chr. Geb. 1845 Jahre 10 Monate und 18 Tage verflossen waren?

Man stand im Jahre 1846, im 11. Monat dieses Jahrs und im 19. Tage dieses Monats, d. i. im 19. November 1846.

Die eigentliche Zeitrechnung.

a. Berechnung der Zeitdauer.

Die Zeit ist unendlich. Jeder Zeitabschnitt aber hat einen Anfang und ein Ende und läßt sich wie hier durch eine Linie darstellen.

a b c

|——|——|——|——|——|——|——|

a ist der Anfangspunkt, c der Endpunkt, ac die Zeitgröße oder Zeitdauer selbst. Diese ist bei b in zwei ungleiche Theile (ab und bc) getheilt. In Folge dessen haben wir jetzt 3 verschiedene Zeiträume vor uns: ab, bc und ac. Sind zwei dieser Größen gegeben, so läßt die dritte sich durch Rechnung finden.

Ist das Ganze ac (= 7) und der Theil ab (= 5) gegeben, so finde ich den Theil bc, indem ich den bekannten Theil vom Ganzen wegnehme. 7 — 5 = 2; bc = 2.

Ist das Ganze ac und der Theil bc gegeben, so finde ich den Theil ab, indem ich vom Ganzen den Theil bc abziehe. 7 — 2 = 5; ab = 5.

Sind endlich die beiden Theile ab und bc bekannt, so finde ich das Ganze, indem ich die beiden Theile zusammenzähle. 5 + 2 = 7; ac = 7.

Aufgaben.

1) Die Linie ac bezeichne den Zeitraum von 1853 Jahren; die Linie ab den Zeitabschnitt von 1200 Jahren. Wie groß wird der Zeitabschnitt sein, den die Linie bc bezeichnet?
(1853 — 1200 = 653 Jahre.)

2) ac = 1853 J.; bc = 653 J.; wie groß ist ab? (1200 J.)

3) ab = 1200 J.; bc = 653 J.; wie groß ist ac? (1853 J.)

4) Als A geboren wurde, waren 1787 J. seit Christi Geburt verflossen, und als er starb 1849 J.; wie alt ist er geworden?
(ac = 1849 J.; ab = 1787 J.; bc = 1849 — 1787 = 62 J.)

5) Der Zeitraum von Chr. Geb. bis zum Tode des B = 1834 J. 5 M.; das Alter des B = 85 J. 6 M.; welcher Zeitraum liegt zwischen Chr. Geb. und der Geburt des B?
(ac = 1834 J. 5 M.; bc = 85 J. 6 M.; ab = ac — bc = 1748 J. 11 M.)

6) C wurde 1764 J. 8 M. und 11 Tage nach Chr. Geb. geboren und starb in einem Alter von 75 J. 9 M. und 15 Tagen. Wie groß ist der Zeitraum zwischen seinem Tode und Chr. Geb.?

ab = 1764 J. 8 M. 11 Tage; bc = 75 J. 9 M. 15 Tg.;
ac = ab + bc = 1840 J. 5 M. 26 Tg.

7) Ein Mann ist am 18. August 1809 geboren und am 4. März 1840 gestorben. Wie alt ist er geworden?

1. Jan. — 18. Aug. — 4. März
1 — 1809 ? 1840.

Das Alter des Mannes besteht in dem Zeitabschnitte, der zwischen seiner Geburt und seinem Tode liegt, ist also = bc; = ac — ab. Der 18. August des Jahres 1809 ist aber nicht der Zeitraum ab selbst, sondern nur dessen Endpunkt. Er beträgt aber 1808 J. 7 M. 17 Tg. — Ebenso ist der 4. März des Jahres 1840 nur der Endpunkt von ac. Der Zeitraum ac selbst = 1839 J. 2 M. 3 Tg. Nun ziehe ich ab von ac ab.

		12	29
ac =	1839. J.	2. M.	3 Tage.
		13	32
ab =	1808 „	7 „	17 „
bc =	30 „	6 M.	15 Tg.

17 Tage von 3 Tagen abzuziehen, geht nicht. Ich entlehne mir 1 Monat und zwar den Monat, welcher dem März zunächst vorangeht, d. i. den Februar. Der Februar des Jahres 1840 = 29 Tg.; 29 + 3 = 32 Tg.; 32 — 17 = 15 Tg.; 7 Monat von 1 Monat hinwegzunehmen, geht nicht. Ich borge mir daher 1 Jahr; 1 J. = 12 M.; 12 + 1 M. = 13 M.; 13 M. — 7 M. = 6 Monat. 1838 — 1808 = 30. Also beträgt das Alter des Verstorbenen 30 J. 6 M. und 15 Tage.

Mündlich werden dergl. Aufgaben am besten durch Zuzählen gelöst. Vom 18. August 1809 bis 18. August 1839 sind 30 Jahre; vom 18. August 1839 bis 18. Februar 1840 sind 6 Monate; und vom 18. Februar bis 4. März sind 11 + 4 = 15 Tage. Also ꝛc.

8) Am 18. Okt. 1180 wurde Pfalzgraf Otto von Wittelsbach für seine Tapferkeit und Treue mit dem Herzogthum Bayern belehnt. Wie lange ist es nun, daß das Haus Wittelsbach über Bayern regiert?

9) Am 20. Okt. 1313 wurde Ludwig der Bayer deutscher Kaiser; am 11. Oktober 1347 starb derselbe. Wie lange trug er die Kaiserkrone? Antw. 33 J. 11 M. 12 Tag.

10) Am 25. Februar 1623 wurde Bayern ein Churfürstenthum und am 1. Januar 1806 ein Königreich. Welcher Zeitraum liegt zwischen beiden Ereignissen? Ant. 182 J. 10 M. 7 Tg.

Nun lasse man auch die Schüler ihr Alter berechnen.

b. Berechnung des Anfangspunktes.

11) A. starb am 4. März 1840 in einem Alter von 30 Jahren 6 M. und 15 Tagen. Wann war derselbe geboren?

30. 6. 25. 4. März

a |———————————|———————| c

b 1840.

c ist der Todestag und bc die Lebenszeit des A; b ist daher der Zeitpunkt seiner Geburt. Von demselben ist zu suchen, in welchem Jahre, Monate und Monatstag er liegt. Dieß ergibt sich, wenn man weiß, wie viele volle Jahre, Monate und Tage von a bis b verflossen sind. Das aber wird gefunden, wenn man A's Alter von der Zeit, die zwischen seinem Tode und Chr. Geburt enthalten ist, abzieht. Bis zum 4. März 1840 beträgt die abgelaufene Zeit 1839 Jahre 2 Mon. und 3 Tage. Ich rechne daher:

		12	29
ac =	1839. J.	2. M.	3 Tage.
		13	32
bc =	30 „	6 „	15
ab =	1808 J.	7 M.	17 Tg.

Bis zum Zeitpunkte der Geburt des A waren demnach verflossen 1808 J. 7 M. 17 Tage. Also fällt dessen Geburtszeit in das Jahr 1809 und zwar auf den 18. Tag des 8. Monats dieses Jahrs, d. i. auf den 18. August 1809.

12) Maximilian Joseph I., der biedere und von seinem Volke hochverehrte König von Bayern, starb nach einer ruhmreichen Regierung von 26 J. 7 Mon. und 26 Tagen am 13. Oktober 1825. Wann war derselbe auf den Thron gelangt?
Antwort: Am 17. Februar 1799.

13) König Ludwig I., gerecht und beharrlich, bestieg den bayerischen Thron am 13. Okt. 1825 in einem Alter von 39 J. 1 M. 18 Tagen, und der jetzt regierende König Max übernahm die Regierung am 21. März 1848 im Alter von 36 J. 3 M. 22 Tg. Wann sind beide Könige geboren?
Antw. König Ludwig am 25. Aug. 1786; K. Max am 28. Nov. 1811.

14) Am 29. Mai 1453 wurde Konstantinopel durch die Türken und 353 Jahre 10 M. 14 Tg. früher Jerusalem durch die Kreuzfahrer erobert. Wann ist Letzteres geschehen?
Antwort: Am 15. Juli 1099.

c. Berechnung des Endpunktes.

15) A wurde am 18. August 1809 geboren und erreichte ein Alter von 30 J. 6 M. 15 Tg. Wann starb derselbe?

18 August 30. 6. 15

a |———————————|———————| c

1809. ?

Dieß ergibt sich, wenn man weiß, wie viele Jahre, Monate und Tage von a bis c abgelaufen sind. Das aber wird gefunden,

wenn man die Zeit, die bis zu der Geburt des A verflossen war (ab), und seine Lebenszeit (bc) zusammen zählt. Bis zum 18. August 1809 beträgt die abgelaufene Zeit 1808 J. 7 M. 17 Tage. Ich rechne daher:

ab =	1808 J.	7 M.	17 Tage.
bc =	30 J.	6 M.	15 Tage +
ac =	1839 J.	2 M.	3 Tage.

15 + 17 Tage = 32 Tage. Um wissen zu können, wie viele Tage auf den Monat zu rechnen sind, muß ich erst die Monate addiren. 6 + 7 = 13 M. = 1 J. + 1 Monat (Januar.) Der von den Tagen herüber zu zählende Monat ist demnach der Februar.

Dieser Monat hat aber entweder 28 oder 29 Tage, je nachdem er zu einem gemeinen oder Schaltjahre gehört. Also muß ich auch erst die Jahre zusammen zählen. 1 + 30 + 1808 = 1839. Der Februar gehört demnach zum Jahre 1840, hat also 29 Tage. Nun erst kann ich die Tage ins Reine bringen. 32 Tage = 29 + 3 Tage = 1 Monate + 3 Tage.

Als A starb, waren also 1839 J. 2 M. und 3 Tage abgelaufen; der Zeitpunkt seines Todes fällt darum auf den 4. März 1840.

16) Der französische Kaiser Napoleon ward am 15. August 1769 zu Ajaccio auf Korsika geboren und hatte ein Alter von 51 J. 8 Mon. und 20 Tagen erreicht, als er auf der Insel Sct. Helena verschied. Wann starb derselbe? Antw.: Am 5. Mai 1821.

17) Die beiden großen Schlachten, welche über Napoleons Geschick entschieden, fielen bei Leipzig und bei Waterloo vor. Erstere war am 18. Oktober 1813, letztere 1 Jahr 8 Monat später. Wann war diese? Antwort: Am 18. Juni 1815.

18) Am 12. Septbr. 1683 half der bayer. Churfürst Maximilian Emanuel die Türken vor Wien schlagen, und 4 J. 11 M. 24 T. später war er bei der Erstürmung der türkischen Festung Belgrad der erste auf deren hohen Wällen. Wann fand das Statt? Antwort: Am 5. Sept. 1688.

---

19) Gellert, der berühmte Fabel- und Liederdichter, ward am 4. Juni 1715 geboren und starb am 13. Dez. 1769. Wie alt ist er geworden? Antwort: 54 J. 6 M. 9 Tage.

20) A starb am 14. Dezember 1845; sein Alter betrug 78 Jahre 6 Monate und 24 Tage. Wann war er geboren? Antwort: Am 20. Mai 1767.

21) Wilhelm ist am 28. August 1830 geboren. Als er 12 J. 8 M. 19 Tage alt war, starb seine Mutter und 3 J. 4 M 14 T. darauf sein Vater. Wann fanden beide Todesfälle Statt? Antwort: Seine Mutter † am 17. Mai 1843; sein Vater am 1. Oktober 1846.

22) Die bayerische Verfassung, ein freies Geschenk König Max Josephs, wurde am 26. Mai 1818 gegeben. Wie lange besteht dieselbe bis jetzt?

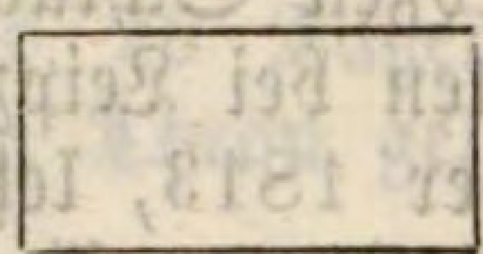
23) Friedrich II., auch der Große genannt, bestieg den preußischen Thron am 31. Mai 1740, schlug am 5. November 1757 die Franzosen 2c. bei Roßbach, am 25. August 1758 die Russen bei Zorndorf, am 15. August 1760 die Oestreicher bei Liegnitz und starb am 17. August 1786. Wie lange hat er regiert und diese seine Siege überlebt?

Antwort: Er regierte 46 J. 2 M. 17 Tage, überlebte den Sieg bei Roßbach um 28 J. 9 M. 12 Tage, den bei Zorndorf um 27 J. 11 M. 23 T. und den bei Liegnitz um 26 J. 2 Tage.

Die Raumberechnung.

Hier werden nur die allereinfachsten Raumgrößen zur Anschauung gebracht, gemessen und berechnet: die gerade Linie, das Quadrat, das Rechteck, der Würfel und solche Körper, deren Gestalt dem Würfel ähnlich ist. Die Aufgaben folgen so aufeinander, daß sie einer Erklärung fast gar nicht bedürfen.

1) Jeder Schüler verschafft sich ein Stäbchen, einen Fuß lang, theilt dasselbe in 12 Zoll und einen Zoll wieder in 12 Linien. Mit diesem Maßstabe werden dann Länge, Breite, Höhe und Dicke verschiedener Dinge gemessen.

Quadrat   Rechteck.

2) Ein Quadrat ist eine vierseitige Fläche, deren Länge und Breite einander gleich sind. — a) Zeichnet Quadrate von verschiedener Größe! — b) Zeichnet einen Quadratzoll, d. i. ein Quadrat, von dem jede Seite 1 Zoll lang ist! — c) Zeichne an die Wandtafel einen Quadratfuß!

3) Zeichnet a) ein Rechteck, 6 Zoll lang und 1 Zoll breit, und macht es zu Quadratzoll! — b) ein Rechteck, 5 Zoll lang und 2 Zoll breit, und seht zu, wie viele Quadratzoll es gibt! — c) an die Wandtafel oder an die Wand selbst ein Rechteck, 4 Fuß lang und 3 Fuß breit, und macht es zu Quadratfuß!

4) der Lehrer zeichnet an die Wandtafel einen Quadratfuß, theilt jede Seite desselben in 12 gleiche Theile und verbindet die einander gegenüberstehenden Theilungspunkte durch gerade Linien mit einander. So entstehen 12 Reihen von je 12 Quadratzoll, woraus folgt, daß ein Quadratfuß = 12 × 12 oder 144 Quadratzoll. — Dasselbe thun die Schüler mit einem Quadratzoll auf ihren Schiefertafeln.

5) Wie groß ist der Quadratinhalt

a) einer Schiefertafel, welche 5″ breit und 10″ lang ist? (50 □″.)

b) eines Fußbodens 36′ lang und 28′ breit? (1008 □′.)
c) einer Wiese, 18° breit und 65° lang? (1170 □°.)
d) einer Tischplatte, 4′ 8″ lang und 3′ 5″ breit?

4′ 8″ = 56″, 3′ 5″ = 41″; 41 × 56 □″ = 2296 □″ = 15 □′ und 136 □″.

e) eines Gartens, 12° 6′ breit u. 15° 11′ lang? (198 □° 138 □″.)

6) Sucht durch Messen und durch Rechnung den Quadratinhalt von Fußboden, Decke und den Wänden der verschiedenen Räumlichkeiten eurer Wohnung und stellt die Ergebnisse zusammen! —

7) Hier habe ich einen Würfel- oder Kubikzoll. Wie viele Flächen hat derselbe? Was für Flächen sind es? (Quadrate.) Wie verhalten sie sich zu einander nach ihrer Größe? — Da wo 2 Flächen zusammenstoßen, entsteht eine Kante. Wie viele Kanten seht ihr an dem Würfel? Wie viele Ecken? Wie lang ist eine Kante?

8) Hier habe ich ein Stückchen Brett; es ist 12″ lang, 12″ breit und 1″ dick. Wie viele Kubikzoll lassen sich daraus schneiden?

9) Der Abschnitt von einem 4kantig behauenen Balken bildet einen Kubikfuß, d. h. er ist 1 Fuß lang, breit und hoch. Wie viele Brettchen von einem Zoll Dicke und wie viele Kubikzoll können daraus geschnitten werden? (12 × 144 = 1728 Kubik-Z.)

10) Ein Zimmer ist 25′ lang und 18′ breit. In demselben ist eben so lang und breit 1 Fuß hoch Roggen aufgeschüttet. a) Wie viele Kubikfuß Raum nimmt der Roggen ein? — b) Wie viele Kubikfuß beträgt der ganze Raum des Zimmers, wenn dasselbe 14 Fuß hoch ist?

Der Fußboden ist 18 × 25 oder 450 □′ groß. Da der Roggen gerade 1 Fuß hoch aufgeschüttet ist, so liegt auf jedem Quadratfuß des Fußbodens 1 Kubikfuß Roggen; also nimmt der Roggen einen Raum von 450 Kubikfuß ein. Würde der Roggen 2 Fuß hoch liegen, so gäbe es 2 solche Schichten; der Roggen würde dann 2 × 450 Kubikfuß Raum einnehmen ꝛc. Würde das Zimmer bis zur Decke mit Roggen angefüllt sein, so würde er also 14 × 450 Kubikfuß Raum einnehmen. Wie viele Kubikfuß beträgt daher auch der ganze Raum des Zimmers? (14 × 450 oder 6300 K.-F.)

11) Eine Mauer ist 84 Fuß lang, 2′ dick und 8′ hoch. a) Wie viele Kubikfuß enthält dieselbe? — b) Wie viel hat sie gekostet, der Kubikfuß zu 11 kr. 2 pf. gerechnet? (257 fl. 36 kr.)

Die Grundfläche ist 2 × 84 = 168 Quadrat-Fuß; wäre die Mauer nur 1 Fuß hoch, so würde sie 168 Kubikfuß betragen. Sie ist aber 8′ hoch; also beträgt sie 8 × 168 Kubikfuß ꝛc.

12) Ein Brunnentrog ist 3′ 9″ (= 45″) lang, eben so breit und 3′ 4″ (= 40″) tief. a) Wie viel beträgt sein Rauminhalt in Kubikzoll? b) Wie viel in Kubikfuß? c) Wie viele Maas à 43 Kubikzoll hält derselbe? d) Wie viele Eimer à 64 Ms.?

Antwort: a) Sein Rauminhalt = 45 × 45 × 40 = 81000 K.-Z., b) = 46 K.-F. und 512 K.-Z, c) = 1883 $^{31}/_{43}$ Maas, d) = 29 Eimer 27 $^{31}/_{43}$ Maas.

Fünfter Cursus.

Die gemeinen Brüche.

Wie beim ersten Unterricht in der ganzen Zahl, so thun wir auch bei der Lehre von den Brüchen: wir behandeln eine Anzahl derselben, nämlich diejenigen, welche der Anschauung vor allen andern offen liegen und im Leben am häufigsten angewendet werden, einzeln und zwar sogleich nach allen Seiten hin. Die Weise ist nicht mehr neu. Aber eben darum, weil sie es nicht mehr ist, weil sich ihre Zweckmäßigkeit durch die Praxis auf die überzeugendste Weise bereits herausgestellt hat, kann und muß man wünschen, daß sie überall Eingang finde. Wir sind überzeugt: wer den redlichen Willen hat, die Bruchrechnung so zu lehren, daß daraus dem Schüler an sich und für das Leben in der That ein bleibender Gewinn erwachse, der wird, hat er den Gegenstand einmal in nachstehender Weise behandelt, sich nimmer entschließen können, sogleich mit der Lehre von den Brüchen überhaupt zu beginnen.

I. Die einzelnen Brüche.

Halbe.

(Mündlich und durchaus mit Anschauung.)

| $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |

Theile ich dieses Ganze (ein Stäbchen, einen Papierstreifen, eine Nuß, 1 Apfel, 1 Linie) in zwei gleiche Theile; so erhalte ich zwei Halbe. Ein Theil davon ist ein Halbes. Ein Halbes erhalte ich daher, wenn ich 1 Ganzes in 2 gleiche Theile theile und einen davon nehme. —

a. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1.$ $1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, $2 \times \frac{1}{2} = 1.$

b. $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$ $\frac{1}{2}$ in $\frac{1}{2} = 1$, $\frac{1}{2}$ in $1 = 2$mal.

c. $1 > \frac{1}{2}$ um $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{2}$ ist die Hälfte von 1.

$\frac{1}{2} < 1$ um $\frac{1}{2}$. 1 ist das 2fache von $\frac{1}{2}$.

Ein Halbes oder ein Halb mit Ziffern geschrieben $= \frac{1}{2}$.

$\frac{1}{2}$ bedeutet also einen von 2 gleichen Theilen.

(Frei im Kopfe.)

a. $1 = {}^2/_2$; $2 = 2 \times {}^2/_2 = {}^4/_2$; ${}^2/_2 = 1$; ${}^4/_2 = 2 \times {}^2/_2 = 2$;
$3 = 3 \times {}^2/_2 = {}^6/_2$; ${}^6/_2 = 3 \times {}^2/_2 = 3$;
$4 = 4 \times {}^2/_2 = {}^8/_2$ ꝛc. ${}^8/_2 = 4 \times {}^2/_2 = 4$ ꝛc.
$2^1/_2 = {}^4/_2 + {}^1/_2 = 5^1/_2$ ꝛc. ${}^5/_2 = {}^4/_2 + {}^1/_2 = 2^1/_2$.

b. $5 + 3^1/_2 = 8^1/_2$. $(5 + 3 = 8,\ 8 + {}^1/_2 = 8^1/_2.)$
$8^1/_2 + 4 = 12^1/_2$. $(8 + 4 = 12,\ 12 + {}^1/_2 = 12^1/_2.)$
$4^1/_2 + 5^1/_2 = 10$. ($4^1/_2 + 5 = 9^1/_2$, $9^1/_2 + {}^1/_2 = 10$. Oder:
$4 + 5 = 9$; ${}^1/_2 + {}^1/_2 = 1$; $9 + 1 = 10$.)

c. $4^1/_2 - {}^1/_2 = 4$. (Von $4^1/_2$ das Halbe weg, bleibt 4.)
$6^1/_2 - 3 = 3^1/_2$. (Von $6^1/_2$ drei Ganze weg, bleibt $3^1/_2$.)
$9^1/_2 - 4^1/_2 = 5$. ($9^1/_2 - 4 = 5^1/_2$, $5^1/_2 - {}^1/_2 = 5$. Oder:
4 von 9 bleibt 5, ${}^1/_2$ von ${}^1/_2$ geht auf; also ist ꝛc.)
$8 - {}^1/_2 = 7^2/_2 - {}^1/_2 = 7^1/_2$.
$12 - 5^1/_2 = 11^2/_2 - 5^1/_2 = 6^1/_2$; od. $12 - 5 = 7, 7 - {}^1/_2 = 6^1/_2$.

d. $4 \times {}^1/_2 = {}^4/_2 = 2$.
$3 \times 2^1/_2 = 3 \times 2 + 3 \times {}^1/_2 = 6 + 1^1/_2 = 7^1/_2$.
${}^1/_2 \times 1 = {}^1/_2$. (${}^1/_2 \times 1$ ist der halbe Theil von $1 = {}^1/_2$.)
${}^1/_2 \times 5 = 2^1/_2$. (${}^1/_2 \times 1 = {}^1/_2$, ${}^1/_2 \times 5 = {}^5/_2 = 2^1/_2$.)

e. ${}^1/_2 : 4 = 8$ (${}^1/_2$ ist in 1 2mal, in 4 also 4×2 mal od. 8 mal.)
$1^1/_2 : 6 = {}^3/_2 : {}^{12}/_2 = 4$ ($1^1/_2$ ist in 6 so oft, als ${}^3/_2$ in ${}^{12}/_2$, 4mal.)
$2^1/_2 : 7^1/_2 = {}^5/_2 : {}^{15}/_2 = 3$ ($2^1/_2$ ist in $7^1/_2$ so oft, als ${}^5/_2$ in ${}^{15}/_2$, 3mal.)

1) Wie viel muß man zu $3^1/_2$ legen, um 8 zu erhalten? Wie viel ist $8 - 3^1/_2$? Wie groß ist also der Unterschied zwischen $3^1/_2$ und 8? — 2) Was für ein Theil ist ${}^1/_2$ von 3? von $3^1/_2$? — 3) Wie vielmal so groß, als ${}^1/_2$, ist $4^1/_2$? — 4) A kauft die Maas Wein um $13^1/_2$ kr. und verkauft sie wieder mit $4^1/_2$ kr. Gewinn, wie theuer also? 5) Von 10 Ctr. Kaffee werden $4^1/_2$ Ctr. verkauft; wie viel bleibt? — 6) 25 doppelte Vereinsthlr. (à $3^1/_2$ fl.), wie viele Gulden? — 7) Was kosten 4 Pfd., wenn ${}^1/_2$ Pfd. 42 kr. kostet? — 8) Wie hoch kommen $4^1/_2$ Eimer Bier, der Eimer zu 7 fl.? — 9) $1^1/_2$ Elle zu 36 kr.; was kosten 3 Ellen? (Auf zweierlei Weise.)

Anm. Jede Stufe d. i. jede Art der Bruchtheile, die wir einzeln behandeln, wird im Durchschnitte $2 \times {}^1/_2$ Stunde in Anspruch nehmen. Nach der ersten halben Stunde erhalten die Schüler zur Selbstbeschäftigung die Aufgabe, ganze Zahlen (etwa die Zahlen von 1 bis 50) in solche Theile zu verwandeln, von welcher eben die Rede war; nach der zweiten halben Stunde diktirt man ihnen dieselben (oder ähnliche) Aufgaben über das Addiren, Subtrahiren ꝛc., welche frei im Kopfe gerechnet

worden sind, und welche von ihnen schriftlich wieder ganz in der Weise, wie mündlich, gerechnet werden.

Drittel.

| $^1/_3$ | $^1/_3$ | $^1/_3$ |

Theile ich 1 Ganzes in 3 gleiche Theile, so erhalte ich Dritttheile oder Drittel. $1 = {}^3/_3$. Ein Theil davon ist $^1/_3$, 2 Theile davon $= {}^2/_3$. Ein Drittel erhalte ich daher, wenn ich 1 Ganzes in 3 gleiche Theile zerlege und 1 Th. davon nehme; $^2/_3$ erhalte ich ꝛc. Sucht auf diese Weise $^1/_3$ von 1 fl. (Thlr., Pfd., Ctr.)! Sucht $^2/_3$ von 1 fl., von 1 Buch Papier, von 1 Dutzend!

$^1/_3 + {}^1/_3 = {}^2/_3$. $\quad$ $^2/_3 - {}^1/_3 = {}^1/_3$.
$^2/_3 + {}^1/_3 = {}^3/_3 = 1$. $\quad$ $1 - {}^1/_3 = {}^2/_3$.
$^1/_3 + {}^2/_3 = {}^3/_3 = 1$. $\quad$ $1 - {}^2/_3 = {}^1/_3$.

$1 \times {}^1/_3 = {}^1/_3$. $\quad$ $^1/_3 : {}^1/_3 = 1$mal. $\quad$ $^1/_3 : {}^1/_3 = 1$mal.
$2 \times {}^1/_3 = {}^2/_3$. $\quad$ $^1/_3 : {}^2/_3 = 2$mal. $\quad$ $^2/_3 : {}^1/_3 = {}^1/_2$mal.
$3 \times {}^1/_3 = 1$. $\quad$ $^1/_3 : 1 = 3$mal. $\quad$ $1 : {}^1/_3 = {}^1/_3$mal.

Der Unterschied zwischen $^2/_3$ und $^1/_3 = {}^1/_3$.
$^2/_3$ sind das Doppelte von $^1/_3$, und $^1/_3$ ist die Hälfte von $^2/_3$.
1 ist das 3fache von $^1/_3$, und $^1/_3$ ist der 3. Theil von 1.

Ein Drittel, mit Ziffern geschrieben $= {}^1/_3$.
Zwei Drittel, mit Ziffern " $= {}^2/_3$.

Was sagt uns hier die 3, die unter dem Striche steht? Was zeigt uns bei $^1/_3$ die 1 ober dem Striche an? Und was bei $^2/_3$ die 2?

(Frei im Kopfe.)

a. $1 = {}^3/_3$; $2 = 2 \times {}^3/_3 = {}^6/_3$; $\quad$ $^3/_3 = 1$; $^6/_3 = 2 \times {}^3/_3 = 2$;
$3 = 3 \times {}^3/_3 = {}^9/_3$; $\quad$ $^9/_3 = 3 \times {}^3/_3 = 3$;
$4 = 4 \times {}^3/_3 = {}^{12}/_3$ ꝛc. $\quad$ $^{12}/_3 = 4 \times {}^3/_3 = 4$ ꝛc

b. $4 + 5^1/_3$. $\quad$ c. $^2/_3 - {}^1/_3$; $\quad$ $8 - {}^2/_3 = 7^3/_3 - {}^2/_3 = 7^1/_3$.
$6^2/_3 + 7^2/_3$. $\quad$ $4^2/_3 - {}^1/_3$; $\quad$ $9 - 4^1/_3 = 8^3/_3 - 4^1/_3 = 4^2/_3$.

d. $4 \times {}^2/_3$ $\quad$ $^1/_3 \times 6 = {}^6/_3 = 2$; $\quad$ $1^1/_3 \times 9 = 12$.
$8 \times 6^1/_3$ $\quad$ $^2/_3 \times 6 = {}^{12}/_3 = 4$. $\quad$ $3^2/_3 \times 9 = 33$.

e. $1^2/_3$ in $6^2/_3 = {}^5/_3 : {}^{20}/_3 = 4$mal.
$3^1/_3$ in $10 = {}^{10}/_3 : {}^{30}/_3 = 3$mal.

1) Suche die Hälfte von $\frac{2}{3}$! von $4\frac{2}{3}$! von $1\frac{1}{3}$! von $7\frac{1}{3}$!

Die Hälfte von $\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$, von $4\frac{2}{3} = 2\frac{1}{3}$. Die Hälfte von 1 ist nicht 1 Ganzes; $1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$; die Hälfte von $\frac{4}{3} = \frac{2}{3}$. Auf die Hälfte von $7\frac{1}{3}$ kommen Ganze. $7\frac{1}{3} = 6 + 1\frac{1}{3} = 6 + \frac{4}{3}$; die Hälfte von $6\frac{4}{3} = 3\frac{2}{3}$.

2) Wie groß ist der Unterschied zwischen $4\frac{2}{3}$ und $10\frac{1}{3}$? — 3) Wie vielmal so groß als $\frac{2}{3}$ ist 6? (Wird gefunden, indem man sucht, wie oft $\frac{2}{3}$ in 6 enthalten ist.) — 4) Ziehe $12\frac{1}{3}$ von 25 ab! 5) Von welcher Zahl sind $\frac{2}{3} = 12$? ($\frac{2}{3} = 12$, $\frac{1}{3} = 6$, die ganze Zahl also $= 3 \times 6$ oder 18.) — 6) Ein Winzer erntet von einem Weinberg $11\frac{2}{3}$ Eimer und von einem andern $13\frac{1}{3}$ Eimer; er verkauft davon $18\frac{2}{3}$ E.; wie viel behält er für sich? — 7) $\frac{1}{3}$ Fdr. zu $25\frac{1}{2}$ fl., was kosten $\frac{2}{3}$ Fdr.? — 8) $1\frac{1}{3}$ Elle zu 45 kr; was kostet $\frac{1}{3}$ Elle? —

Viertel.

| $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ |

Was für Theile entstehen, wenn man 1 Ganzes in 4 gleiche Theile zerlegt? — Wie erhalte ich $\frac{1}{4}$ von 1 Ganzen? Wie $\frac{3}{4}$ von 1 Ganzen? — Suche auf diese Weise $\frac{3}{4}$ von 1 fl., von 1 Ctr., von 1 Pfd., von 1 Eimer! —

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	$\frac{2}{4} - \frac{1}{4}$	$2 \times \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} : \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} : \frac{1}{4}$
$\frac{2}{4} + \frac{1}{4}$	$\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$	$3 \times \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} : \frac{2}{4}$	$\frac{2}{4} : \frac{1}{4}$
$\frac{3}{4} + \frac{1}{4}$	$1 - \frac{3}{4}$	$4 \times \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} : 1$	$\frac{3}{4} : \frac{1}{4}$.

Der wie vielte Theil ist $\frac{1}{4}$ von 1? $\frac{1}{4}$ von $\frac{3}{4}$?

Das Wievielfache ist 1 von $\frac{1}{4}$? $\frac{3}{4}$ von $\frac{1}{4}$?

---

a. $1 = \frac{4}{4}$; $2 = 2 \times \frac{4}{4} = \frac{8}{4}$; $3 = 3 \times \frac{4}{4} = \frac{12}{4}$ 2c. $\frac{4}{4} = 1$; $\frac{8}{4} = 2 \times \frac{3}{4} = 2$; $\frac{12}{4} = 3 \times \frac{4}{4} = 3$ 2c.

b. $12\frac{2}{4} + 7$? $8\frac{3}{4} - \frac{2}{4}$? $10 - 3\frac{2}{4} = 9\frac{4}{4} - 3\frac{2}{4} = 6\frac{2}{4}$.?
$5\frac{3}{4} + 4\frac{3}{4}$? $9\frac{3}{4} - 2\frac{1}{4}$? $5\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4} = 4\frac{5}{4} - 2\frac{3}{4} = 2\frac{2}{4}$.?

c. $12 \times \frac{3}{4}$ $\frac{1}{4} \times 1$ $\frac{1}{4} \times 9$ $\frac{2}{4} : 1$ $\frac{3}{4} : 3\frac{3}{4}$
$9 \times 2\frac{3}{4}$ $\frac{1}{4} \times 9$ $\frac{3}{4} \times 9$ $\frac{3}{4} : 9$ $1\frac{1}{4} : 6\frac{1}{4}$.

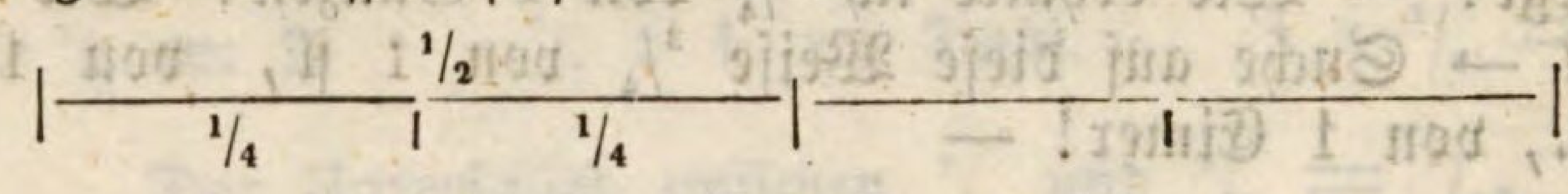
1) Wie viel beträgt der dritte Theil von $\frac{3}{4}$? von $2\frac{1}{4}$? von $3\frac{3}{4}$? von $7\frac{2}{4}$? — 2) Suche $\frac{1}{5}$ von $2\frac{2}{4}$! $\frac{1}{6}$ von $28\frac{2}{4}$! 3) Wie groß ist der Unterschied zwischen $4\frac{1}{4}$ und $11\frac{3}{4}$? — 4) Ein Pfund zu $2\frac{3}{4}$ fl., wie viel kosten 12 Pfund? — 5) Zu einem Rock braucht man $3\frac{3}{4}$ Ellen und zu einem Paar Beinkleider $2\frac{1}{4}$ Ellen; wie

viel im Ganzen? — 6) $\frac{1}{4}$ Ctr. zu $12\frac{1}{2}$ fl.; wie hoch kommt der Ctr.? — 7) $\frac{3}{4}$ Eimer kosten 74 fl. 48 kr.; was kostet $\frac{1}{4}$ Eimer? 8) Für $1\frac{3}{4}$ fl. fahre ich auf der Eisenbahn 12 Stunden weit; wie weit für $5\frac{1}{4}$ fl.? ($3 \times 12 = 36$ St.)

Halbe, Drittel, Viertel.

Hier theile ich ein Ganzes (1 Stäbchen oder einen Streifen Papier) in 2 gleiche Theile. Welcher von euch ist im Stande, aus diesen **2** Theilen **3** gleiche Theile zu machen? (Es wird versucht, aber es geht nicht; denn theilt man nur 1 Halbes in 2 gleiche Theile, so werden aus den 2 Halben 3 ungleiche Theile, und theilt man jedes Halbe in 2 gleiche, so entstehen nicht 3, sondern 4 gleiche Theile.) Ist also einmal das Ganze in 2 gleiche Theile getheilt, so kann man es nicht mehr in 3 gleiche Theile theilen. Halbe lassen sich nicht in Drittel verwandeln.

Nun theile ich 1 Ganzes wieder in 2 gleiche Theile. Wer macht 4 gleiche Theile daraus? (Von einem der Schüler wird es gethan.) Aus 2 gleichen Theilen lassen sich also 4 gleiche Theile machen, Halbe lassen sich in Viertel verwandeln.



$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}; \; \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

Fragen: Was ist mehr: $\frac{1}{2}$ oder $\frac{2}{4}$? Was kann ich daher setzen für $\frac{1}{2}$? und was kann ich setzen für $\frac{2}{4}$? Nun könnt ihr auch folgende Aufgaben rechnen.

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ $\quad \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$ $\quad \frac{1}{4} : \frac{1}{2} = \frac{1}{4} : \frac{2}{4} = $ 2mal.

$\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$ $\quad \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ $\quad \frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \frac{2}{4} : \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$mal.

Wie groß ist der Unterschied zwischen $\frac{1}{4}$ u. $\frac{1}{2}$? $\frac{1}{2}$ u. $\frac{3}{4}$?

Der wie vielte Theil ist $\frac{1}{4}$ von $\frac{1}{2}$?

Das Wievielfache ist $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{4}$?

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = ?$$

(Mit Anschauung an obiger Linie.)

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ ist so viel als die Hälfte von $\frac{1}{2}$. Die Hälfte von $\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$; also 2c.

$\frac{1}{4}$ Pfd. Kaffee zu 12 kr. 2 pf.; wie theuer ist $\frac{1}{2}$ Pfd.?

$\frac{1}{2}$ Ctr. Mehl zu 3 fl. 45 kr.; was kostet $\frac{1}{4}$ Ctr.?

Was ist mehr: $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$? $\frac{2}{3}$ oder $\frac{2}{4}$? $\frac{2}{3}$ oder $\frac{3}{4}$?

Daß $\frac{1}{3}$ größer ist, als $\frac{1}{4}$, und daß eben darum auch $\frac{2}{3}$ größer sind, als $\frac{2}{4}$, liegt nahe. Eine nähere Betrachtung verlangt die dritte Frage. Daß $\frac{3}{4}$ mehr betragen als $\frac{2}{3}$ wird erkannt: a) an zwei gleichgroßen Linien, wovon die eine in 3, die andere in 4 gleiche Theile getheilt ist; b) an $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ von einer Zahl,

welche durch 3 und 4 zugleich theilbar ist, z. B. von 12; $^{2}/_{3}$ von 12 = 8, $^{3}/_{4}$ von 12 = 9; c) indem man ins Auge faßt, daß zu $^{2}/_{3}$ noch $^{1}/_{3}$, zu $^{3}/_{4}$ aber nur noch $^{1}/_{4}$ auf ein Ganzes fehlt; denn hieraus folgt, daß der Bruch $^{3}/_{4}$ dem Ganzen näher steht, als der Bruch $^{2}/_{3}$ und demnach größer ist, als $^{2}/_{3}$.

Fünftel.

|— $^{1}/_{5}$ —|— $^{1}/_{5}$ —|— $^{1}/_{5}$ —|— $^{1}/_{5}$ —|— $^{1}/_{5}$ —|

Was für Theile entstehen, wenn man 1 Ganzes in 5 gleiche Theile theilt? — Wie erhalte ich also $^{1}/_{5}$ von 1 Ganzen? Wie $^{2}/_{5}$? $^{3}/_{5}$? $^{4}/_{5}$? — Sucht auf diese Weise $^{2}/_{5}$ von 1 fl., $^{3}/_{5}$ von 1 Thlr., $^{4}/_{5}$ von 1 Ctr.!

$^{2}/_{5} + {^{1}/_{5}}$	$^{4}/_{5} - {^{2}/_{5}}$	$3 \times {^{1}/_{5}}$	$^{1}/_{5} : {^{3}/_{5}}$	$^{1}/_{5} : {^{1}/_{5}}$
$^{3}/_{5} + {^{1}/_{5}}$	$^{3}/_{5} - {^{2}/_{5}}$	$2 \times {^{2}/_{5}}$	$^{2}/_{5} : {^{2}/_{5}}$	$^{2}/_{5} : {^{2}/_{5}}$
$^{2}/_{5} + {^{3}/_{5}}$	$1 - {^{3}/_{5}}$	$^{1}/_{5} \times 1$	$^{2}/_{5} : {^{4}/_{5}}$	$^{4}/_{5} : {^{2}/_{5}}$

---

a. Das Verwandeln ganzer Zahlen in 5tel und umgekehrt.

b. $8 + 5^{1}/_{5}$	$5^{4}/_{5} - {^{3}/_{5}}$	$3 - {^{2}/_{5}} = 2^{3}/_{5}$.
$9^{3}/_{5} + 4$	$10^{1}/_{5} - 7$	$8 - 4^{1}/_{5} = 3^{4}/_{5}$.
$12^{4}/_{5} + 7^{2}/_{5}$	$12^{3}/_{5} - 4^{1}/_{5}$	$11^{1}/_{4} - {^{4}/_{5}} = 10^{2}/_{5}$.

c. $8 \times {^{4}/_{5}}$	$^{1}/_{5} \times 6$	$2^{1}/_{5} \times 10$	$^{2}/_{5} : 8$	$^{3}/_{5} : 2^{2}/_{5}$
$6 \times 7^{3}/_{5}$	$^{3}/_{5} \times 6$	$4^{2}/_{5} \times 10$	$^{4}/_{5} : 12$	$1^{1}/_{5} : 6$.

1) Wie viel beträgt der Unterschied zwischen $^{3}/_{5}$ und 1? zwischen 1 und $^{2}/_{5}$? — 2) Was für ein Theil ist $^{1}/_{5}$ von $^{2}/_{5}$? von $^{3}/_{5}$? von $^{4}/_{5}$? von 1? von 4? — 3) Das Wievielfache sind $^{2}/_{5}$ von $^{1}/_{5}$? $^{4}/_{5}$ von $^{2}/_{5}$? $1^{1}/_{5}$ von $^{3}/_{5}$? — 4) Suche die Hälfte von $4^{4}/_{5}$! den dritten Theil von $6^{3}/_{5}$! den 4. Theil von $10^{2}/_{5}$! ($10^{2}/_{5} = 8 + 2^{2}/_{5} = 8 + {^{12}/_{5}}$; $^{1}/_{4}$ von $8^{12}/_{5} = 2^{3}/_{5}$.) — 5) Ich nehme $4^{2}/_{5}$ fl. und $8^{4}/_{5}$ fl. ein und gebe $10^{3}/_{5}$ fl. davon aus; wie viel bleibt mir übrig? 6) $^{1}/_{5}$ Ctr. kostet $3^{4}/_{5}$ fl., was kosten $1^{1}/_{5}$ Ctr? — 7) $^{4}/_{5}$ Rs. Papier zu 3 fl. 48 kr.; was kostet $^{1}/_{5}$ Rs.? — 8) Wie oft sind 24 kr. oder $^{2}/_{5}$ fl. in 100 fl. enthalten?

Halbe, Drittel, Viertel und Fünftel.

Ich theile dieses Stäbchen in 2 gleiche Theile. Wer von euch macht aus diesen zwei Theilen fünf gleiche Theile?

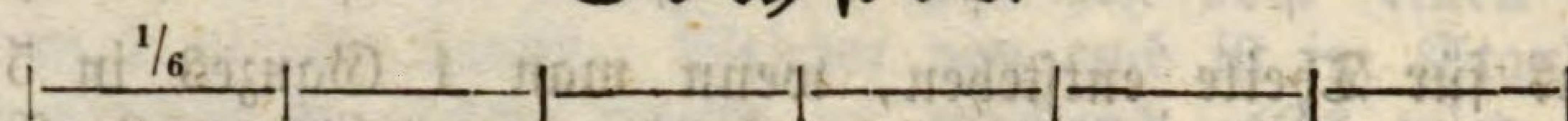
Theilt man jedes Halbe in zwei gleiche Theile, so werden aus den 2 Halben 2 × 2 oder 4 Theile, also Viertel. Theilt man aber jedes Halbe in 3 gleiche

Theile; so werden aus den 2 Halben 2 × 3 Theile oder 6 Theile, also Sechstel. Halbe lassen sich daher zwar in 4tel und in 6tel verwandeln, aber nicht in 5tel.

Auf dieselbe Weise muß der Schüler erkennen, daß sich auch Drittel und Viertel nicht in Fünftel verwandeln lassen.

Was ist mehr: $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{5}$? $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{5}$? $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{5}$?
$\frac{2}{3}$ oder $\frac{2}{5}$? $\frac{3}{4}$ oder $\frac{4}{5}$?

Sechstel.



Was für Theile entstehen, wenn man 1 Ganzes in 6 gleiche Theile theilt? Zeige mir an dieser Linie $\frac{1}{6}$! $\frac{2}{6}$! 2c. — Wie erhalte ich $\frac{1}{6}$ von 1 Ganzen? Wie $\frac{2}{6}$? 2c. — Suche auf diese Weise $\frac{5}{6}$ von 1 Buch Papier, von 1 fl., von 1 Thlr.

$\frac{1}{6} + \frac{1}{6}$	$1 - \frac{1}{6}$	$3 \times \frac{1}{6}$	$\frac{2}{6} : \frac{4}{6}$	$\frac{2}{6} : \frac{2}{6}$
$\frac{2}{6} + \frac{1}{6}$	$\frac{5}{6} - \frac{1}{6}$	$2 \times \frac{2}{6}$	$\frac{2}{6} : 1$	$\frac{2}{6} : \frac{1}{6}$
$\frac{3}{6} + \frac{2}{6}$	$\frac{4}{6} - \frac{2}{6}$	$\frac{1}{6} \times 1$	$\frac{3}{6} : \frac{3}{6}$	$\frac{4}{6} : \frac{4}{6}$
$\frac{3}{6} + \frac{3}{6}$	$1 - \frac{5}{6}$	$\frac{5}{6} \times 1$	$\frac{3}{6} : 1$	$\frac{4}{6} : \frac{2}{6}$

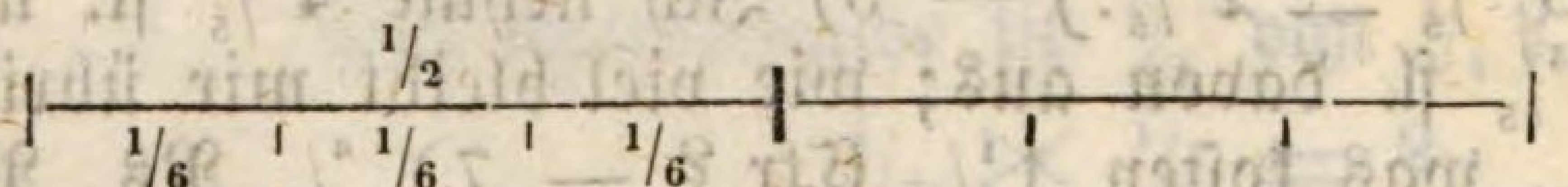
Der wie vielte Theil ist
$\frac{1}{6}$ von $\frac{5}{6}$? $\frac{1}{6}$ von 1?
$\frac{2}{6}$ von $\frac{4}{6}$? $\frac{2}{6}$ von 1?

Das Wievielfache ist
$\frac{5}{6}$ von $\frac{1}{6}$? 1 von $\frac{1}{6}$?
$\frac{4}{6}$ von $\frac{2}{6}$? 1 von $\frac{2}{6}$?

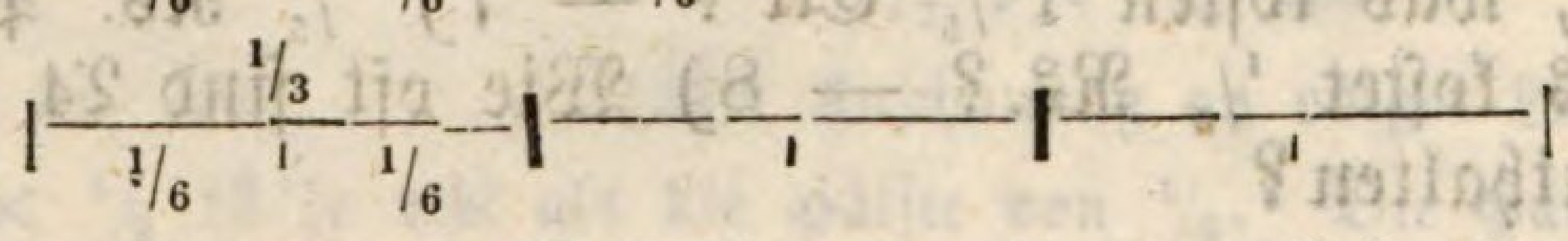
Das Verwandeln ganzer Zahlen in Sechstel und umgekehrt.

Halbe, Drittel, Viertel, Fünftel und Sechstel.

a) Man theilt ein Ganzes (1 Stäbchen, 1 Papierstreifen) in zwei gleiche Theile, ein anderes in 3 gleiche Theile, wieder eines in 4 gleiche Theile und noch eines in 5 gleiche Theile; die Schüler aber untersuchen in jedem einzelnen Falle, ob die entstandenen Theile in Sechstel verwandelt werden können, oder nicht. — Das Resultat ist: Halbe und Drittel lassen sich zu Sechsteln machen, Viertel und Fünftel nicht.



$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$; $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.



$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$; $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$; $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Fragen: Was ist mehr: $\frac{3}{6}$ oder $\frac{1}{2}$? $\frac{1}{3}$ oder $\frac{2}{6}$? $\frac{4}{6}$ oder $\frac{2}{3}$? — Was kann ich also setzen für $\frac{1}{2}$? für $\frac{1}{3}$? für $\frac{2}{3}$? für $\frac{3}{6}$? für $\frac{2}{6}$? für $\frac{4}{6}$?

Nun könnt ihr auch folgende Aufgaben rechnen:

b)	$\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{6}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$	$\frac{1}{6} : \frac{1}{3}$
	$\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$	$\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$	$\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$	$\frac{1}{6} : \frac{1}{2}$
	$\frac{5}{6} + \frac{1}{2}$	$\frac{5}{6} - \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$
	$\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$	$\frac{5}{6} - \frac{2}{3}$	$\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} : \frac{1}{6}$

c) Der wie vielte Theil ist $^1/_6$ von $^1/_3$? $^1/_6$ von $^1/_2$? Wie viel mal so groß ist $^1/_3$ als $^1/_6$? $^1/_2$ als $^1/_6$?

d) Wie viel ist $^1/_3 \times {^1/_2}$? $^2/_3 \times {^1/_2}$? $^1/_2 \times {^1/_3}$? $^1/_2 \times {^2/_3}$?

Mit Anschauung an übenstehenden Linien.

$^1/_3 \times {^1/_2}$ oder 1 Drittel von $^1/_2 = {^1/_6}$

$^2/_3 \times {^1/_2}$ oder 2 Drittel von $^1/_2 = 2 \times {^1/_6} = {^2/_6}$ oder $^1/_3$.

$^1/_2 \times {^1/_3}$ oder die Hälfte von $^1/_3 = {^1/_6}$.

$^1/_2 \times {^2/_3}$ oder die Hälfte von $^2/_3 = {^1/_3}$.

1) Um wie viel ist $^1/_3$ größer, als $^1/_6$? — 2) Um wie viel ist $^1/_6$ kleiner, als $^1/_3$? — 3) Um wie viel unterscheiden sich $^1/_3$ und $^1/_2$ von einander? — 4) $^1/_2$ Pfd. Zucker zu 12 kr.; was kostet $^1/_3$ Pfd.? (Man geht von $^1/_2$ Pfd. auf 1 Pfd. und von 1 Pfd. auf $^1/_3$ Pfund, oder man geht von $^1/_2$ Pfd. auf $^1/_6$ Pfd. und von $^1/_6$ Pfd. auf $^1/_3$ Pfd.) — 5) Wie viel ist $^1/_2$ fl. + $^2/_3$ fl.? — 6) Von $^5/_6$ Ellen werden $^2/_3$ Ellen abgeschnitten, wie viel bleibt?

Siebentel.

|— $^1/_7$ —|———|———|———|———|———|———|

Was für Theile entstehen, wenn man 1 Ganzes in 7 gleiche Theile theilt? Zeige du mir an dieser Linie $^1/_7$! $^2/_7$! 2c. — Wie erhalte ich $^1/_7$ von 1 Ganzen? Wie $^2/_7$? $^3/_7$? 2c. — Suche auf diese Weise $^3/_7$ von 1 Woche!

$^1/_7 + {^1/_7}$	$^6/_7 - {^3/_7}$	$2 \times {^1/_7}$	$^1/_7 : 1$	$^4/_7 : {^4/_7}$
$^3/_7 + {^2/_7}$	$^5/_7 - {^4/_7}$	$5 \times {^1/_7}$	$^2/_7 : {^4/_7}$	$^4/_7 : {^2/_7}$
$^2/_7 + {^4/_7}$	$1 - {^1/_7}$	$^1/_7 \times 1$	$^2/_7 : {^6/_7}$	$^6/_7 : {^6/_7}$
$^4/_7 + {^3/_7}$	$1 - {^5/_7}$	$^4/_7 \times 1$	$^3/_7 : {^6/_7}$	$^6/_7 : {^2/_7}$

Der wie vielte Theil ist $^1/_7$ von 1? $^2/_7$ von $^4/_7$? $^2/_7$ von $^6/_7$? $^3/_7$ von $^6/_7$?

Das Wievielfache ist 1 von $^1/_7$? $^4/_7$ von $^2/_7$? $^6/_7$ von $^2/_7$? $^6/_7$ von $^3/_7$?

---

a) Das Verwandeln ganzer Zahlen in 7tel und umgekehrt.

b)

$8 + 3\,^2/_7$	$5\,^6/_7 - {^4/_7}$	$12 - 4\,^3/_7$	$8 \times 4\,^5/_7$
$5\,^3/_7 + 4$	$11\,^2/_7 - 5$	$8\,^1/_7 - {^3/_7}$	$^1/_7 \times 5$
$10\,^4/_7 + 2\,^6/_7$	$20\,^5/_7 - 8\,^2/_7$	$6\,^2/_7 - 4\,^5/_7$	$^4/_7 \times 5$

c)

$^1/_7 : 1$	$^3/_7 : 1\,^2/_7$	$^1/_3$ von $1\,^5/_7$	$^1/_2$ von $9\,^4/_7$
$^1/_7 : 5$	$1\,^1/_7 : 3\,^3/_7$	$^1/_4$ von $2\,^6/_7$	$^1/_5$ von $13\,^4/_7$

Halbe, Drittel, Viertel, Fünftel, Sechstel und Siebentel.

a) Wir untersuchen, ob sich Halbe, Drittel 2c. in Siebentel verwandeln lassen, oder nicht. — Ein Ganzes

hat 2 Halbe. Theilt man jedes Halbe in 2 gleiche Theile, so entstehen 2 × 2 oder 4 gleiche Theile, also Viertel; theilt man jedes Halbe in 3 gleiche Theile, so entstehen 2 × 3 oder 6 gleiche Theile, also Sechstel; und theilt man jedes Halbe in 4 gleiche Theile, so entstehen 2 × 4 oder 8 gleiche Theile, also Achtel. Halbe lassen sich also zwar in Viertel, in Sechstel und in Achtel verwandeln, aber weder in Drittel, noch in Fünftel, noch in Siebentel.

Eben so mit den Dritteln, Vierteln, Fünfteln und Sechsteln. — Resultat!

b) Was ist mehr:

$^1/_3$ oder $^1/_7$?	$^1/_4$ oder $^1/_7$?	$^1/_5$ oder $^1/_7$?	$^1/_6$ oder $^1/_7$?
$^2/_3$ oder $^2/_7$?	$^3/_4$ oder $^3/_7$?	$^4/_5$ oder $^4/_7$?	$^5/_6$ oder $^6/_7$?

Achtel.

$^1/_8$
|——|——|——|——|——|——|——|——|

Was für Theile entstehen, wenn man ein Ganzes in 8 gleiche Theile theilt? Welches Stück von dieser Linie ist $^1/_8$ derselben? Zeige mir $^3/_8$! $^5/_8$! ꝛc. — Wie erhalte ich also $^1/_8$ von 1 Ganzen? Wie $^3/_8$? $^5/_8$? $^7/_8$? — Wie viel betragen $^3/_8$ von 1 Buch Papier? $^5/_8$ von 1 Pfund? $^7/_8$ von 1 Eimer?

$^1/_8 + ^1/_8$	$^2/_8 - ^1/_3$	$4 \times ^1/_8$	$^1/_8 : 1$	$^5/_8 : ^5/_8$
$^5/_8 + ^1/_8$	$^7/_8 - ^2/_8$	$8 \times ^1/_8$	$^2/_3 : ^6/_8$	$^5/_8 : ^1/_8$
$^3/_8 + ^2/_8$	$1 - ^3/_8$	$^1/_8 \times 1$	$^3/_8 : ^6/_8$	$^6/_8 : ^6/_8$
$^4/_8 + ^4/_8$	$1 - ^7/_8$	$^5/_8 \times 1$	$^4/_8 : 1$	$^6/_8 : ^3/_8$

Der wie vielte Theil ist		Das Wievielfache ist	
$^1/_8$ von $^5/_8$?	$^1/_8$ von 1?	1 von $^1/_8$?	1 von $^2/_8$?
$^2/_8$ von $^6/_8$?	$^2/_8$ von 1?	1 von $^4/_8$?	$^4/_8$ von $^2/_8$?
$^3/_8$ von $^6/_8$?	$^4/_8$ von 1?	$^6/_8$ von $^2/_8$?	$^6/_8$ von $^3/_8$?

Das Verwandeln ganzer Zahlen in Achtel und umgekehrt.

Halbe, Viertel (3tel, 5tel, 6tel, 7tel) und Achtel.

a) Zuerst wird untersucht, welche Theile sich in Achtel verwandeln lassen, und welche nicht. Wie man dabei zu Werk geht, ist bekannt. Ein Schüler übernimmt die Halben, ein anderer die 3tel ꝛc.

$^1/_2$
|—$^1/_8$—$^1/_8$—$^1/_8$—$^1/_8$—|——————|

$^1/_2 = ^4/_8$; $^4/_8 = ^1/_2$

$^1/_4$
|—$^1/_8$—$^1/_8$—|————|————|————|

$^1/_4 = ^2/_8$; $^2/_8 = ^1/_4$

$^3/_4 = ^6/_8$; $^6/_8 = ^3/_4$

Fragen: Was ist mehr: $\frac{1}{2}$ oder $\frac{4}{8}$? $\frac{2}{8}$ oder $\frac{1}{4}$? $\frac{3}{4}$ oder $\frac{6}{8}$? Was kann ich daher setzen für $\frac{1}{2}$? für $\frac{4}{8}$? für $\frac{1}{4}$? für $\frac{6}{8}$?

b)	$\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$	$\frac{7}{8} + \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} - \frac{3}{8}$	$\frac{5}{8} - \frac{1}{2}$	$\frac{1}{8} : \frac{1}{4}$
	$\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$	$\frac{1}{2} + \frac{5}{8}$	$\frac{1}{4} - \frac{1}{8}$	$\frac{3}{8} - \frac{1}{4}$	$\frac{1}{8} : \frac{1}{2}$
	$\frac{3}{8} + \frac{3}{4}$	$\frac{3}{4} + \frac{7}{8}$	$\frac{3}{4} - \frac{3}{8}$	$\frac{7}{8} - \frac{3}{4}$	$\frac{3}{8} : \frac{3}{4}$

c) Der wie vielte Theil ist $\frac{1}{8}$ von $\frac{1}{2}$? $\frac{1}{8}$ von $\frac{1}{4}$?

Das Wievielfache ist $\frac{1}{4}$ von $\frac{1}{8}$? $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{8}$?

d) Wie viel ist $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$? $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$? $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$? $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$?

Mit Anschauung an übenstehenden Linien.

$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$ oder 1 Viertel von $\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$;

$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ oder 3 Viertel von $\frac{1}{2} = 3 \times \frac{1}{8}$ oder $\frac{3}{8}$;

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ od. die Hälfte von $\frac{1}{4} = \frac{1}{8}$;

$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$ od. die Hälfte von $\frac{3}{4} = 3 \times \frac{1}{8}$ oder $\frac{3}{8}$.

1) Wie viel beträgt der Unterschied zwischen $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{8}$? zwischen $\frac{3}{8}$ und $\frac{3}{4}$? zwischen $\frac{1}{2}$ und $\frac{5}{8}$? — 2) Für $\frac{1}{8}$ fl. erhalte ich 3 Loth; wie viel für $\frac{1}{2}$ fl.? — 3) $\frac{1}{4}$ Eimer zu 5 fl. 15 kr.; was kostet $\frac{1}{8}$ Eimer? — 4) $\frac{1}{2}$ Centner kostet 22 fl. 48 kr.; wie hoch kommt $\frac{1}{8}$ Centner? ꝛc.

Neuntel.

$\frac{1}{9}$

|——|——|——|——|——|——|——|——|——|

In wie viele gleiche Theile habe ich das Ganze getheilt? Was für Theile sind es daher? Zeige $\frac{1}{9}$! $\frac{2}{9}$! ꝛc. — Wie erhält man also $\frac{1}{9}$ von 1 Ganzen? Wie $\frac{3}{9}$? $\frac{5}{9}$? ꝛc. —

$\frac{3}{9} + \frac{2}{9}$	$\frac{8}{9} - \frac{1}{9}$	$4 \times \frac{1}{9}$	$\frac{1}{9} : 1$	$\frac{4}{9} : \frac{4}{9}$
$\frac{5}{9} + \frac{3}{9}$	$\frac{7}{9} - \frac{5}{9}$	$8 \times \frac{1}{9}$	$\frac{2}{9} : \frac{8}{9}$	$\frac{4}{9} : \frac{1}{9}$
$\frac{4}{9} + \frac{4}{9}$	$1 - \frac{1}{9}$	$\frac{1}{9} \times 1$	$\frac{4}{9} : \frac{8}{9}$	$\frac{8}{9} : \frac{8}{9}$
$\frac{3}{9} + \frac{6}{9}$	$1 - \frac{4}{9}$	$\frac{7}{9} \times 1$	$\frac{3}{9} : 1$	$\frac{8}{9} : \frac{4}{9}$

Der wie vielte Theil sind $\frac{2}{9}$ von $\frac{4}{9}$? $\frac{2}{9}$ von $\frac{6}{9}$? $\frac{3}{9}$ von $\frac{6}{9}$? $\frac{3}{9}$ von 1?

Das Wievielfache sind $\frac{8}{9}$ von $\frac{4}{9}$? $\frac{8}{9}$ von $\frac{2}{8}$? $\frac{6}{9}$ von $\frac{3}{9}$? $\frac{6}{9}$ von $\frac{2}{9}$?

---

a. Das Verwandeln ganzer Zahlen in 9tel und umgekehrt.

b.	$\frac{7}{9} + \frac{8}{9}$	$\frac{8}{9} - \frac{5}{9}$	$12 - \frac{8}{9}$	$5 \times \frac{3}{9}$
	$4 + 5\frac{1}{9}$	$5\frac{4}{9} - \frac{2}{9}$	$15 - 6\frac{2}{9}$	$9 \times 3\frac{7}{9}$
	$8\frac{4}{9} + 6$	$9\frac{5}{9} - 7$	$16\frac{2}{9} - \frac{7}{9}$	$\frac{1}{9} \times 8$
	$7\frac{5}{9} + 1\frac{7}{9}$	$20\frac{8}{9} - 6\frac{4}{9}$	$18\frac{4}{9} - 8\frac{5}{9}$	$\frac{5}{9} \times 8$

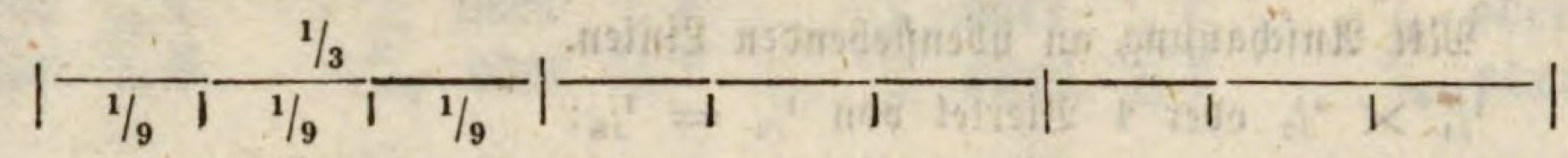
c. $\frac{2}{9} : 1$ $\frac{4}{9} : 2\frac{2}{9}$ $\frac{1}{3}$ von $1\frac{6}{9}$ $\frac{1}{4}$ von $5\frac{7}{9}$
$\frac{1}{9} : 8$ $1\frac{1}{9} : 4\frac{4}{9}$ $\frac{1}{8}$ von $3\frac{5}{9}$ $\frac{1}{5}$ von $12\frac{2}{9}$.

Halbe, Drittel ꝛc. und Neuntel.

a. Die Schüler untersuchen, ob Halbe, Drittel, Viertel ꝛc. in Neuntel verwandelt werden können, oder nicht.

Resultat:

3tel lassen sich in 9tel verwandeln, Halbe, 4tel, 5tel ꝛc. nicht.



$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$; $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.
$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$; $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

Was kann man setzen für $\frac{1}{3}$? für $\frac{2}{3}$? für $\frac{6}{9}$? für $\frac{3}{9}$?

b. $\frac{1}{3} + \frac{1}{9}$ $\frac{1}{3} - \frac{1}{9}$ $\frac{2}{3} - \frac{5}{9}$ $\frac{1}{9} : \frac{1}{3}$
$\frac{7}{9} + \frac{2}{3}$ $\frac{5}{9} - \frac{1}{3}$ $\frac{8}{9} - \frac{2}{3}$ $\frac{2}{9} : \frac{2}{3}$.

c. $\frac{1}{9}$ ist der dritte Theil von $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{3}$ ist das 3fache von $\frac{1}{9}$.

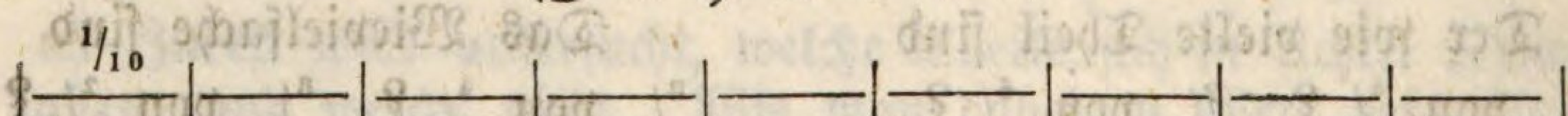
d. Wie viel ist $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$? $\frac{1}{3} \times \frac{2}{3}$? $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3}$? $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$?

Mit Anschauung an vorstehender Linie.

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{3} = \frac{1}{9}$;
$\frac{1}{3} \times \frac{2}{3}$ oder $\frac{1}{3}$ aus $\frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{9}$ oder $\frac{2}{9}$;
$\frac{2}{3} \times \frac{1}{3}$ oder $\frac{2}{3}$ aus $\frac{1}{3} = \frac{2}{9}$.
$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$ oder $\frac{2}{3}$ aus $\frac{2}{3} = 2 \times \frac{2}{9}$ oder $\frac{4}{9}$.

1) Wie groß ist der Unterschied zwischen $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{9}$? zwischen $\frac{7}{9}$ und $\frac{2}{3}$? — 2) Das Drittel einer Summe Geldes ist 270 fl.; wie viel beträgt $\frac{1}{9}$ derselben? — 3) Man hat von einer Zahl den 9ten Theil genommen und 75 erhalten; wie viel würde man erhalten haben, wenn man $\frac{1}{3}$ von derselben genommen hätte? —

Zehntel.



In wie viele gleiche Theile ist das Ganze hier getheilt? Was für Theile sind es daher? Zeige mir $\frac{1}{10}$! $\frac{2}{10}$! $\frac{3}{10}$! ꝛc. — Wie erhält man also $\frac{1}{10}$ von 1 Ganzen? Wie $\frac{4}{10}$? $\frac{7}{10}$? — Suche auf diese Weise $\frac{1}{10}$ von 1 fl.! $\frac{3}{10}$ von 1 Thlr.! $\frac{9}{10}$ von 1 Ctr.!

$\frac{4}{10} + \frac{3}{10}$ $\frac{9}{10} - \frac{5}{10}$ $3 \times \frac{1}{10}$ $\frac{1}{10} : 1$ $\frac{9}{10} : \frac{9}{10}$
$\frac{5}{10} + \frac{4}{10}$ $\frac{8}{10} - \frac{3}{10}$ $10 \times \frac{1}{10}$ $\frac{3}{10} : \frac{9}{10}$ $\frac{9}{10} : \frac{3}{10}$
$\frac{2}{10} + \frac{6}{10}$ $1 - \frac{7}{10}$ $\frac{1}{10} \times 1$ $\frac{4}{10} : \frac{8}{10}$ $\frac{8}{10} : \frac{8}{10}$
$\frac{5}{10} + \frac{5}{10}$ $1 - \frac{1}{10}$ $\frac{7}{10} \times 1$ $\frac{2}{10} : 1$ $\frac{8}{10} : \frac{2}{10}$.

Wie viel beträgt der Unterschied zwischen

$^3/_{10}$ u. $^5/_{10}$? $^9/_{10}$ u. $^2/_{10}$? 1 u. $^5/_{10}$?
$^7/_{10}$ u. $^4/_{10}$? $^8/_{10}$ u. 1? $^6/_{10}$ u. $^1/_{10}$?

Der wie vielte Theil ist

$^1/_{10}$ von $^3/_{10}$? $^1/_{10}$ von 1?
$^2/_{10}$ von $^6/_{10}$? $^2/_{10}$ von 1?
$^3/_{10}$ von $^9/_{10}$? $^5/_{10}$ von 1?

Das Wievielfache ist

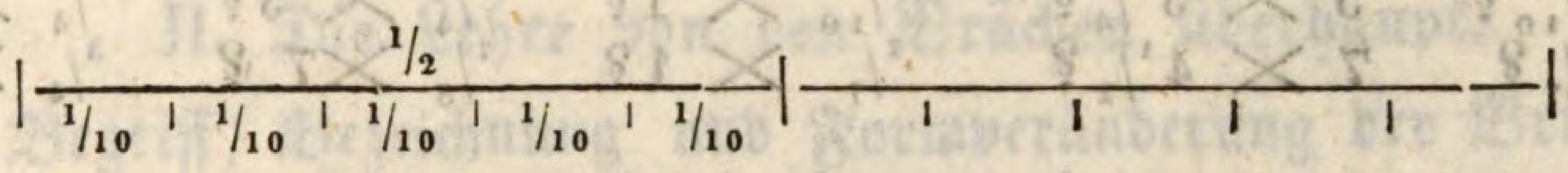
1 G. von $^1/_{10}$? 1 von $^2/_{10}$?
1 G. von $^5/_{10}$? $^6/_{10}$ von $^2/_{10}$?
$^8/_{10}$ von $^2/_{10}$? $^9/_{10}$ von $^3/_{10}$?

Das Verwandeln ganzer Zahlen in 10tel und umgekehrt.

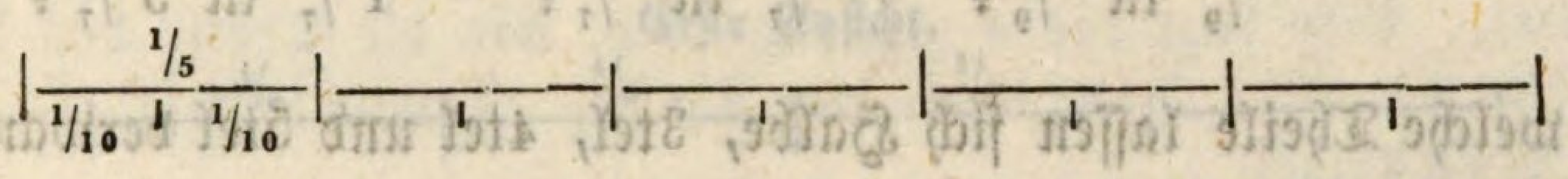
Halbe, Drittel, Viertel rc. und Zehntel.

a. Zuerst wird auf die bekannte Weise untersucht, welche Theile in 10tel verwandelt werden können, und welche nicht.

Halbe und Fünftel lassen sich in 10tel verwandeln, die übrigen Theile nicht.



$^1/_2 = {^5/_{10}}$, $^5/_{10} = {^1/_2}$.



$^1/_5 = {^2/_{10}}$, $^2/_5 = 2 \times {^2/_{10}}$ oder $^4/_{10}$; $^4/_{10} = {^2/_5}$.
$^3/_5 = 3 \times {^2/_{10}}$ oder $^6/_{10}$; $^6/_{10} = {^3/_5}$.
$^4/_5 = 4 \times {^2/_{10}}$ oder $^8/_{10}$; $^8/_{20} = {^4/_5}$.

Was kann man setzen für $^1/_2$? für $^1/_5$? für $^4/_5$? für $^2/_5$? rc.
für $^5/_{10}$? für $^2/_{10}$ oder $^6/_{10}$? für $^4/_{10}$? rc.

b. $^1/_2 + {^1/_{10}}$ $^1/_2 + {^1/_5}$ $^1/_2 - {^1/_{10}}$ $^1/_2 - {^1/_5}$ $^1/_{10} : {^1/_5}$
$^3/_{10} + {^1/_2}$ $^2/_5 + {^1/_2}$ $^7/_{10} - {^1/_2}$ $^3/_5 - {^1/_2}$ $^1/_{10} : {^1/_2}$
$^1/_5 + {^1/_{10}}$ $^1/_2 + {^3/_5}$ $^1/_5 - {^1/_{10}}$ $^1/_2 - {^2/_5}$ $^3/_{10} : {^3/_5}$
$^7/_{10} + {^1/_5}$ $^4/_5 + {^1/_2}$ $^3/_{10} - {^1/_5}$ $^4/_5 - {^1/_2}$ $^2/_{10} : {^4/_5}$.

c. Der wie vielte Theil ist
$^1/_{10}$ von $^1/_5$? $^1/_{10}$ von $^1/_2$?

Wie viel mal so groß ist
$^1/_5$ als $^1/_{10}$? $^1/_2$ als $^1/_{10}$?

d. Wie viel ist $^1/_5 \times {^1/_2}$? $^2/_5 \times {^1/_2}$? $^3/_5 \times {^1/_2}$? $^4/_5 \times {^1/_2}$?
$^1/_2 \times {^1/_5}$? $^1/_2 \times {^2/_5}$? $^1/_2 \times {^3/_5}$? $^1/_2 \times {^4/_5}$?

Angeschaut an vorstehenden Linien:

$^1/_5 \times {^1/_2}$ oder der 5. Theil von $^1/_2 = {^1/_{10}}$.
$^2/_5 \times {^1/_2}$ oder $2 \times$ der 5. Th. von $^1/_2 = 2 \times {^1/_{10}} = {^2/_{10}}$ rc.
$^1/_2 \times {^1/_5}$ oder die Hälfte von $^1/_5 = {^1/_{10}}$ rc.

1) Um wie viel unterscheiden sich $\frac{3}{10}$ und $\frac{3}{5}$ von einander? Um wie viel $\frac{1}{2}$ und $\frac{7}{10}$? $\frac{9}{10}$ u. $\frac{4}{5}$? $\frac{1}{5}$ u. $\frac{1}{2}$? — 2) Für $\frac{1}{10}$ fl. erhält man 3 Lth. 2 Qt.; wie viel für $\frac{1}{2}$ fl.? — 3) $\frac{1}{5}$ Ctr. kostet 7 fl. 36 kr.; was kostet $\frac{1}{10}$ Ctr.? — 4) In $\frac{1}{2}$ Monat verzehrt Jemand 18 fl. 30 kr., wie viel in $\frac{1}{5}$ Monat? —

---

1) Wie entstehen Halbe? Drittel? 8tel? 5tel? ꝛc. — 2) Wie erhalte ich von 1 Ganzen $\frac{3}{4}$? $\frac{5}{8}$? ꝛc. — 3) 5 Ganze, wie viele Halbe? 5tel? 8tel? 4tel? — 4) Verwandle $3\frac{1}{2}$ in Halbe? $3\frac{1}{3}$ in 3tel! $5\frac{1}{4}$ in 4tel! ꝛc. — 5) Wie viele Ganze geben $\frac{13}{2}$? $\frac{17}{3}$? $\frac{15}{4}$? ꝛc. — 6) Wie viel ist

$\frac{5}{7} + \frac{6}{7}$? $5 + 4\frac{3}{5}$? $2\frac{1}{5} + 6$? $12\frac{7}{10} + 9\frac{3}{10}$?
$\frac{8}{9} + \frac{7}{9}$? $7 + 9\frac{5}{8}$? $4\frac{3}{4} + 8$? $18\frac{7}{8} + 5\frac{5}{8}$?

$\frac{9}{10} - \frac{3}{10}$? $5\frac{1}{2} - 3$? $4 - \frac{3}{10}$? $12 - 4\frac{5}{7}$.
$\frac{7}{8} - \frac{4}{8}$? $9\frac{1}{5} - 5$? $8 - \frac{3}{8}$? $15\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$?

3mal $\frac{7}{10}$? $5 \times 3\frac{3}{4}$? $\frac{1}{10} \times 1$? $\frac{1}{4} \times 3$? $\frac{3}{4} \times 1$?
$8 \times \frac{5}{7}$? $7 \times 4\frac{1}{2}$? $\frac{1}{7} \times 1$? $\frac{1}{8} \times 7$? $\frac{3}{4} \times 4$?

7) Wie oft liegt $\frac{3}{7}$ in $\frac{6}{7}$? $\frac{8}{9}$ in $\frac{4}{9}$? $1\frac{1}{2}$ in $4\frac{1}{2}$?
$\frac{2}{9}$ in $\frac{8}{9}$? $\frac{6}{7}$ in $\frac{2}{7}$? $1\frac{5}{7}$ in $5\frac{1}{7}$?

8) In welche Theile lassen sich Halbe, 3tel, 4tel und 5tel verwandeln?
$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$. $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$. $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$. $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$. $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$.
$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ ꝛc. $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$. $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$. $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$. $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ ꝛc.

9) Wie viel ist
$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$? $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$? $\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$? $\frac{7}{8} + \frac{3}{4}$? $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$?
$\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$? $\frac{1}{3} + \frac{1}{9}$? $\frac{2}{3} + \frac{5}{9}$? $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$? $\frac{4}{5} + \frac{1}{2}$?

$\frac{1}{2} - \frac{1}{8}$? $\frac{1}{4} - \frac{1}{8}$? $\frac{5}{6} - \frac{1}{2}$? $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$?
$\frac{1}{2} - \frac{1}{6}$? $\frac{1}{5} - \frac{1}{10}$? $\frac{5}{6} - \frac{2}{3}$? $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$?

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$? $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$? $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$? $\frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$? $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$?
$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$? $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$? $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$? $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$? $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$?

10) Wie oft liegt
$\frac{1}{4}$ in $\frac{1}{2}$? $\frac{1}{8}$ in $\frac{1}{2}$? $\frac{1}{6}$ in $\frac{1}{3}$? $\frac{1}{4}$ in $\frac{1}{8}$?
$\frac{1}{6}$ in $\frac{1}{2}$? $\frac{1}{10}$ in $\frac{1}{2}$? $\frac{1}{9}$ in $\frac{1}{3}$? $\frac{1}{5}$ in $\frac{1}{10}$?

11) Der wie vielte Theil ist
$\frac{1}{6}$ von $\frac{1}{2}$? $\frac{1}{6}$ von $\frac{1}{3}$?
$\frac{1}{8}$ von $\frac{1}{4}$? $\frac{1}{8}$ von $\frac{1}{2}$?
$\frac{1}{10}$ von $\frac{1}{5}$? $\frac{1}{10}$ von $\frac{1}{2}$?

Wie viel mal so groß ist
$\frac{1}{2}$ als $\frac{1}{4}$? $\frac{1}{2}$ als $\frac{1}{8}$?
$\frac{1}{3}$ als $\frac{1}{9}$? $\frac{1}{3}$ als $\frac{1}{6}$?
$\frac{1}{2}$ als $\frac{1}{10}$? $\frac{1}{5}$ als $\frac{1}{10}$?

12) Für $^1/_6$ fl. erhalte ich 3 Loth 2 Qt.; wie viel für $^1/_3$ fl.? ɾc. — $^1/_2$ Ctr. Fleisch zu 8 fl. 45 kr.; wie hoch kommt $^1/_{10}$ Ctr. ɾc. In $^1/_2$ Jahr erspart sich ein Dienstknecht 7 fl. 30 kr.; wie viel in $^1/_3$ Jahr.

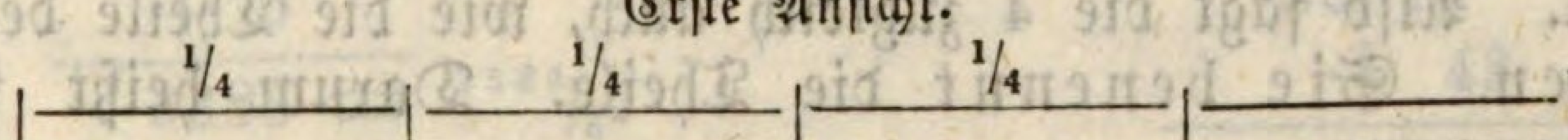
Der wichtigere Theil von der Bruchrechnung, der eigentliche Anschauungskursus, ist nun durchgearbeitet. Der Schüler weiß nun, wie aus der Grundeinheit aller Zahlen, aus der Eins, auch die verschiedenen Bruchtheile entstehen, er weiß, wie das Ganze und seine Theile, sowie die Theile selbst sich zu einander verhalten, und zugleich hat er von allen möglichen Operationen klare Begriffe gewonnen. Die Hauptsache aber ist, daß er Alles, was er kann und weiß, durch eigene Anschauung gelernt hat; denn das allein gibt Bürgschaft, daß er mit dem Ausdrucke und dem Zeichen die richtige Vorstellung von der Sache verbinde, und daß das Gelernte bleibendes Eigenthum seines Geistes sei. In der Folge werden wir eben darum selten noch Ursache haben, das Verständniß durch die Anschauung zu vermitteln; auch werden wir in einzelnen Fällen das Zifferrechnen ohne Weiteres eintreten lassen können.

II. Die Lehre von den Brüchen überhaupt.

A. Begriff, Bezeichnung und Formveränderung der Brüche.

1) Begriff der Brüche.

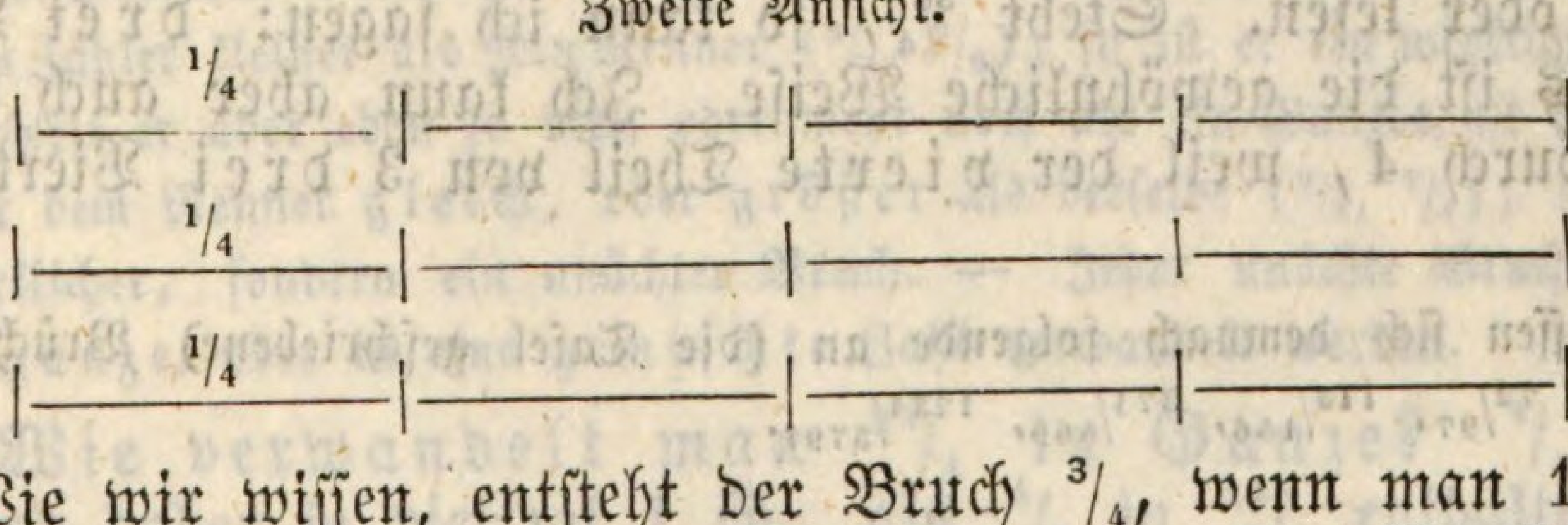
Erste Ansicht.



Theilt man ein Ganzes z. B. in 4 gleiche Theile und denkt sich einen Theil davon hinweg genommen oder weggebrochen, so wird derselbe ein Bruch genannt; hier heißt also der Bruch ein Viertel. Denkt man sich zwei Theile weggebrochen, so geben sie den Bruch zwei Viertel. Nimmt man drei Theile weg, so bilden sie den Bruch drei Viertel. Unter einem Bruche versteht man also einen oder mehrere gleiche Theile von irgend einem Ganzen.

Wie entsteht sonach der Bruch $^7/_{12}$? $^{15}/_{16}$? $^{13}/_{18}$? $^{17}/_{36}$?

Zweite Ansicht.



Wie wir wissen, entsteht der Bruch $^3/_4$, wenn man 1 G. in 4 gleiche Theile theilt und 3 derselben nimmt. Der Bruch $^3/_4$ kann aber noch auf eine zweite Weise entstehen. Wer weiß es? Ich theile von 3 Ganzen (von 3 Bogen Papier, 3 Stäbchen) jedes in 4 gleiche Theile und nehme mir jedesmal 1 Theil. Der Bruch $^3/_4$ kann also bedeuten:

a. daß von einem Ganzen der 4te Theil dreimal,

d. daß von drei Ganzen der 4te Theil einmal genommen sei.

Der Bruch $^4/_5$ kann bedeuten, daß von 1 G. der 5te Theil 4mal, oder daß von 4 G. der 5te Theil einmal genommen sei. Wer zeigt es an Linien? an Gulden? an Ctrn.?

Was kann also bedeuten der Bruch $^5/_6$? $^3/_7$? $^7/_{12}$? $^{15}/_{16}$? Welche Brüche nur können auf zweierlei Weise entstehen?

2) Bezeichnung der Brüche.

$\frac{3}{4}$ Zähler. / Nenner.

Zur Bezeichnung eines Bruches sind stets zwei Zahlen erforderlich, aus dem Grunde, weil der Werth derselben von Zweierlei abhängt. Der Werth eines Bruches hängt nämlich ab von der Größe seiner Theile und von der Anzahl seiner Theile. Wie groß seine Theile sind, kommt darauf an, in wie viele gleiche Theile ein Ganzes getheilt worden ist Das sagt uns bei dem Bruche $^3/_4$ die Ziffer 4. Ein Ganzes ist in 4 gleiche Theile zerlegt. Folglich beträgt jeder Theil den 4. Theil davon. Denkt man sich unter dem Ganzen einen Gulden, so ist jeder Theil = 15 kr.

Theilt man ein Ganzes in 4 gleiche Theile, so heißen die Theile 4tel. Also sagt die 4 zugleich auch, wie die Theile des Bruches heißen. Sie benennt die Theile. Darum heißt sie des Bruches Nenner.

Wie viele Theile der Bruch enthält, bezeichnet die Ziffer 3. Sie zählt die Theile des Bruches. Deßhalb heißt sie der Zähler.

Der Nenner zeigt demnach an, in wie viel gleiche Theile ein Ganzes getheilt ist, und hierdurch zugleich, wie groß die Theile sind und wie sie heißen. Der Zähler aber sagt, wie viele Theile der Bruch enthält.

Da ein Bruch, der mehr als 1 Theil enthält, auf zweierlei Weise entstanden sein kann; so kann man ihn auch auf zweierlei Weise aussprechen oder lesen. Steht $^3/_4$, so kann ich sagen: drei Viertel, und das ist die gewöhnliche Weise. Ich kann aber auch sagen: 3 getheilt durch 4, weil der vierte Theil von 3 drei Viertel beträgt.

Wie lassen sich demnach folgende an (die Tafel geschriebene) Brüche aussprechen: $^{17}/_{31}$, $^{72}/_{97}$, $^{113}/_{156}$, $^{371}/_{569}$, $^{1234}/_{3791}$.

3) Ganze Zahlen in Bruchform darzustellen.

Wie viele 13tel geben a) 8 Ganze? b) 375 Ganze?

Auflösung: Dreizehntel entstehen, wenn man 1 Ganzes in 13 gleiche Theile theilt. 1 Ganzes gibt daher $^{13}/_{13}$; 2 Ganze =

$2 \times {}^{13}/_{13}$; 8 Ganze $= 8 \times 13$ Dreizehntel und 375 Ganze $= 375 \times 13$ Dreizehntel.

Ausrechnung: a) 13 (Dreiz.) b) 375

a)	b)
13 (Dreiz.)	375
8	13
$104 = {}^{104}/_{13}$.	1125
	375
	$4875 = {}^{4875}/_{13}$.

Eben so wird gefunden, daß

$8 = {}^{192}/_{24}$.	$25 = {}^{225}/_{9}$.	$63 = {}^{756}/_{12}$.	$124 = {}^{15376}/_{124}$.
$5 = {}^{190}/_{38}$.	$56 = {}^{392}/_{7}$.	$71 = {}^{5184}/_{72}$.	$365 = {}^{87600}/_{240}$.
$9 = {}^{432}/_{48}$.	$84 = {}^{252}/_{3}$.	$96 = {}^{7776}/_{81}$.	$720 = {}^{259560}/_{360}$.

4) Gemischte Zahlen in Bruchform zu bringen oder einzurichten.

a) $563\,{}^{5}/_{6} = ?$ b) $8457\,{}^{43}/_{48} = ?$

Ausrechnung:

a)	kürzer:	b)
$563\,{}^{5}/_{6}$	$563\,{}^{5}/_{6}$	$8457\,{}^{43}/_{48}$
6	3383	48
3378	6	67656
+ 5		33828
$3383 = {}^{3383}/_{6}$.		+ 43
		$405979 = {}^{405979}/_{48}$.

$12\,{}^{5}/_{6} = {}^{77}/_{6}$.	$142\,{}^{14}/_{15} = {}^{2144}/_{15}$.	$793\,{}^{9}/_{10} = {}^{7939}/_{10}$.
$23\,{}^{6}/_{7} = {}^{167}/_{7}$.	$253\,{}^{15}/_{16} = {}^{4063}/_{16}$.	$1357\,{}^{9}/_{16} = {}^{21721}/_{16}$.
$46\,{}^{13}/_{18} = {}^{821}/_{18}$.	$472\,{}^{23}/_{24} = {}^{11351}/_{24}$.	$2468\,{}^{5}/_{9} = {}^{22217}/_{9}$.
$75\,{}^{11}/_{12} = {}^{911}/_{12}$.	$567\,{}^{31}/_{36} = {}^{20443}/_{36}$.	$3786\,{}^{125}/_{247} = {}^{935267}/_{247}$.

5) Unächte Brüche auf ganze oder gemischte Zahlen zurückzuführen.

Enthält ein Bruch nur einen oder mehrere Theile von dem Ganzen, ist also sein Zähler kleiner als sein Nenner (${}^{3}/_{4}$, ${}^{7}/_{9}$); so ist er ein wirklicher, ein ächter Bruch. Gilt er aber eben so viel, oder mehr noch als ein Ganzes, ist also sein Zähler entweder dem Nenner gleich, oder größer als derselbe (${}^{4}/_{4}$, ${}^{7}/_{4}$); so ist er nicht ein wirklicher, sondern ein unächter Bruch. — Jeder unächte Bruch kann in eine reine ganze, oder in eine gemischte Zahl verwandelt werden.

Wie verwandelt man ${}^{24}/_{4}$ in Ganze? ${}^{4}/_{4} = 1$ G.; ${}^{24}/_{4}$ sind daher so vielmal 1 G., als ${}^{4}/_{4}$ in ${}^{24}/_{4}$ enthalten sind. ${}^{4}/_{4}$ in ${}^{24}/_{4}$ oder 4 in $24 = 6$mal; also sind ${}^{24}/_{4} = 6 \times 1$ G. oder 6 G. — Wie viel Ganze sind ${}^{75}/_{8}$? ${}^{8}/_{8} = 1$ G.; so oft also ${}^{8}/_{8}$ in ${}^{75}/_{8}$ enthalten sind, so viel Ganze habe ich. ${}^{8}/_{8}$ sind in ${}^{75}/_{8}$ 9mal enthalten, und ${}^{3}/_{8}$ bleiben im Reste; mithin sind ${}^{75}/_{8} = 9\,{}^{3}/_{8}$

Aufgabe: $\frac{2483}{9}$, wie viele Ganze?

```
9 | 2483 | 275
    18
    --
     68
     63
     --
      53
      45
      --
       8
```

Also sind $\frac{2483}{9} = 275\,{}^{8}/_{9}$.

${}^{480}/_{4} = 120$	${}^{4728}/_{12} = 394.$	${}^{63758}/_{45} = 1416\,{}^{38}/_{45}.$
${}^{765}/_{5} = 153$	${}^{5792}/_{16} = 362.$	${}^{96423}/_{172} = 560\,{}^{103}/_{172}.$
${}^{1548}/_{6} = 258$	${}^{7285}/_{24} = 303\,{}^{13}/_{24}.$	${}^{100000}/_{360} = 277\,{}^{280}/_{360}.$
${}^{2579}/_{7} = 368\,{}^{3}/_{7}.$	${}^{36842}/_{36} = 1023\,{}^{14}/_{37}.$	${}^{367581}/_{564} = 651\,{}^{417}/_{564}.$

6) Brüche zu erweitern.

Mündlich.

Wir knüpfen bei dem bereits Bekannten an.

a) Welche Theile lassen sich in 6tel verwandeln? (Halbe und 3tel.) Welche in 8tel? in 9tel? 10tel? — Wie entstehen aus den Halben 4tel? 6tel? 8tel? 10tel? (Viertel entstehen, wenn man ein Halbes wieder in zwei gleiche Theile theilt, Sechstel, wenn man $^1/_2$ wieder in 3 gleiche Theile theilt u. s. f.) — Theilt nun 1 Halbes auch in 6 und in noch mehr gleiche Theile und seht zu, was für Theile entstehen. (Theile ich $^1/_2$ in 6 gleiche Theile, so gibt das Ganze 2 $\times$ 6 oder 12 gleiche Theile, also 12tel; theile ich ꝛc.) Demnach ist (an die Wandtafel geschrieben)

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \frac{7}{14} = \frac{8}{16} = \frac{9}{18} = \frac{10}{20} \text{ ꝛc.}$$

Die Nenner 4, 6, 8 ꝛc. sind Vielfache oder Produktzahlen aus 2; Halbe lassen sich also in solche Theile verwandeln, deren Nenner Produktzahlen aus 2 sind.

Wie entstehen aus den Dritteln 6tel und 9tel? (6tel, wenn man $^1/_3$ in 2 gleiche Theile theilt, und 9tel, wenn man $^1/_3$ in drei gleiche Theile theilt.) — Theilt nun $^1/_3$ auch in 4 und mehr gleiche Theile und seht zu, was für Theile entstehen! (Theile ich $^1/_3$ in 4 gleiche Theile, so gibt das Ganze 3 $\times$ 4 oder 12 gleiche Theile, also 12tel; theile ich $^1/_3$ in 5 gl. Theile; so gibt ꝛc.) Demnach ist

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{5}{15} = \frac{8}{18} = \frac{7}{21} = \frac{8}{24} = \frac{9}{27} = \frac{10}{30} \text{ ꝛc.}$$

Die Nenner 6, 9, 12 ꝛc. sind Vielfache oder Produktzahlen aus 3; Drittel lassen sich also in solche Theile verwandeln, deren Nenner Produktzahlen aus 3 sind.

Nun werdet ihr auch wissen, in was für Theile sich 4tel, 5tel, 6tel ꝛc. verwandeln lassen. (4tel lassen sich in 8tel, 12tel, 16tel,

20stel ꝛc., also in solche Theile verwandeln, deren Nenner Produktzahlen aus 4 sind. 5tel lassen sich in 10tel, 15tel, 20stel ꝛc., also in solche Theile verwandeln, deren Nenner Produktzahlen aus 5 sind u. s. f.

b) Von welchen Zahlen ist 12 die Produktzahl? (Von 2, 3, 4, 6.) Welche Theile lassen sich daher in 12tel verwandeln? (Halbe, 3tel, 4tel und 6tel.) Von welchen Zahlen ist 14 die Produktzahl? Welche Theile lassen sich daher in 14tel verwandeln? u. s. w.

c) In wie viele Theile muß man
Halbe theilen, um 12tel (18tel, 24stel ꝛc.) zu erhalten?
Drittel, um 12tel (18tel, 24stel, 36stel ꝛc.) zu bekommen?
Viertel, damit 12tel, (20stel, 32stel, 40stel ꝛc.) entstehen?
ꝛc. ꝛc.
Zwanzigstel, wenn 40stel, 60stel, 80stel ꝛc. entstehen sollen?

Ein Ganzes hat 2 Halbe. Will ich aus den 2 Halben 12tel oder 12 gleiche Theile erhalten, so muß ich jedes Halbe wieder in 6 gleiche Theile theilen; will ich aus den 2 Halben 18tel oder 18 gleiche Theile erhalten, so muß ich jedes Halbe in 9 gleiche Theile theilen u. s. w.

d. Wie viel 12tel gibt $^1/_3$? $^1/_4$? $^1/_6$? — Wie viel 14tel gibt $^1/_2$? $^1/_7$? — Wie viel 15tel gibt $^1/_3$? $^1/_5$? — Wie viel 16tel gibt $^1/_2$? $^1/_4$? $^1/_8$? — Wie viel 18tel gibt $^1/_2$? $^1/_3$? $^1/_6$? $^1/_9$? u. s. w. Ist recht tüchtig zu üben.

e) Verwandle $^2/_3$ in 12tel! $^7/_8$ in 24stel! $^9/_{10}$ in 60stel!
$^4/_5$ in 15tel! $^5/_6$ in 48stel! $^7/_{15}$ in 75stel!
$^7/_9$ in 18tel! $^{11}/_{12}$ in 48stel! $^{17}/_{20}$ in 100tel!

(1 G. = $^{12}/_{12}$, $^1/_3$ = $^4/_{12}$, $^2/_3$ = 2 × 4 oder $^8/_{12}$.)

Wie viel 24stel geben $^2/_3$? $^3/_4$? $^5/_6$? $^7/_8$? $^{11}/_{12}$?
Wie viel 60stel machen $^2/_3$? $^3/_4$? $^4/_5$? $^5/_6$? $^9/_{10}$? $^{11}/_{12}$?

Schriftlich.

$^3/_4$, wie viel 96stel?

1 G. = $^{96}/_{96}$; $^1/_4$ gibt den 4. Theil von den 96 Theilen, und $^3/_4$ geben 3mal so viel, als $^1/_4$.

Steht so:

```
4 | 96 | 24
    8      3
  ----   ----
    16    72
    16
  ----
```

$$\frac{3}{4} = \frac{72}{96}$$

Sprechweise:

$1 = \frac{96}{96}$

$^1/_4 = \frac{24}{96}$

$^3/_4 = 3 \times 24$ oder $\frac{72}{96}$

Der Bruch $^3/_4$ ist dem Werthe nach = $^{72}/_{96}$, nur ist er jetzt in größeren Zahlen ausgedrückt. Jedes 4tel ist in 24 gleiche Theile getheilt. Zähler und Nenner von $^{72}/_{96}$ sind daher auch 24 mal so groß, als Zähler und Nenner von $^3/_4$. Und eben deßhalb wird das Verwandeln eines Bruches in kleinere Theile „das Erweitern“ desselben genannt.

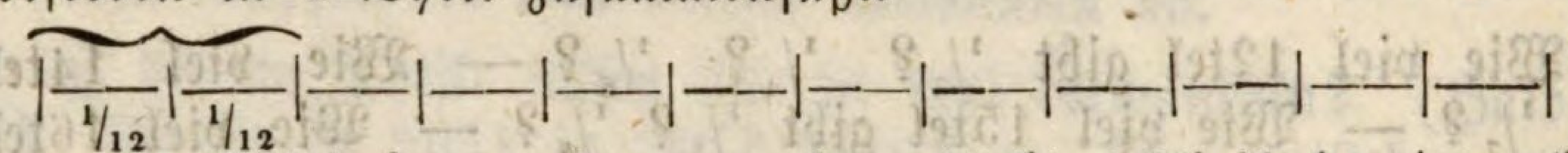
Auf dieselbe Weise werden verwandelt

$^3/_4$	in $^{18}/_{24}$.	$^4/_5$	in $^{60}/_{75}$.	$^5/_6$	in $^{45}/_{54}$.	$^{11}/_{12}$	in $^{341}/_{372}$.
	in $^{27}/_{36}$.		in $^{96}/_{120}$.	$^6/_7$	in $^{84}/_{98}$.	$^{13}/_{15}$	in $^{663}/_{765}$.
	in $^{51}/_{68}$.		in $^{300}/_{375}$.	$^7/_8$	in $^{119}/_{136}$.	$^{13}/_{16}$	in $^{793}/_{976}$.
	in $^{72}/_{96}$.		in $^{672}/_{840}$.	$^5/_9$	in $^{160}/_{288}$.	$^7/_{18}$	in $^{567}/_{1458}$.
	in $^{99}/_{132}$.		in $^{768}/_{960}$.	$^3/_{10}$	in $^{96}/_{320}$.	$^{23}/_{24}$	in $^{8280}/_{8640}$.

7) Brüche zu kürzen oder zu heben.

Das Kürzen der Brüche ist das Entgegengesetzte vom Erweitern derselben. Beim Erweitern wird ein Theil wieder in 2 oder mehrere gleiche Theile zerlegt; beim Kürzen werden immer 2 oder mehrere gleiche Theile in einen vereinigt. Dort findet eine Verkleinerung der Theile und darum eine Vermehrung der Anzahl der Theile Statt; hier ist es eine Vergrößerung der Theile, mithin eine Verminderung der Anzahl der Theile.

Wir theilen 1 Ganzes in 12 gleiche Theile, also in 12tel, und sehen zu, was für Theile sich bilden, wenn man je zwei oder mehrere derselben in 1 Theil zusammenfaßt.

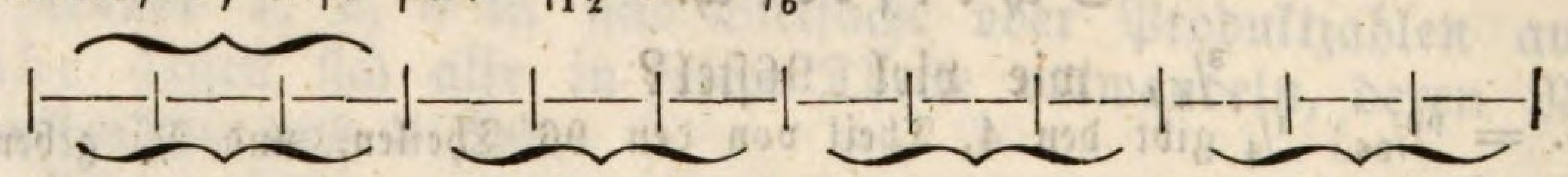


Fasse ich $^2/_{12}$ zusammen, so entsteht 1 Theil, der doppelt so groß ist, als $^1/_{12}$. Um aber sagen zu können, was für 1 Theil er vom Ganzen ist, so muß ich wissen, wie viele solche Theile das Ganze hat. Das erfahre ich, wenn ich von allen 12 Theilen je 2 zusammen nehme.



$^2/_{12} = {}^1/_6$.

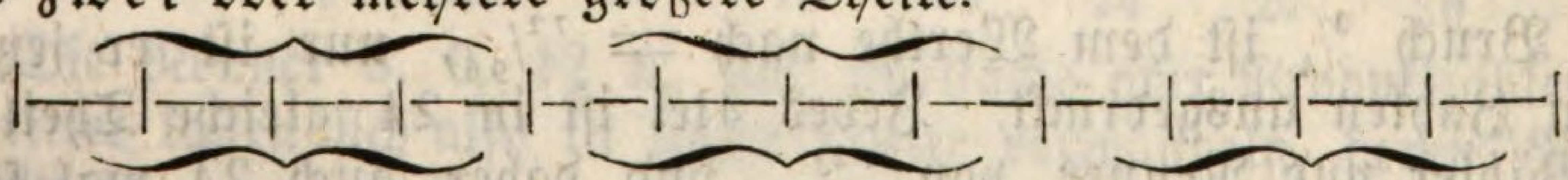
Vereinige ich von $^{12}/_{12}$ je $^2/_{12}$ in 1 Theil, so bilden sich aus den 12 Theilen so viele größere Theile, als 2 in 12 enthalten ist, nämlich 6, also sind $^2/_{12} = {}^1/_6$.



$^3/_{12} = {}^1/_4$.

Fasse ich $^3/_{12}$ zusammen, so bildet sich 1 Theil, der 3 mal so groß ist, als $^1/_{12}$, und aus dem Ganzen entstehen so viele dergleichen Theile, als 3 in 12 enthalten ist, nämlich 4; also sind $^3/_{12} = {}^1/_4$.

So fortfahrend, findet der Schüler, daß $^4/_{12} = {}^1/_3$, daß $^5/_{12}$ sich nicht in 1 Theil zusammenfassen lassen, weil 5 in 12 nicht aufgeht, daß $^6/_{12} = {}^1/_2$, und daß auch $^7/_{12}$ nicht in 1 Th. vereinigt werden können. Bei $^8/_{12}$ kommen wir auf das Verwandeln eines Bruches in zwei oder mehrere größere Theile.



$^8/_{12} = {}^2/_3$.

$^8/_{12}$ können wir nicht in 1 Theil zusammenfassen, so wenig als $^5/_{12}$ und $^7/_{12}$. (Warum?) In größere Theile lassen sich $^8/_{12}$ aber doch verwandeln. Wer weiß es? Ihr dürft euch nur an eine Zahl

erinnern, die in 8 und in 12 zugleich ohne Rest enthalten ist. Nehmen wir je 4 Theile zusammen, so bilden sich aus den 8 Theilen so viele Theile, als 4 in 8 enthalten ist, nämlich 2, und aus den 12 Theilen bilden sich so viele Theile, als 4 in 12 enthalten ist, nämlich 3; $^8/_{12} = ^2/_3$.

Eben so wird gefunden, daß $^9/_{12} = ^3/_4$ $^{10}/_{12} = ^5/_6$, und daß $^{11}/_{12}$ sich nicht in größere Theile verwandeln lassen, weil es außer 1 keine Zahl gibt, die in 11 und in 12 zugleich ohne Rest enthalten ist.

Das Zusammenfassen je zweier oder mehrerer gleicher Theile in einen Theil heißt Kürzen oder Heben; kürzen oder heben läßt sich daher ein Bruch, wenn es eine Zahl gibt, die in dem Zähler und in dem Nenner desselben zugleich ohne Rest enthalten ist, und es geschieht, indem man mit dieser Zahl in Zähler und Nenner dividirt.

Uebungen und Aufgaben.

1) Welcher Theil vom Ganzen bildet sich, wenn man $^3/_{15}$ in einen Theil vereinigt? Eben so $^5/_{15}$, $^2/_{16}$, $^4/_{16}$, $^3/_{24}$ ꝛc.
2) Kürzt $^3/_{21}$, $^5/_{25}$, $^{20}/_{40}$, $^5/_{40}$, $^8/_{32}$, $^{25}/_{75}$, $^{33}/_{66}$ ꝛc.
3) Welche Zahl geht im Zähler und Nenner auf bei $^{10}/_{15}$? $^{12}/_{15}$? $^{15}/_{18}$? $^{12}/_{18}$? $^{18}/_{24}$? $^{20}/_{30}$? $^{40}/_{50}$? $^{30}/_{45}$ ꝛc.
4) Sucht Brüche auf, die sich durch 3, durch 5, durch 7 ꝛc. heben lassen!
5) Kürzt folgende Brüche:

$^3/_{15}$	$^4/_{16}$	$^5/_{20}$	$^6/_{24}$	$^{33}/_{44}$	$^{24}/_{48}$	$^{36}/_{72}$
$^{12}/_{15}$	$^{12}/_{16}$	$^{15}/_{20}$	$^{18}/_{24}$	$^{45}/_{60}$	$^{32}/_{48}$	$^{48}/_{72}$
$^5/_{15}$	$^6/_{18}$	$^7/_{21}$	$^4/_{24}$	$^{12}/_{60}$	$^{30}/_{48}$	$^{60}/_{72}$
$^{10}/_{15}$	$^{12}/_{18}$	$^{14}/_{21}$	$^{20}/_{24}$	$^{10}/_{60}$	$^{40}/_{48}$	$^{75}/_{100}$.

Hierbei werden die Schüler von selbst auf die mehrmalige Kürzung kommen.

Schriftlich.

Es sei der Bruch $^{75}/_{100}$ zu kürzen.

Der Bruch $^{75}/_{100}$ enthält 75 von 100 gleichen Theilen. In 75 und in 100 geht 25 auf. Nimmt man je 25 Th. in 1 Th. zusammen, so bilden sich aus den 75 Th. so viele größere Theile, als 25 in 75, und aus den 100 Th. so viele, als 25 in 100 enthalten ist. Steht so:

$$\underbrace{\frac{75}{100} \Big| \frac{3}{45}}_{2} \qquad \text{Oder:} \qquad \frac{75}{100} \underbrace{\Big|}_{5} \frac{15}{20} \underbrace{\Big|}_{5} \frac{3}{4}$$

Tritt der Fall ein, daß die Hebezahl (der gemeinschaftliche Theiler, oder das gemeinschaftliche Maß), d. i. die Zahl, die in dem Zähler und in dem Nenner eines Bruches aufgeht, nicht sogleich gefunden wird, dann ist es Zeit, die Schüler mit den Kennzeichen über die Theilbarkeit der Zahlen bekannt zu machen.

a. $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$	b. $\frac{99}{120} = \frac{33}{40}$	c. $\frac{121}{231} = \frac{11}{21}$	d. $\frac{120}{540} = \frac{2}{9}$
$\frac{27}{42} = \frac{9}{14}$	$\frac{81}{120} = \frac{27}{40}$	$\frac{242}{363} = \frac{2}{3}$	$\frac{781}{891} = \frac{71}{81}$
$\frac{36}{56} = \frac{9}{14}$	$\frac{96}{132} = \frac{8}{11}$	$\frac{480}{640} = \frac{3}{4}$	$\frac{144}{960} = \frac{3}{20}$
$\frac{49}{56} = \frac{7}{8}$	$\frac{120}{144} = \frac{5}{6}$	$\frac{1\ 5}{140} = \frac{27}{28}$	$\frac{180}{900} = \frac{1}{5}$
$\frac{85}{90} = \frac{17}{18}$	$\frac{100}{175} = \frac{4}{7}$	$\frac{142}{434} = \frac{71}{217}$	$\frac{560}{840} = \frac{2}{3}$
$\frac{24}{60} = \frac{2}{5}$	$\frac{240}{360} = \frac{2}{3}$	$\frac{84}{111} = \frac{28}{37}$	$\frac{960}{1000} = \frac{24}{25}$
e. $\frac{868}{1284} = \frac{217}{321}$	$\frac{5024}{6056} = \frac{628}{757}$	f. $\frac{253}{473} = \frac{23}{43}$	$\frac{216}{252} = \frac{6}{7}$
$\frac{2055}{2590} = \frac{411}{518}$	$\frac{4599}{5472} = \frac{511}{608}$	$\frac{1512}{1644} = \frac{126}{137}$	$\frac{1575}{1800} = \frac{7}{8}$
$\frac{3072}{3126} = \frac{512}{521}$	$\frac{370}{750} = \frac{37}{75}$	$\frac{192}{256} = \frac{3}{4}$	$\frac{3600}{12000} = \frac{3}{10}$

Kennzeichen über die Theilbarkeit der Zahlen.

Durch 2 sind alle Zahlen ohne Rest theilbar, in deren Einerstelle 2 aufgeht. Z. B. 42, 74, 596, 718.

Grund: 2 geht auf in 10 oder in einem Zehner, also auch in mehreren Zehnern und in einem Hunderter, folglich auch in mehreren Hunderten und in einem Tausender ꝛc. Besteht also eine Zahl blos aus Zehnern, Hundertern, Tausendern, (40, 700 890; 3780) u. s. w.; so ist sie ohnehin durch 2 theilbar. Daher hat man bei einer Zahl, welche auch Einer enthält, blos auf diese zu sehen. Sind die Einer durch 2 theilbar, so ist es die ganze Zahl.

Durch 4 ist jede Zahl theilbar, deren Einer und Zehner — als eine Summe von Einern betrachtet — durch 4 theilbar sind. (236, 784, 9328, 19032, 37860, 75408.)

Grund: 4 geht auf in 100 oder in einem Hunderter, also auch in mehreren Hundertern und in 1 Tausender, folglich auch in mehreren Tausendern und in 1 Zehntausender ꝛc. Besteht also eine Zahl blos aus Hundertern, Tausendern u. s. f. (400, 8000, 7900 ꝛc.), so ist sie jedenfalls durch 4 theilbar. Darum hat man bei einer Zahl, die auch Zehner und Einer enthält, blos auf diese zu achten: sind sie durch 4 theilbar, so ist's die ganze Zahl.

Durch 8 ist jede Zahl theilbar, deren Einer, Zehner und Hunderter durch 8 aufgehen. (3,248; 50,728; 84,064; 93,720.)

Grund: 1000 und folglich alle höheren Stellen (3000; 50000; 74000; 800000; 123000) sind immer durch 8 theilbar, die Hunderter, Zehner und Einer aber nicht immer. Mithin hat man auch blos auf letztere Rücksicht zu nehmen. Geht 8 in diesen auf, so ist die ganze Zahl durch 8 theilbar.

Durch **5** ist jede Zahl theilbar, welche am Ende eine 5 oder eine 0 hat. (65; 170; 285; 3700; 7845.)

Grund: Alle Zehner, Hunderter ꝛc. sind durch 5 theilbar; steht nun in der Einerstelle eine 5 oder eine 0, so muß die ganze Zahl durch 5 theilbar sein.

Durch 10 ist jede Zahl theilbar, welche am Ende eine oder mehrere Nullen hat. (20; 450; 900; 7400.)

Durch 100 ist jede Zahl theilbar, welche am Ende zwei oder noch mehr Nullen hat. (800; 9000; 7800 ꝛc.)

Grund!

Durch **25** ist jede Zahl theilbar, die in den beiden untersten Stellen entweder Nullen oder eine durch 25 theilbare Zahl hat. (3800; 45850; 29825; 47975.) Grund!

Durch **9** ist eine Zahl theilbar, deren Quersumme durch 9 aufgeht. Z. B. 7542. Man betrachtet nämlich die 7 Tausender, 5 H. und 4 Z. auch als Einer und zählt sie mit den 2 Einern zusammen, als: $7 + 5 + 4 + 2 = 18$; 18 ist durch 9 theilbar, also geht auch 9 in 7542 auf.

Grund: Theilt man mit 9, so bleibt von jedem Zehner ($= 9 + 1$), von jedem Hunderter ($= 99 + 1$), von jedem Tausender ($= 999 + 1$) 1 Einer als Rest

Von 7 Tausendern bleiben also 7 Einer;
Von 5 Hundertern „ „ 5 „ ;
Von 4 Zehnern „ „ 4 „ ;
Fügt man hiezu auch die schon vorhandenen 2 „ ; so ergibt sich,
daß von 7542 die Summe aller Reste = 18 Einer ist.

In dem, was die Zahl 7542 mehr beträgt als 18 Einer, geht 9 ohnehin auf. Ist nun 9 (wie hier) auch in der Summe aller Reste, als welche die Quersumme zu betrachten ist, ohne Rest enthalten, so ist die ganze Zahl durch 9 theilbar.

Durch **3** ist jede Zahl theilbar, deren Quersumme durch 3 theilbar, z. B. 87645.

$8 + 7 + 6 + 4 + 5 = 30$; 30 ist durch 3 theilbar, also auch die Zahl 87645. — Grund: wie oben bei 9.

Durch **6** ist jede Zahl theilbar, welche theilbar ist durch 2 und durch 3; durch **12** jede Zahl, welche theilbar ist durch 3 und durch 4; durch **15** jede Zahl, welche theilbar ist durch 3 und durch 5 ꝛc. Die Gründe lassen sich leicht erkennen.

Durch **11** sind dreistellige Zahlen theilbar, wenn ihre mittlere Stelle als die Summe der beiden äußeren erscheint. (253; 297; 572.)

Der Grund wird erkannt, wenn man die Zahlen 23, 27, 52 durch 11 multiplicirt.

Weitere Regeln über die Theilbarkeit der Zahlen geben wir nicht, weil sie leichter vergessen, als gelernt und begriffen werden

würden. Auch ist von dem nachstehenden Verfahren, wornach man bei zwei noch so großen Zahlen das größte gemeinschaftliche Maß sicher finden kann, nur wenn es die Zeit wohl erlaubt, in der Schule Gebrauch zu machen.

Man theilt nämlich mit dem Zähler in den Nenner. Geht es auf, so ist der Zähler selbst die verlangte Zahl. Bleibt ein Rest, so dividirt man mit demselben in den Zähler. Geht es auf, so ist der als Theiler gebrauchte Rest die Zahl zum Heben, bleibt aber wieder ein Rest, so theilt man mit diesem Reste wieder in den vorigen Theiler, und so fort. Der Theiler, wodurch es endlich aufgeht, ist als Hebezahl zu nehmen. Z. B.: $^{111}/_{407} = ?$

```
111 | 407 | 3
      333
      ---
       74 | 111 | 1
             74
            ---
             37 | 74 | 2
                  74
```

$\frac{111}{407} \Big|_{37} \frac{3}{11}$

Dieß Verfahren beruht zunächst auf den zwei Sätzen:

1) Wenn eine Zahl in zwei einzelnen Zahlen ohne Rest enthalten ist, so geht sie auch in deren Summe auf.

37 geht in sich selbst und in 74 auf; also ist 37 auch in der Summe von 37 und 74, d. i. in 111 ohne Rest enthalten. (37 liegt in 111 genau so oft, als in 37 und 74 zusammengenommen.)

2) Wenn eine Zahl in einer andern aufgeht, so geht sie auch in jedem Vielfachen derselben auf.

37 geht auf in 111; also liegt 37 auch in 3mal 111, d. i. in 333 ohne Rest. (36 liegt in 333 gerade 3mal so oft als in 111.)

Wir haben bereits gefunden, daß 37 in 74 und in 333 ohne Rest enthalten ist; mithin geht 37 (nach dem ersten Satze) auch in der Summe von 74 und 333, d. i. in 407 auf.

37 geht also im Zähler 111 und im Nenner 407 auf. Mithin kann der Bruch $^{111}/_{407}$ durch 37 gehoben werden.

(Ist der letzte Rest 1; so kann der Bruch da 1 nicht theilt, nicht aufgehoben werden.)

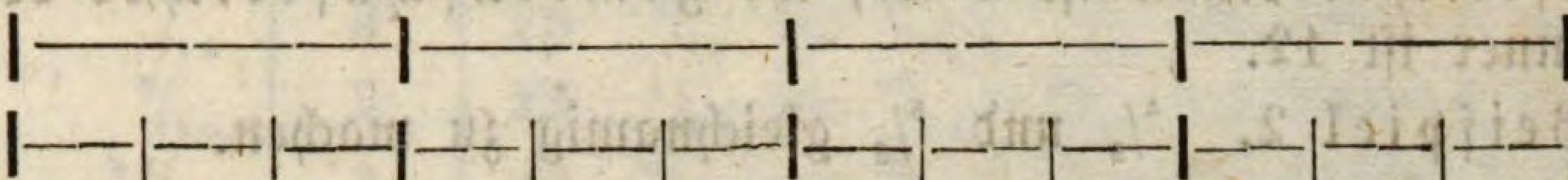
Aufgaben.

$\frac{89}{267} \Big|_{89} \frac{1}{3}$; $\frac{3460}{4541} \Big|_{239} \frac{17}{19}$; $\frac{7711}{9113} \Big|_{701} \frac{11}{13}$;

$\frac{1003}{2419} \Big|_{59} \frac{17}{41}$ $\frac{1679}{1932} \Big|_{23} \frac{73}{84}$; $\frac{533}{1189} \Big|_{41} \frac{13}{29}$

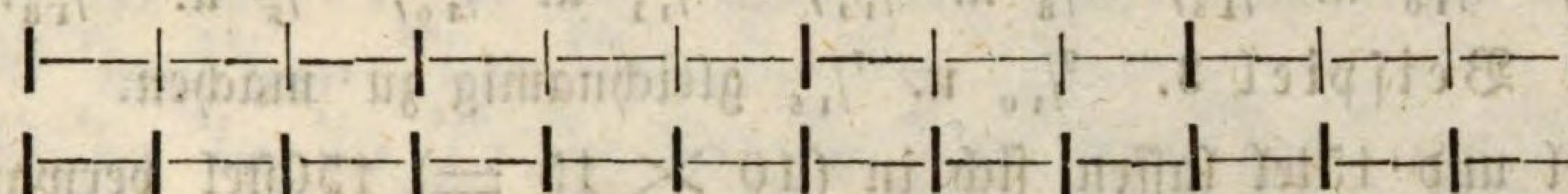
8) Brüche gleichnamig zu machen.

a. Die kleineren Nenner gehen in den größeren auf.



4tel.
12tel.

Ihr seht hier zweimal dasselbe Ganze. Das einemal ist es in 4 gleiche Theile oder in 4tel, das anderemal in 12 gl. Th. oder in 12tel getheilt. Die Theile sind verschieden und haben daher auch verschiedene Namen. 4tel und 12tel sind ungleichnamige Theile. Wir können sie aber in gleiche und gleichnamige verwandeln. Wer weiß und thut es? Ich theile jedes 4tel in 3 12tel.



12tel.
12tel.

So sind nun 4tel und 12tel in gleiche und gleichnamige Theile verwandelt.

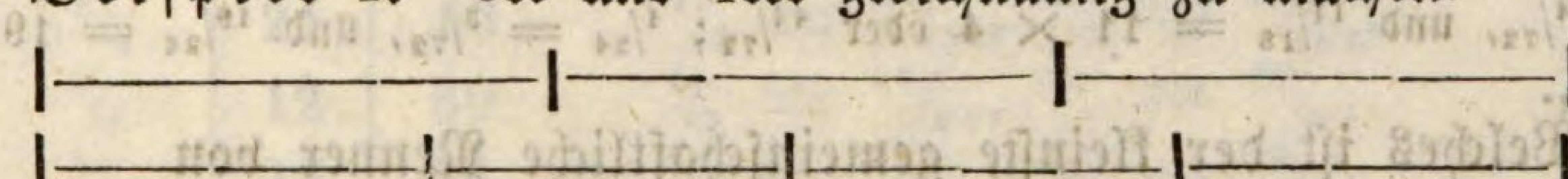
1) In welche kl. Theile lassen sich 4tel noch verwandeln? In welche Theile lassen sich verwandeln Halbe? 3tel? 5tel? ꝛc.

2) Macht gleichnamig:

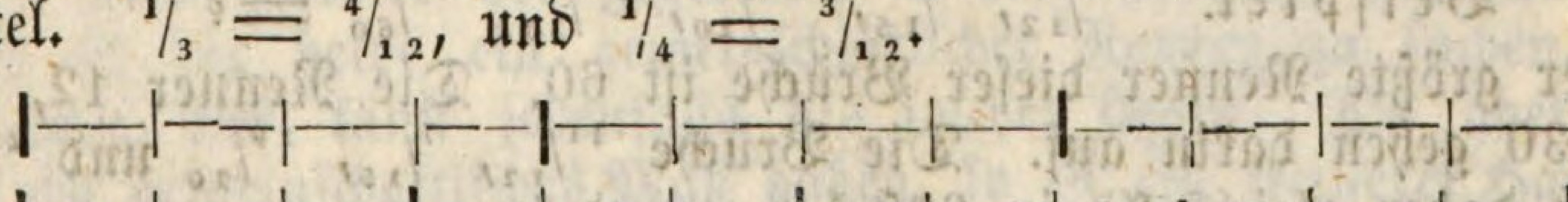
$^1/_2$ u. $^1/_6$ $^1/_3$ u. $^1/_6$ $^3/_4$ u. $^7/_{24}$ $^1/_2$, $^1/_4$ u. $^1/_8$
$^1/_2$ u. $^1/_{14}$ $^1/_3$ u. $^1/_{12}$ $^4/_5$ u. $^4/_{25}$ $^1/_3$, $^1/_6$ u. $^1/_{12}$
$^1/_2$ u. $^1/_{20}$ $^1/_3$ u. $^1/_{18}$ $^5/_6$ u. $^7/_{36}$ $^1/_4$, $^1/_8$ u. $^1/_{32}$
$^1/_2$ u. $^1/_{24}$ $^1/_3$ u. $^1/_{30}$ $^7/_8$ u. $^9/_{48}$ $^1/_{12}$, $^1/_{48}$ u. $^1/_{24}$

b. Die kleineren Nenner gehen nicht in den größeren auf.

Beispiel 1. 3te und 4tel gleichnamig zu machen.



Daß ich die 3tel nicht in 4tel und die 4tel nicht in 3tel verwandeln kann, springt in die Augen. Ich muß daher sowohl die 3tel als die 4tel in kleinere Theile zerfällen, nur fragt es sich, in welche oder in wie viele, um gleiche und gleichnamige Theile zu erhalten. — 3tel lassen sich verwandeln in 6tel, 9tel, 12tel ꝛc. also in eine solche Zahl von Theilen, in welcher 3 aufgeht; und 4tel lassen sich verwandeln in 8tel, 12tel, 16tel ꝛc., also in eine solche Zahl von Theilen, in welcher 4 aufgeht. Was für eine Zahl von Theilen wird es nun sein, in welche sich 3tel und 4tel zugleich verwandeln lassen? Eine solche, worin 3 und 4 zugleich ohne Rest enthalten sind. Und diese ergibt sich, wenn man 3 und 4 miteinander multiplicirt. $3 \times 4 = 12$. Ich verwandle also die 3tel und 4tel in 12tel. $^1/_3 = {}^4/_{12}$, und $^1/_4 = {}^3/_{12}$.



12tel.
12tel.

Für die ungleichen und ungleichnamigen Theile haben wir jetzt gleiche und daher auch gleichnamige Theile. Ihr gemeinschaftlicher Name ist 12tel, ihr gemeinschaftlicher oder Hauptnenner ist 12.

Beispiel 2. $^4/_5$ und $^5/_6$ gleichnamig zu machen.

5tel und 6tel lassen sich in (5 × 6 =) 30stel verwandeln (kommen in 30stel zusammen). $^1/_5 = {^6/_{30}}$, und $^4/_5 = 4 \times 6$ oder $^{24}/_{30}$; $^1/_6 = {^5/_{30}}$, und $^5/_6 = 5 \times 5$ oder $^{25}/_{30}$. Also sind $^4/_5$ und $^5/_6 = {^{24}/_{30}}$ und $^{25}/_{30}$.

Macht gleichnamig:

$^3/_4$ u. $^5/_7$, $^4/_7$ u. $^7/_8$, $^5/_6$ u. $^9/_{11}$, $^4/_5$ u. $^7/_{12}$, $^1/_2$ u. $^{17}/_{19}$.
$^6/_7$ u. $^8/_9$, $^3/_{10}$ u. $^9/_{13}$, $^5/_8$ u. $^5/_{11}$, $^{10}/_{11}$ u. $^9/_{10}$, $^3/_5$ u. $^{13}/_{18}$.

Beispiel 3. $^9/_{10}$ u. $^7/_{15}$ gleichnamig zu machen.

10tel und 15tel lassen sich in (10 × 15 =) 150stel verwandeln. Es gibt jedoch eine viel kleinere Zahl, worin 10 und 15 aufgehn. Diese Zahl ist 30; 30 aber ist genau $^1/_5$ von 150. Daß hier eine nur $^1/_5$ mal so große Zahl als Hauptnenner möglich ist, als das Produkt der beiden Nenner, liegt darin, daß 10 und 15 die Zahl 5 zum gemeinschaftlichen Maße haben. Ist nämlich 15 auch nicht durch 10 theilbar, so ist sie es doch durch das gemeinschaftliche Maß, durch 5. Und um aus einer Zahl, die schon durch 5 theilbar ist, eine Zahl zu erzeugen, in welcher 10 oder 2 × 5 aufgeht, so genügt es, sie nur noch durch 2 zu multipliciren. 2 × 15 = 30. — $^9/_{10} = 9 \times 3$ oder $^{27}/_{30}$ und $^7/_{15} = 7 \times 2$ oder $^{14}/_{30}$.

Beispiel 4. $^{11}/_{18}$ u. $^{19}/_{24}$.

Die Nenner 18 und 24 haben mehrere gemeinschaftliche Maße, nämlich 2, 3 und 6. Das größte derselben ist 6; 6 in 18 liegt 3 mal; 3 × 24 = 72. — $^1/_{18} = {^4/_{72}}$, und $^{11}/_{18} = 11 \times 4$ oder $^{44}/_{72}$; $^1/_{24} = {^3/_{72}}$, und $^{19}/_{24} = 19 \times 3$ oder $^{57}/_{72}$.

Welches ist der kleinste gemeinschaftliche Nenner von

$^1/_{12}$ u. $^1/_{15}$? $^1/_{14}$ u. $^1/_{21}$? $^1/_{18}$ u. $^1/_{27}$? $^1/_{30}$ u. $^1/_{40}$?
$^1/_{12}$ u. $^1/_{16}$? $^1/_{15}$ u. $^1/_{20}$? $^1/_{20}$ u. $^1/_{30}$? $^1/_{32}$ u. $^1/_{48}$?
$^1/_{12}$ u. $^1/_{18}$? $^1/_{16}$ u. $^1/_{24}$? $^1/_{20}$ u. $^1/_{25}$? $^1/_{50}$ u. $^1/_{75}$?

Bringt auf gleiche Nenner:

$^5/_6$ u. $^9/_{10}$; $^3/_7$ u. $^7/_9$; $^5/_8$ u. $^8/_{20}$; $^1/_2$, $^2/_3$ u. $^3/_4$
$^7/_9$ u. $^5/_{36}$; $^7/_{20}$ u. $^3/_{50}$; $^5/_8$ u. $^7/_{..}$; $^2/_3$, $^3/_4$ u. $^4/_5$;
$^{11}/_{12}$ u. $^7/_{30}$; $^{11}/_{20}$ u. $^{17}/_{60}$; $^7/_8$ u. $^7/_{24}$; $^3/_4$, $^4/_5$ u. $^5/_6$.

Schriftlich.

a. Die kleineren Nenner sind in dem größten Nenner der gegebenen Brüche ohne Rest enthalten.

Beispiel. $^{11}/_{12}$, $^7/_{15}$, $^{19}/_{20}$, $^{23}/_{30}$, $^{47}/_{60}$ =?

Der größte Nenner dieser Brüche ist 60. Die Nenner 12, 15, 20 und 30 gehen darin auf. Die Brüche $^{11}/_{12}$, $^7/_{15}$, $^{19}/_{20}$ und $^{23}/_{30}$ lassen sich daher gleichfalls in 60stel verwandeln.

	60		$1 = {}^{60}/_{60}$.
$^{11}/_{12}$	5	55	$^{1}/_{12} = {}^{5}/_{60}$; $^{11}/_{12}$ = 11mal 5 oder $^{55}/_{60}$.
$^{7}/_{15}$	4	28	$^{1}/_{15} = {}^{4}/_{60}$; $^{7}/_{15}$ = 7mal 4 oder $^{28}/_{60}$.
$^{9}/_{20}$	3	27	$^{1}/_{20} = {}^{3}/_{60}$; $^{9}/_{20}$ = 9mal 3 oder $^{27}/_{60}$.
$^{23}/_{30}$	2	46	$^{1}/_{30} = {}^{2}/_{60}$; $^{23}/_{30}$ = 23mal 2 od. $^{46}/_{60}$.
$^{47}/_{60}$	1	47	$^{47}/_{60} = {}^{47}/_{60}$.

Aufgaben.

1) $^{1}/_{2}$, $^{2}/_{3}$, $^{3}/_{4}$, $^{5}/_{6}$, $^{5}/_{12}$. — 2) $^{3}/_{4}$ $^{5}/_{6}$, $^{7}/_{8}$, $^{11}/_{12}$, $^{23}/_{24}$.
3) $^{5}/_{6}$, $^{8}/_{9}$, $^{7}/_{12}$, $^{17}/_{18}$, $^{11}/_{36}$. — 4) $^{7}/_{8}$, $^{11}/_{12}$, $^{11}/_{16}$, $^{13}/_{24}$, $^{43}/_{48}$.
5) $^{1}/_{2}$, $^{2}/_{3}$, $^{3}/_{.}$, $^{5}/_{6}$, $^{7}/_{8}$, $^{11}/_{12}$, $^{13}/_{16}$, $^{17}/_{24}$, $^{31}/_{32}$, $^{43}/_{48}$, $^{79}/_{96}$.
6) $^{5}/_{6}$, $^{18}/_{123}$, $^{67}/_{82}$, $^{19}/_{41}$, $^{2}/_{3}$, $^{1}/_{2}$, $^{176}/_{246}$.
7) $^{1}/_{2}$, $^{2}/_{3}$, $^{3}/_{4}$, $^{4}/^{5}/$, $^{5}/_{6}$, $^{7}/_{30}$, $^{8}/_{9}$, $^{9}/_{10}$, $^{11}/_{12}$, $^{13}/_{15}$, $^{17}/_{18}$, $^{17}/_{20}$, $^{37}/_{180}$.
8) $^{23}/_{24}$, $^{23}/_{30}$, $^{31}/_{36}$, $^{37}/_{40}$, $^{43}/_{45}$, $^{53}/_{60}$, $^{67}/_{72}$, $^{89}/_{90}$, $^{117}/_{120}$, $^{153}/_{180}$, $^{273}/_{360}$.

b) Die Nenner der gegebenen Brüche sind Primzahlen unter sich.

Beispiel: $^{3}/_{4}$, $^{5}/_{7}$ und $^{2}/_{3}$.

Von 4, 7 und 3 geht weder eine Zahl in der andern auf, noch haben sie ein gemeinschaftliches Maß. (Sie sind Primzahlen unter sich.) Der möglichst kleinste Hauptnenner ist daher 4 × 7 × 3 oder 84. Die Brüche werden also in 84stel verwandelt.

Steht so:

Hauptn.: 4 × 7 × 3 = 84.

	84		
$^{3}/_{4}$	21	63	$^{1}/_{4} = {}^{21}/_{84}$, $^{3}/_{4} = {}^{63}/_{84}$.
$^{5}/_{7}$	12	60	$^{1}/_{7} = {}^{12}/_{84}$, $^{5}/_{7} = {}^{60}/_{84}$.
$^{2}/_{3}$	28	56	$^{1}/_{3} = {}^{28}/_{84}$, $^{2}/_{3} = {}^{56}/_{84}$.

Aufgaben.

1) $^{4}/_{5}$, $^{7}/_{9}$. 2) $^{2}/_{3}$, $^{3}/_{4}$, $^{4}/_{5}$. 3) $^{8}/_{9}$ $^{6}/_{7}$, $^{7}/_{13}$, $^{5}/_{8}$, $^{4}/_{5}$. (Hptn. 32760.)
$^{7}/_{8}$, $^{5}/_{7}$. $^{3}/_{4}$, $^{4}/_{5}$, $^{6}/_{7}$. $^{5}/_{6}$, $^{7}/_{11}$, $^{5}/_{13}$, $^{9}/_{19}$, $^{11}/_{25}$. (407550.)
$^{7}/_{10}$, $^{3}/_{7}$. $^{4}/_{5}$, $^{5}/_{6}$, $^{7}/_{11}$. $^{13}/_{15}$, $^{3}/_{4}$, $^{18}/_{53}$, $^{9}/_{11}$, $^{5}/_{7}$. (244860.)
$^{11}/_{12}$, $^{2}/_{11}$. $^{3}/_{5}$, $^{4}/_{7}$, $^{11}/_{12}$. $^{3}/_{5}$, $^{7}/_{16}$, $^{5}/_{7}$, $^{12}/_{23}$, $^{2}/_{3}$, $^{9}/_{13}$. (502320.)

c. Die Nenner der gegebenen Brüche haben ein gemeinschaftliches Maß.

Beispiel 1. $^{5}/_{21}$ und $^{13}/_{28}$.

Kein Nenner der gegebenen Brüche geht in dem andern auf. Also ist für beide ein gemeinschaftlicher Nenner zu suchen. 21 × 28 oder 588 kann jedenfalls als solcher stehen. Da aber 21 und 28 ein gemeinschaftliches Maß haben, so ist ein kleinerer Hauptnenner

möglich. Das gemeinschaftliche Maß ist hier 7; 28 ist durch 7 theilbar. Um aus 28 eine Zahl zu erzeugen, welche auch durch 21 oder 3mal 7 aufgeht, multiplicire ich 28 blos durch 3; 3mal 28 = 84.

Da 28 = 4. 7, so ist 3. 28 = 3. 4. 7. Um also eine durch 21 und 28 zugleich theilbare Zahl zu finden, so bedarf man eigentlich nur der drei Faktoren 3. 4. 7. Diese erhalten wir auch auf folgende Weise:

21 = 3 . 7

28 = 4 . 7.

Das ist, wir zerlegen die Nenner in ihre Faktoren und lassen den gemeinschaftlichen Faktor 7 nur einmal gelten. Ganz dasselbe geschieht bei dem gewöhnlichen Verfahren.

7	21.	28
	3.	4

Das gemeinschaftliche Maß (der Faktor 7) steht hier als Divisor. 7 in 21 ist 3mal, 21 = 7 × 3; und 7 in 28 ist 4mal, 28 = 7 × 4. Anstatt der 4 Faktoren 7. 3. 7. 4 ergeben sich hier gleich nur diejenigen derselben, welche man braucht, um den kleinsten Hauptnenner zu erhalten, nämlich 7. 3. 4. Mit einander multiplicirt, geben sie 84. Die beiden gegebenen Brüche werden also in 84stel verwandelt.

Beispiel 2. Wie heißt der Hauptnenner für 12tel, 15tel und 18tel?

a. 12 = 2. 2. 3.
15 = 3. 5.
18 = 2. 3. 3.

12 = 2 × 6 = 2 × 2 × 3; 15 = 3 × 5; der Faktor 3 findet sich schon bei 12 und wird daher gestrichen. Auch von 18 oder 2 × 3 × 3 finden sich die Faktoren 2 und 3 bei 12; sie werden daher ebenfalls gestrichen. Es bleiben also noch die Faktoren

2. 2. 3. 5. 3

Hierunter kommen die Grundfaktoren vor jedem unserer Nenner vor; also müssen diese auch in dem Produkte aus 2. 2. 3. 5. 3 ohne Rest enthalten sein. Und so ist es.

12 oder 2. 2. 3 liegt in 2. 2. 3. 5. 3 gerade 5. 3 mal,
15 oder 3. 5 liegt in 2. 2. 3. 5. 3 gerade 2. 2. 3 mal,
18 oder 2. 3. 3 liegt in 2. 2. 3. 5. 3 gerade 2. 5 mal.

b. 2	12.	15.	18
3	6.	15.	9
	2.	5.	3.

12 ist hier zerlegt in die beiden Theiler 2. 3 und den Quotienten 2; 15 ist zerlegt in die beiden Theiler 2. 3 und in den Quotienten 5, und 18 ist zerlegt in die beiden Theiler 2. 3 und in den Quotienten 3.

Der Hauptnenner ist also

nach a: $2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 3 = 180.$

nach b: $2 \times 3 \times 2 \times 5 \times 3 = 180.$

Die Faktoren stehen zwar das eine mal nicht ganz in derselben Ordnung wie das andere mal; es hat dieß aber, wie wir sehen, auf das Produkt nicht den geringsten Einfluß.

Sucht nun eben so, nämlich auf diese 2fache Weise, den Generalnenner für folgende Brüche:

1) $^{11}/_{12}$ u. $^{17}/_{18}$; $^{9}/_{14}$ u. $^{13}/_{21}$; $^{13}/_{24}$ u. $^{29}/_{36}$.
$^{31}/_{32}$ u. $^{47}/_{48}$; $^{35}/_{48}$ u. $^{51}/_{60}$; $^{37}/_{48}$ u. $^{59}/_{64}$.

2) $^{3}/_{4}$, $^{5}/_{6}$, $^{7}/_{10}$. (60.) $^{7}/_{10}$, $^{13}/_{45}$, $^{24}/_{25}$ (450.)
$^{5}/_{6}$, $^{4}/_{27}$, $^{11}/_{15}$. (270.) $^{5}/_{12}$, $^{17}/_{30}$, $^{35}/_{42}$. (420.)
$^{7}/_{8}$, $^{11}/_{12}$, $^{13}/_{20}$. (120.) $^{3}/_{16}$, $^{5}/_{56}$, $^{9}/_{40}$. (560.)

Beispiel 3. Wie heißt der Hauptnenner für 9tel, 20stel, 18tel, 16tel, 12tel, 15tel und 24stel?

Das kürzeste Verfahren.

I.	2	9.	20.	18.	16.	12.	15.	24.
II.	2		10.	9.	8.		15.	12
III.	3		5.	9.	4.		15.	6
				3.	4.		5.	2.

Zuerst sehen wir zu, ob unter den gegebenen Nennern auch solche sich befinden, welche in einem der größeren Nenner ohne Rest enthalten sind. Dieß ist bei 9 und 12 der Fall. 9 geht in 18, und 12 in 24 auf. Jede Zahl, welche theilbar ist durch 18, ist es auch durch 9, und jede Zahl, welche theilbar ist durch 24, ist es auch durch 12 (Nachweis!) 9 und 12 sind daher durch 18 und 24 vertreten. Darum werden sie durchstrichen.

Die andern Nenner zerlegen wir in ihre Grundfaktoren. Dieß geschieht, indem wir sie durch ihre gemeinschaftlichen Maße dividiren. Wir nehmen dazu immer die möglichst kleinste Zahl.

2 in 20 ist 10mal ($20 = 2.\ 10$); 2 in 18 ist 9 mal ($18 = 2.\ 9$); 2 in 16 ist 8mal ($16 = 2.\ 8.$); 2 in 15 geht nicht auf, 15 herunter; 2 in 24 ist 12mal ($24 = 2.\ 12$).

Der Divisor 2 vertritt (repräsentirt) also den Faktor 2 von 20, 18, 16 und 24. Und dieser steht daher anstatt viermal nur einmal. Dreimal ist er bereits als überflüssig weggeschafft.

Ganz so, wie mit den gegebenen Zahlen bei I., verfahren wir jetzt mit den Zahlen bei II, dann auch mit denen bei III. Die erste Frage, die wir stellen (und durch die Schüler selbst sich stellen lassen), ist immer die: Geht eine der Zahlen in der andern auf? Und die zweite: Haben zwei oder mehrere der Zahlen ein gemeinschaftliches Maß und welches?

Zuletzt bleiben die Zahlen 2 . 2. 3. 3. 4 . 5. Hierunter kommen die Faktoren von jedem der gegebenen Nenner vor.

9 ist vertreten durch 3 . 3; 20 durch 4. 5; 18 durch 2. 3. 3; 16 durch 2. 2. 4; 12 durch 2. 2. 3; 15 durch 3. 5; 24 durch 2. 3. 4.

Mithin muß die Zahl, die sich aus ihnen erzeugt, nothwendig eine Produktzahl von jedem einzelnen Nenner — eine durch jeden derselben ohne Rest theilbare Zahl sein. Sie heißt 720.

Aufgaben:

$^{8}/_{27}$, $^{13}/_{18}$, $^{17}/_{63}$, $^{23}/_{28}$, $^{20}/_{21}$, $^{7}/_{12}$.	Hauptnenner	= 756.
$^{7}/_{12}$, $^{23}/_{36}$. $^{17}/_{24}$, $^{5}/_{7}$, $^{19}/_{35}$, $^{17}/_{20}$.	"	= 2520.
$^{3}/_{16}$, $^{17}/_{24}$, $^{9}/_{14}$, $^{9}/_{10}$, $^{8}/_{9}$, $^{7}/_{8}$.	"	= 5040.
$^{3}/_{4}$, $^{7}/_{10}$, $^{11}/_{12}$, $^{5}/_{18}$, $^{2}/_{9}$, $^{1}/_{2}$.	"	= 180.
$^{1}/_{6}$, $^{7}/_{8}$, $^{4}/_{15}$, $^{7}/_{24}$, $^{5}/_{18}$, $^{3}/_{4}$.	"	= 360.
$^{3}/_{10}$, $^{4}/_{25}$, $^{5}/_{18}$, $^{2}/_{3}$, $^{7}/_{30}$, $^{11}/_{40}$.	"	= 1800.

Die Grundrechnungsarten mit Brüchen.

Addiren.

A. Mündlich.

Eine besondere Uebung im mündlichen Addiren gleichnamiger Brüche ist für unsere Schüler nicht mehr nöthig. Doch kann man sie, wenn die Zeit es gestattet, mit dem Verfahren bekannt machen, wodurch das Zusammenzählen größerer Brüche erleichtert wird. Z. E.

$$^{24}/_{25} + ^{23}/_{25} = ?$$

a. $^{24}/_{25} + ^{23}/_{25} = ^{24}/_{25} + ^{1}/_{25} + ^{22}/_{25} = 1^{22}/_{25}$.

b. $^{24}/_{25} + ^{23}/_{25} = (1 + 1) - (^{1}/_{25} + ^{2}/_{25}) = 2 - ^{3}/_{25} = 1^{22}/_{25}$.

$$^{17}/_{18} + ^{13}/_{18} + ^{11}/_{18} = ?$$

$^{17}/_{18} + ^{13}/_{18} = 1^{12}/_{18}$, $1^{12}/_{18} + ^{11}/_{18} = 1^{12}/_{18} + ^{6}/_{18} + ^{5}/_{18} = 2^{5}/_{18}$.

Um das Addiren ungleichnamiger Brüche zur Sicherheit und Fertigkeit zu bringen, so gebe man Aufgaben, wie folgt:

a. $^{5}/_{6} + ^{1}/_{2}$, $^{5}/_{6} + ^{2}/_{3}$, $^{5}/_{6} + ^{3}/_{4}$, $^{5}/_{6} + ^{4}/_{5}$, $^{5}/_{6} + ^{6}/_{7}$ 2c.
$^{11}/_{12} + ^{1}/_{2}$, $^{11}/_{12} + ^{2}/_{3}$, $^{11}/_{12} + ^{3}/_{4}$, $^{11}/_{12} + ^{4}/_{5}$, $^{11}/_{12} + ^{5}/_{6}$ 2c.

b. $12^{2}/_{3} + ^{3}/_{4}$, $5^{7}/_{8} + ^{10}/_{11}$; $7^{3}/_{4} + 13^{5}/_{8}$, $4^{4}/_{5} + 8^{11}/_{12}$ 2c.

Sprechform.

$^{5}/_{6} + ^{7}/_{9} = ?$ 6tel und 9tel geben 18tel; $^{1}/_{6} = ^{3}/_{18}$, $^{5}/_{6} = 5 \times 3$ od. $^{15}/_{18}$; $^{1}/_{9} = ^{2}/_{18}$, $^{7}/_{9} = 7 \times 2$ oder $^{14}/_{18}$; $^{15}/_{18} + ^{14}/_{18} = 1^{11}/_{18}$; also sind $^{5}/_{6} + ^{7}/_{9} = 1^{11}/_{18}$.

B. Schriftlich.

a. Gleichnamige Brüche.

Beispiel 1. $^{9}/_{17} + ^{12}/_{17} + ^{8}/_{17} + ^{15}/_{17} + ^{4}/_{17} + ^{16}/_{17} = ?$

Beispiel 2. $15^{11}/_{23} + 24^{17}/_{23} + 4 + 375^{22}/_{23} + ^{6}/_{23} = ?$

Ansatz und Berechnung.

1.

$^{9}/_{17}$	9	
$^{12}/_{17}$	12	
$^{8}/_{17}$	8	
$^{15}/_{17}$	15	
$^{4}/_{17}$	4	
$^{16}/_{17}$	16	
17	64	$3^{13}/_{17}$

2.

$15^{11}/_{23}$	11
$24^{17}/_{23}$	17
4	
$375^{22}/_{23}$	22
$^{6}/_{23}$	6
$420^{10}/_{23}$	$56 = 2^{10}/_{23}$.

Nr. 1 ist an sich klar. Bei Nr. 2 wurden zuerst die Brüche addirt; ihre Summe ist $^{56}/_{23} = 2^{10}/_{23}$. Die $^{10}/_{23}$ wurden unter die Brüche geschrieben, die 2 Ganzen den übrigen Ganzen zugezählt.

Aufgaben.

1) $^{3}/_{7} + ^{1}/_{7} + ^{4}/_{7} + ^{6}/_{7} + ^{2}/_{7} + ^{5}/_{7} = ?$ (3.)
2) Summire die Brüche von $^{1}/_{13}$ bis $^{12}/_{13}$! (6)
3) Addire die Brüche von $^{15}/_{37}$ bis $^{25}/_{37}$! ($5^{35}/_{37}$.)
4) $^{7}/_{23} + ^{9}/_{23} + ^{13}/_{23} + ^{18}/_{23} + ^{2}/_{23} + ^{21}/_{23} + ^{15}/_{23} + ^{12}/_{23} = ?$ Antwort: $4^{5}/_{23}$.
5) $4^{7}/_{24} + 9^{11}/_{24} + 12^{13}/_{24} + 1^{5}/_{24} + 18^{19}/_{24} + 36^{23}/_{24} = ?$ Antwort: $83^{1}/_{4}$.
6) $7^{2}/_{15} + 135^{7}/_{15} + ^{13}/_{13} + 428 + 48^{8}/_{15} + 3^{13}/_{15} = ?$ Antwort: $623^{13}/_{15}$.
7) $32^{7}/_{36} + 5^{17}/_{36} + 175^{23}/_{36} + ^{11}/_{36} + ^{35}/_{36} + 234^{25}/_{36} = ?$ Antwort: $449^{5}/_{18}$.
8) $5^{9}/_{48} + 27^{35}/_{48} + 750^{15}/_{48} + 2^{31}/_{48} + 36^{41}/_{48} + 97^{23}/_{48} = ?$ Antwort: $920^{5}/_{24}$.

b. Ungleichnamige Brüche.

Beispiel: Wie viel betragen $^{3}/_{4} + ^{2}/_{3} + ^{1}/_{2} + ^{4}/_{5}$?

Ausrechnung;

	60	
$^{3}/_{4}$	15	45
$^{2}/_{3}$	20	40
$^{1}/_{2}$	30	30
$^{4}/_{5}$	12	48
$2^{43}/_{60}$	60	$163 = 2^{43}/_{60}$.
		120
		43

4. 3. 2 5
3
15
4
Hauptnenner: 60

Aufgaben.

1) $\frac{7}{8} + \frac{3}{4} + \frac{19}{24} + \frac{5}{12} = ?$ ($2\frac{5}{6}$.)
2) $\frac{3}{4} + \frac{11}{12} + \frac{1}{2} + \frac{23}{24} + \frac{7}{8} + \frac{2}{3} + \frac{5}{6} = ?$ ($5\frac{1}{2}$.)
3) $\frac{5}{6} + \frac{4}{5} + \frac{3}{4} + \frac{7}{8} + \frac{9}{10} + \frac{11}{12} = ?$ ($5\frac{3}{40}$.)
4) $\frac{7}{20} + \frac{5}{6} + \frac{19}{36} + \frac{7}{8} + \frac{5}{12} + \frac{1}{2} = ?$ ($3\frac{181}{360}$.)
5) $\frac{4}{5} + \frac{2}{3} + \frac{7}{8} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} = ?$ ($3\frac{37}{40}$.)
6) $2\frac{2}{3} + 9\frac{4}{5} + 7\frac{7}{15} + 6\frac{7}{10} + 15\frac{5}{12} = ?$ ($42\frac{1}{20}$.)
7) $3\frac{5}{6} + 9\frac{5}{8} + 5\frac{7}{10} + 4\frac{1}{3} + 15\frac{5}{9} + 2\frac{1}{2} = ?$ ($41\frac{197}{360}$.)
8) Addire $19\frac{1}{2}$, $15\frac{3}{8}$, $27\frac{4}{5}$, $36\frac{7}{10}$, $38\frac{3}{4}$ u. $45\frac{5}{9}$! ($183\frac{49}{72}$.)
9) Wie heißt die Summe von $357\frac{3}{4}$, $75\frac{7}{10}$, $7592\frac{5}{6}$, $156\frac{7}{8}$ $365\frac{11}{12}$? Antwort: $8549\frac{3}{40}$.
10) Von vier Zahlen heißt die erste $27\frac{1}{2}$; die zweite ist um $4\frac{2}{5}$ größer; die dritte ist um $21\frac{5}{6}$ größer als die zweite, und die vierte ist um $15\frac{7}{8}$ größer als die dritte. Wie heißt die Summe dieser 4 Zahlen? ($27\frac{1}{2} + 31\frac{9}{10} + 53\frac{11}{15} + 69\frac{73}{120} = 182\frac{89}{120}$.)
11) Welche Zahl ist um $36\frac{7}{9} + 25\frac{4}{21}$ größer als $24\frac{5}{7} + 18\frac{1}{2}$? Antwort: $105\frac{23}{126}$.
12) Von einer Zahl nahm man nach einander $2\frac{5}{7} + 5\frac{5}{6} + 9\frac{1}{2} + 4\frac{11}{14}$ hinweg und behielt noch $26\frac{8}{21}$ übrig. Welches war die Zahl? Antwort: $49\frac{3}{14}$.

c. Benannte Brüche.

Wie viel betragen 5 Schff. $4\frac{4}{5}$ Mtz. + 7 Schff. $5\frac{2}{3}$ Mtz. + 9 Schff. $3\frac{3}{4}$ Mtz. + 12 Schff. $2\frac{1}{2}$ Mtz.?

	60		
5 Schff. $4\frac{4}{5}$ Mtz.	12	48	5. 3. 4. 2
7 „ $5\frac{2}{3}$ „	20	40	
9 „ $3\frac{3}{4}$ „	15	15	
12 „ $2\frac{1}{2}$ „	30	30	
35 Schff. $4\frac{43}{60}$ Mtz.	60	163	2
		120	
		43	

1) $19\frac{1}{2}$ Thlr. + $4\frac{3}{4}$ Thlr. + $\frac{5}{6}$ Thlr. + $7\frac{5}{8}$ Thlr. = $32\frac{17}{24}$ Thl.
2) $21\frac{7}{8}$ Ctr. + $27\frac{7}{12}$ Ctr. + $19\frac{2}{3}$ Ctr. + $48\frac{3}{5}$ Ctr. = $117\frac{29}{40}$ Ctr.
3) $361\frac{3}{4}$ fl. + $54\frac{9}{10}$ fl. + $118\frac{1}{6}$ fl. + $225\frac{7}{8}$ fl. = $760\frac{83}{120}$ fl.
4) $\frac{1}{2}$ Pfd. + 23 Lth. + $\frac{3}{4}$ Pfd. + 17 Lth. + $\frac{13}{16}$ Pfd. = 3 Pfd. 10 Lth.
5) Wie viele Ctr. und Pfd. sind: $22\frac{7}{8}$ Pfd. + $72\frac{2}{6}$ Pfd. + $87\frac{1}{2}$ Pfd. + $48\frac{3}{4}$ Pfd.? (2 Ctr. $31\frac{11}{24}$ Pfd.)
6) Ein Handelsmann verkauft in 1 Woche $26\frac{1}{2}$ Lth. + 18 Lth. + $24\frac{3}{4}$ Lth. + $15\frac{7}{8}$ Lth. + 20 Lth. 2 Qt. + $29\frac{2}{3}$ Loth + $30\frac{5}{6}$ Lth.; wie viel im Ganzen? (5 Pfd. $6\frac{1}{8}$ Loth.)
7) Ein Bauer erntete $36\frac{3}{4}$ Schck. + $12\frac{7}{12}$ Schck. + $45\frac{17}{20}$ Schck. + $18\frac{23}{30}$ Schock + $28\frac{4}{5}$ Schock Getreide, wie viel im Ganzen? Antwort: $142\frac{3}{4}$ Schock.

8) 32 fl. $24\frac{1}{2}$ kr.	9) 753 Ctr. $25\frac{1}{4}$ Pfd.	10) 7 Fdr. $4\frac{4}{5}$ Eim.
45 fl. $42\frac{3}{4}$ kr.	234 Ctr. $63\frac{7}{8}$ Pfd.	18 Fdr. $7\frac{3}{4}$ "
54 fl. $57\frac{5}{8}$ kr.	25 Ctr. $72\frac{9}{16}$ Pfd.	23 Fdr. $9\frac{2}{3}$ "
17 fl. $39\frac{2}{3}$ kr.	456 Ctr. $48\frac{1}{2}$ Pfd.	5 Fdr. $11\frac{1}{2}$ "
75 fl. $15\frac{7}{12}$ kr.	88 Ctr. $96\frac{23}{32}$ Pfd.	8 Fdr. $6\frac{5}{6}$ "
226 fl. $\frac{1}{8}$ kr.	1559 Ctr. $6\frac{29}{32}$ Pfd.	64 Fdr. $4\frac{11}{20}$ Eim.

11) 2 Rth. $4\frac{3}{4}$ Fß. + 8 Rth. $7\frac{7}{8}$ Fß. + 12 Rth. $8\frac{5}{9}$ + 24 Rth. $6\frac{1}{2}$ + 15 Rth. $9\frac{5}{12}$ Fß. = ? (64 Rth. $1\frac{7}{72}$ Fß.)

12) 4 Bll. $5\frac{3}{4}$ Rs. + 7 Bll. $8\frac{5}{6}$ Rs. + 5 Bll. $4\frac{3}{4}$ Rs. + 12 Bll. $6\frac{8}{9}$ Rs. = ? Antwort: 30 Bll. $6\frac{13}{180}$ Rs.

13) Ein Schüler hat 37 fl. 25 kr. $3\frac{1}{2}$ pf. + 124 fl. 43 kr. $2\frac{2}{3}$ pf. + 8 fl. 54 kr. $1\frac{3}{4}$ pf. + 365 fl. 36 kr. $3\frac{7}{8}$ pf. addirt und 536 fl. 40 kr. $3\frac{17}{24}$ pf. herausgebracht. Hat er richtig gerechnet? (Nein; 536 fl. 40 kr. $3\frac{19}{24}$ pf.)

14) 154 fl. 45 kr. $3\frac{3}{4}$ pf. + 72 fl. 17 kr. $2\frac{4}{5}$ pf. + 298 fl. 33 kr. $2\frac{5}{6}$ pf. + 346 fl. 28 kr. $3\frac{7}{8}$ pf. = ?

Antwort: 872 fl. 6 kr. $1\frac{31}{120}$.

15) 43 Ctr. 23 Pfd. 15 Lth. $3\frac{5}{7}$ Qt. + 27 Ctr. 81 Pfd. 9 Lth. $2\frac{7}{8}$ Qt. + 110 Ctr. 25 Pfd. 28 Lth. $\frac{8}{9}$ Qt. + 378 Ctr. 12 Pfd. 19 Lth. $1\frac{9}{10}$ Qt. = ? (559 Ctr. 43 Pfd. 9 Lth. $1\frac{953}{2520}$ Qt.

16) 8 Wch. 4 Tg. 18 Stdn. 28 Min. $48\frac{7}{12}$ Sek + 13 Wch. 6 Tg. 15 Stdn. 36 Min. 52 Sek. + 18 Wochen 5 Tg. 22 Stdn. 45 Min. 54 Sek + 25 Wch. 3 Tg. 15 Stdn. 42 Min. 38 Sek. = ? (Ein Jahr 15 Woch. 34 Min. $12\frac{7}{12}$ Sek.)

Subtrahiren.

A. Mündlich.

Das Verfahren in den hier vorkommenden Fällen, auch daß ungleichnamige Brüche erst gleichnamig zu machen sind, ist unsern Schülern schon bekannt. Wir können daher kurz sein.

$$4\frac{1}{5} - \frac{4}{5} = ?$$

a. Da sich $\frac{4}{5}$ von $\frac{1}{5}$ nicht ganz wegnehmen lassen, so denke ich mir $4\frac{1}{5}$ als $3 + 1\frac{1}{5} = 3\frac{6}{5}$; $3\frac{6}{5} - \frac{4}{5} = 3\frac{2}{5}$.

b. Ich ziehe die $\frac{4}{5}$ von 4 ab; $4\frac{1}{5} - \frac{4}{5} = 3\frac{1}{5} + \frac{1}{5}$ od. $3\frac{2}{5}$.

c. $\frac{4}{5} = \frac{1}{5} + \frac{3}{5}$; $4\frac{1}{5} - \frac{1}{5} = 4$, $4 - \frac{3}{5} = 3\frac{2}{5}$.

$$5\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4} = ?$$

a. $5\frac{1}{4} - 2 = 3\frac{1}{4}$; $3\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = 2\frac{2}{4}$ oder $2\frac{1}{2}$.

b. $5\frac{1}{4} = 4\frac{5}{4}$; $4\frac{5}{4} - 2\frac{3}{4} = 2\frac{2}{4}$ oder $2\frac{1}{2}$.

$$7\frac{4}{9} - \frac{5}{6} = ?$$

9tel und 6tel geben 18tel; $\frac{4}{9} = \frac{8}{18}$, und $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$; jetzt heißt es: $7\frac{8}{18} - \frac{15}{18}$; $7\frac{8}{18} = 6\frac{26}{18}$; $6\frac{26}{18} - \frac{15}{18} = 6\frac{11}{18}$.

Aufgaben.

a.	$\frac{17}{19} - \frac{12}{19}$	$8\frac{5}{12} - 3$	$4\frac{11}{12} - \frac{7}{12}$	$13\frac{7}{8} - 6\frac{3}{8}$
	$\frac{12}{13} - \frac{7}{13}$	$20\frac{7}{13} - 8$	$9\frac{24}{25} - \frac{19}{25}$	$15\frac{12}{13} - 8\frac{5}{13}$
	$\frac{46}{47} - \frac{25}{47}$	$25\frac{9}{14} - 13$	$8\frac{35}{36} - \frac{23}{36}$	$20\frac{17}{18} - 5\frac{13}{18}$
b.	$9 - \frac{13}{20}$	$8 - 4\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{5} - \frac{4}{5}$	$5\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4}$
	$4 - \frac{17}{25}$	$16 - 9\frac{7}{15}$	$8\frac{3}{7} - \frac{6}{7}$	$18\frac{1}{6} - 11\frac{5}{6}$
	$7 - \frac{41}{53}$	$25 - 8\frac{9}{20}$	$11\frac{3}{8} - \frac{7}{8}$	$30\frac{3}{19} - 16\frac{12}{19}$
c.	$\frac{11}{12} - \frac{25}{48}$	$7\frac{2}{3} - \frac{5}{9}$	$7\frac{4}{9} - \frac{4}{6}$	$12\frac{4}{7} - 4\frac{2}{3}$
	$\frac{24}{25} - \frac{3}{4}$	$4\frac{4}{5} - \frac{2}{3}$	$5\frac{2}{9} - \frac{3}{4}$	$20\frac{11}{11} - 8\frac{3}{4}$
	$\frac{19}{20} - \frac{11}{15}$	$8\frac{11}{12} - \frac{11}{18}$	$8\frac{3}{10} - \frac{13}{15}$	$32\frac{3}{16} - 9\frac{5}{12}$

Aufgaben verschiedener Art.

1) Um wie viel unterscheidet sich der Bruch $\frac{40}{63}$ von $1\frac{15}{63}$?

a. Ich sehe zu, wie viel man zu $\frac{40}{63}$ legen muß, um $1\frac{15}{63}$ zu erhalten.

b. Ich nehme $\frac{40}{63}$ von $1\frac{15}{63}$ weg, und sehe zu, was übrig bleibt.

2) Wie viel muß man zu $3\frac{3}{4}$ legen, um $9\frac{1}{4}$ zu erhalten?

$3\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 4$, $4 + 5\frac{1}{4} = 9\frac{1}{4}$; also muß man zu $3\frac{3}{4}$, um $9\frac{1}{4}$ zu bekommen, $\frac{1}{4} + 5\frac{1}{4} = 5\frac{1}{2}$ legen. (Was folgt hieraus?)

3) Wie groß ist der Unterschied zwischen $18\frac{9}{14}$ und $7\frac{11}{14}$?

4) Wie viel muß ich von 25 nehmen, daß $8\frac{23}{36}$ übrig bleibt?

a. Ich nehme von 25 nach und nach so viel weg, bis $8\frac{23}{36}$ bleibt.

b. Ich suche, wie viel ich zu $8\frac{23}{36}$ legen muß, um 25 zu erhalten.

c. Von 25 wird man, damit $8\frac{23}{36}$ übrig bleibt, so viel wegnehmen müssen, als was 25 größer ist, denn $8\frac{23}{36}$, und um dieß zu finden, ziehe ich $8\frac{23}{36}$ von 15 ab.

5) Wie viel ist $8\frac{5}{12} - \frac{1}{2} - \frac{2}{3}$ 2c.? — 6) Nimm von $1\frac{1}{3}$ die Summe von $\frac{1}{4} + \frac{1}{5}$ weg! — 7) Wie viel ist $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ weniger $\frac{3}{4}$? — 8) Wie groß ist der Unterschied zwischen $\frac{1}{6}$ u. $\frac{1}{9}$? zwischen $\frac{3}{5}$ u. $\frac{3}{8}$? — 9) Ich kenne zwei Zahlen: die eine ist um $5\frac{3}{4}$ größer als $8\frac{1}{2}$, und die andere ist um $5\frac{3}{4}$ kleiner als $8\frac{1}{2}$; wie heißen sie? — 10) Wie heißt die Zahl von der man $12\frac{4}{5}$ nahm und noch $25\frac{2}{3}$ übrig behielt? ($12\frac{4}{5} + 25\frac{2}{3}$.) — 11) Ich nehme einmal $5\frac{3}{5}$ fl. und einmal $8\frac{5}{6}$ fl. ein, wie viel im Ganzen? — 12) Davon gebe ich $9\frac{3}{4}$ fl. aus; wie viel bleibt mir übrig? — 13) Heinrich stand als Handwerksbursche während seiner 3jährigen Wanderung in München $1\frac{2}{3}$ Jahr und in Wien $1\frac{1}{5}$ Jahr in Arbeit; die übrige Zeit brachte er auf dem Wege zu. Wie lange stand er im Ganzen in Arbeit, und wie lange war er auf der Reise? — 14) Ein Bauer erntet $14\frac{5}{6}$ Schober Weizen und $18\frac{11}{15}$ Schober Kern, wie viel zusammen? — 14) Davon läßt er sogleich $8\frac{3}{4}$ Schober dreschen; wie viel bleibt übrig? —

B. Schriftlich.

a. Gleichnamige Brüche.

Ohne Borgen.

1) $^{123}/_{136} - ^{75}/_{136} = ?$ 2) $304^{81}/_{95} - 187 = ?$

Ansatz und Berechnung.

$^{123}/_{136}$	123
$^{75}/_{136}$	75
$^{6}/_{17}$	$\frac{48}{136} = \frac{6}{17}$

$$\begin{array}{r} 304^{81}/_{95} \\ 187\ - \\ \hline 117^{81}/_{95}. \end{array}$$

3) $304^{81}/_{95} - ^{48}/_{95} = ?$ 4) $304^{81}/_{95} - 187^{54}/_{95} = ?$

Ansatz und Berechnung:

$304^{81}/_{95}$	81
$-\ ^{48}/_{95}$	48
$304^{33}/_{95}$	33

$304^{81}/_{95}$	81
$187^{54}/_{95}$	54
$117^{27}/_{95}$	27

Aufgaben.

1) $^{23}/_{25} - ^{9}/_{25} = ^{14}/_{25}$. $^{125}/_{136} - ^{39}/_{136} = ^{9}/_{34}$.
$^{47}/_{50} - ^{28}/_{50} = ^{19}/_{50}$. $^{475}/_{503} - ^{392}/_{503} = ^{83}/_{503}$.
$^{91}/_{100} - ^{75}/_{100} = ^{4}/_{25}$. $^{2345}/_{7812} - ^{1978}/_{7812} = ^{367}/_{7812}$.

2) $47^{2}/_{3} - 29 = 18^{2}/_{3}$.
$72^{7}/_{8} - 48 = 24^{7}/_{8}$.
$93^{13}/_{15} - 75 = 18^{13}/_{15}$.
$25^{35}/_{36} - ^{18}/_{36} = 25^{17}/_{36}$.
$4^{75}/_{100} - ^{54}/_{100} = 4^{21}/_{100}$.

3) $32^{17}/_{18} - 15^{9}/_{18} = 17^{4}/_{9}$.
$63^{34}/_{45} - 36^{27}/_{45} = 27^{7}/_{45}$.
$123^{95}/_{96} - 87^{59}/_{96} = 36^{3}/_{8}$.
$375^{210}/_{312} - 294^{172}/_{312} = 81^{19}/_{156}$.
$748^{364}/_{365} - 478^{287}/_{365} = 261^{77}/_{365}$.

Mit Borgen.

1) $17 - ^{365}/_{721} = ?$ 2) $372 - 185^{17}/_{28} = ?$

Berechnung:

17.	721
$-\ ^{365}/_{721}$	365
$16\ ^{356}/_{721}$	356

3.7.2	28
$185^{17}/_{28}$	17
$186^{11}/_{28}$	11

3) $19^{141}/_{641} - ^{573}/_{641} = ?$ 4) $543^{73}/_{101} - 345^{97}/_{101} = ?$

Berechnung:

$19.\,^{151}/_{641}$	641	$5.4.3.\,^{73}/_{101}$	101
	151		73
	792		174
$-\,^{573}/_{641}$	573	$345\,^{97}/_{101}$	97
$18\,^{219}/_{641}$	219	$197\,^{77}/_{101}$	77

Aufgaben:

4) $1 - {}^{7}/_{15} = {}^{8}/_{15}$.
$1 - {}^{36}/_{54} = {}^{1}/_{3}$.
$1 - {}^{148}/_{814} = {}^{333}/_{407}$.
$4 - {}^{1724}/_{2000} = 3\,^{69}/_{500}$.
$36 - {}^{3456}/_{4000} = 35\,^{17}/_{125}$.
$100 - {}^{8765}/_{10000} = 99\,^{247}/_{2000}$.

5) $132 - 16\,^{13}/_{18} = 115\,^{5}/_{18}$.
$180 - 125\,^{43}/_{75} = 54\,^{32}/_{75}$.
$71 - 17\,^{58}/_{63} = 53\,^{5}/_{63}$.
$324 - 189\,^{73}/_{120} = 134\,^{47}/_{120}$.
$752 - 375\,^{372}/_{700} = 376\,^{82}/_{175}$.
$1000 - 721\,^{5794}/_{10000} = 278\,^{2103}/_{5000}$.

6) $8\,^{1}/_{5} - {}^{4}/_{5} = 7\,^{2}/_{5}$.
$15\,^{3}/_{8} - {}^{7}/_{8} = 14\,^{1}/_{2}$.
$3\,^{17}/_{31} - {}^{28}/_{21} = 2\,^{20}/_{31}$.
$71\,^{15}/_{92} - {}^{84}/_{92} = 70\,^{1}/_{4}$.
$64\,^{39}/_{141} - {}^{123}/_{141} = 63\,^{19}/_{47}$.
$1\,^{321}/_{725} - {}^{546}/_{725} = {}^{20}/_{29}$.

7) $24\,^{3}/_{8} - 6\,^{7}/_{8} = 17\,^{1}/_{2}$.
$6\,^{3}/_{17} - 3\,^{15}/_{17} = 2\,^{5}/_{17}$.
$15\,^{13}/_{25} - 8\,^{24}/_{25} = 6\,^{14}/_{25}$.
$36\,^{2}/_{9} - 17\,^{7}/_{9} = 18\,^{4}/_{9}$.
$72\,^{25}/_{48} - 27\,^{43}/_{48} = 44\,^{5}/_{8}$.
$40\,^{43}/_{72} - 8\,^{65}/_{72} = 31\,^{25}/_{36}$.

8) Um wie viel ist $10\,^{7}/_{15}$ größer, als $8\,^{13}/_{15}$? (Um $1\,^{3}/_{5}$.)
9) Um wie viel ist $25\,^{14}/_{17}$ kleiner, als $52\,^{9}/_{17}$? (Um $26\,^{12}/_{17}$.)
10) Wie viel beträgt der Unterschied zwischen $372\,^{27}/_{43}$ und $294\,^{42}/_{43}$? ($77\,^{28}/_{43}$.)
11) Vermindere die Zahl $94\,^{43}/_{400}$ um $49\,^{325}/_{400}$! ($44\,^{59}/_{200}$.)
12) Suche die Zahl, welche um $3742\,^{432}/_{503}$ kleiner ist als $80000\,^{234}/_{503}$! ($76257\,^{305}/_{503}$.)

b. Ungleichnamige Brüche.

1) ${}^{47}/_{48} - {}^{53}/_{84} = ?$

Ansatz und Berechnung.

	336	
$^{47}/_{48}$	7	329
$^{53}/_{84}$	4	212
$^{39}/_{112}$		117

$\frac{117}{336} = {}^{39}/_{112}$

12	48.	84.	28
	4.	7	12
			56
			28
		Hauptnenner:	336

2) $27\frac{5}{8} - \frac{19}{20} = ?$ 3) $125\frac{5}{9} - 84\frac{41}{45} = ?$

Ausrechnung:

	40	
		40
$27\frac{5}{8}$	5	25
		65
$-\frac{19}{20}$	2	38
$26\frac{27}{40}$		27

	45	
		45
$125.\frac{5}{9}$	5	25
		70
$84\frac{41}{45}$	1	41
$40\frac{29}{45}$		29

Aufgaben.

1) $\frac{17}{18} - \frac{7}{12} = \frac{13}{36}$.
$\frac{31}{32} - \frac{3}{8} = \frac{19}{32}$.
$\frac{63}{64} - \frac{9}{40} = \frac{243}{320}$.
$\frac{3}{4} - \frac{15}{28} = \frac{3}{14}$.
$\frac{4}{5} - \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$.
$\frac{19}{20} - \frac{5}{6} = \frac{7}{60}$.

2) $\frac{48}{51} - \frac{9}{17} = \frac{7}{17}$.
$\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{1}{12}$.
$\frac{19}{20} - \frac{7}{8} = \frac{3}{40}$.
$\frac{75}{96} - \frac{11}{24} = \frac{31}{96}$.
$\frac{31}{35} - \frac{23}{28} = \frac{9}{140}$.
$\frac{57}{60} - \frac{17}{40} = \frac{21}{40}$.

3) $3\frac{2}{3} - \frac{23}{36} = 3\frac{1}{36}$. $125\frac{1}{2} - \frac{26}{27} = 124\frac{29}{54}$.
$24\frac{1}{12} - \frac{9}{10} = 23\frac{11}{60}$. $388\frac{34}{35} - \frac{7}{8} = 388\frac{27}{280}$.
$64\frac{5}{6} - \frac{13}{16} = 64\frac{1}{48}$. $720\frac{6}{7} - \frac{41}{42} = 719\frac{37}{42}$.

4) $204\frac{13}{21} - 78\frac{34}{63} = 126\frac{5}{63}$. $875\frac{5}{8} - 479\frac{17}{92} = 396\frac{81}{184}$.
$301\frac{2}{17} - 84\frac{3}{34} = 217\frac{1}{34}$. $654\frac{15}{16} - 456\frac{14}{15} = 198\frac{1}{240}$.

5) $24\frac{2}{3} - 19\frac{13}{18} = 4\frac{17}{18}$. $93\frac{5}{6} - 39\frac{14}{15} = 53\frac{9}{10}$.
$101\frac{3}{4} - 34\frac{21}{22} = 66\frac{35}{44}$. $210\frac{5}{7} - 120\frac{8}{9} = 89\frac{52}{63}$.

6) $615\frac{27}{80} - 516\frac{7}{12} = 98\frac{181}{240}$. $364\frac{7}{48} - 48\frac{31}{36} = 315\frac{41}{144}$.
$750\frac{9}{55} - 8\frac{19}{22} = 741\frac{3}{10}$. $1001\frac{23}{32} - 999\frac{47}{56} = 1\frac{197}{224}$.

7) $(375\frac{5}{6} + 84\frac{7}{8} + 38\frac{3}{4}) - 259\frac{11}{12} = 239\frac{13}{24}$.
8) $2345\frac{2}{9} - (478\frac{3}{4} + 579\frac{5}{6} + 784\frac{2}{3}) = 501\frac{35}{36}$.
9) $(742\frac{5}{6} + 209\frac{5}{8} + 78\frac{5}{9}) - (125\frac{3}{4} + 364\frac{11}{12}) = 540\frac{25}{72}$.
10) $(785\frac{4}{5} - 389\frac{8}{9}) + (4000\frac{7}{12} - 2345\frac{11}{16}) = 2050\frac{581}{720}$
11) $(43\frac{5}{8} + 342\frac{4}{5}) - (1000\frac{7}{15} - 876\frac{7}{12}) = 262\frac{13}{24}$.
12) $(24\frac{1}{2} - 18\frac{7}{10}) - (272\frac{9}{20} - 269\frac{9}{15}) = 2\frac{19}{20}$.

c. Benannte Brüche.

Beispiel: 12 Fdr. $4\frac{7}{8}$ Eimer = 8 Fdr. $9\frac{4}{5}$ Eim. = ?

	40	
12 Fdr. $4\frac{7}{8}$ Eim.	5	35
8 " $9\frac{4}{5}$ "	8	32
3 Fdr. $7\frac{3}{40}$ Eim.		3

1) Von $48\frac{3}{4}$ fl. werden $27\frac{4}{5}$ fl. ausgegeben; wie viel bleibt? Antwort: $20\frac{19}{20}$ fl.

2) Von $72\frac{1}{2}$ Ctr. werden $34\frac{7}{8}$ Ctr verkauft; was bleibt Rest? Antwort: $37\frac{5}{8}$ Ctr.

3) Eine Kiste wiegt gefüllt $34\frac{3}{4}$ Pfd., leer 8 Pfd. 28 Lth.; wie viel beträgt das Gewicht der Waare? ($25\frac{7}{8}$ Pfd.)

4) Von 3 Fdr. $8\frac{5}{6}$ Eimer werden 2 Fdr. $9\frac{3}{4}$ Eimer abgegeben. Wie viel beträgt der Rest? ($11\frac{1}{12}$ Eimer.)

5) Es hinterläßt Jemand 13728 fl. $28\frac{1}{4}$ kr. an liegenden und 986 fl. $45\frac{3}{4}$ kr. an beweglichen Gütern. Darauf haften aber 7485 fl. $52\frac{3}{4}$ kr. Schulden. Wie viel bleibt nach Abzug der Schulden übrig? (7229 fl. $21\frac{1}{4}$ kr.)

6) Von 10000 fl. sind nur noch 3472 fl. $47\frac{7}{8}$ kr. da. Wie viel wurde ausgegeben? (6527 fl. $12\frac{1}{8}$ kr.)

7) Von 74 Schff. wurden 36 Schff. $4\frac{1}{2}$ Metzen verkauft und 8 Schff. 5 Mtz. $12\frac{1}{2}$ Ms. sind noch vorräthig Das Uebrige wurde verbraucht. Wie viel beträgt dieß? (28 Schff. 1 Mtz. $11\frac{1}{2}$ Ms.)

8) Von einer 125 Rth. $8\frac{2}{3}$ Fuß langen Strecke Chaussee sind bereits 68 Rth. $9\frac{3}{4}$ Fuß neuhergestellt. Wie viel ist noch zu machen? (56 Rth. $10\frac{11}{12}$ Fuß.)

9) Es kauft Jemand 75 Pfd. Seife. Nach einiger Zeit wiegt dieselbe noch 68 Pfd. $23\frac{1}{2}$ Lth. Um wie viel ist sie eingetrocknet? Antwort: Um 6 Pfd. $8\frac{1}{2}$ Lth.

10) Die Höhe eines 3stockigen Hauses beträgt 64 Fuß $6\frac{3}{4}$ Zoll. Das erste Stockwerk mißt 20 Fuß $8\frac{1}{2}$ Zoll, das zweite 16 Fß. $4\frac{2}{3}$ Zoll, das dritte 12 Fuß $9\frac{3}{4}$ Zoll Wie hoch ist das Dach? Antwort: 14 Fuß $7\frac{5}{6}$ Zoll.

11) Zwei liefen um die Wette. Der eine erreichte das Ziel nach 3 Stunden $57\frac{17}{20}$ Minuten, der Andere nach 4 Stunden $1\frac{9}{10}$ Min. Um wie viel kam dieser später an? ($4\frac{1}{20}$ Minute.)

12) Ein Mann starb in einem Alter von 81 J. 8 Mon. 20 Tg. 12 St. $8\frac{7}{15}$ Min., dessen Frau in einem Alter von 75 J. 10 M. 15 Tg. 18 St. $45\frac{3}{4}$ Min. Wie viel ist jener älter geworden als diese? (5 J. 10 Mon. 4 Tg. 17 St. $22\frac{43}{60}$ Min.)

Multipliciren.

Multipliciren heißt, dem Wortsinne nach, vervielfachen. Die Zahl 4 durch 3 multipliciren heißt suchen, wie viel das 3fache von 4 beträgt. Um das 3fache von 4 zu erhalten, so müssen wir die 4 dreimal nehmen. Daher heißt multipliciren auch eine gegebene Zahl so oftmal nehmen, als eine andere anzeigt. In unserm Beispiele zeigt die 3 an, daß die 4 dreimal, nämlich 1 mal + 1 mal + 1 mal, also eben so oft genommen werden soll, als man 1 nehmen muß, um 3 zu erhalten. Und demgemäß kann man auch sagen: multipliciren

heißt aus dem Multiplikanden eine neue Zahl so entstehen lassen, wie der Multiplikator aus der Eins entsteht. Die erste dieser drei Erklärungen entspricht nur dann der Sache, wenn der Multiplikator eine ganze Zahl ist; denn nur in diesem Falle ist das Produkt ein (reines) Vielfaches von dem Multiplikanden. Die beiden anderen Erklärungen passen für alle Fälle; unter ihnen ist es aber wieder die letztere, welche die Operation am bestimmtesten bezeichnet.

Uebersicht der verschiedenen Fälle.

$12 \times {}^7/_8$	${}^3/_4 \times 5$	${}^3/_4 \times {}^2/_3$	${}^3/_4 \times 5^1/_2$
$4 \times 9^5/_6$	$6^4/_5 \times 8$	$4^4/_6 \times {}^3/_8$	$5^2/_3 \times 3^3/_4$.

A. Mündlich.

1) Der Multiplikator eine ganze Zahl.

Beispiel 1. 12 mal ${}^7/_8 = ?$

a. $12 \times {}^7/_8 = {}^{84}/_8$; ${}^{84}/_8 = 10^4/_8 = 10^1/_2$.

b. $12 \times {}^1/_8 = {}^{12}/_8 = 1^1/_2$; $12 \times {}^7/_8 = 7 \times 1^1/_2 = 7 + 3^1/_2 = 10^1/_2$.

c. $12 \times {}^7/_8 = 12 \times 1 - 12 \times {}^1/_8 = 12 - 1^1/_2 = 10^1/_2$.

Aus der Berechnung mehrerer derartiger Aufgaben wird sich ergeben, daß die Weise a am besten angewendet wird, wenn der Multiplikator eine kleinere Zahl ist, die Weise b, wenn der Multiplikator eine größere Zahl ist, und die Weise c, wenn der Bruch der Einheit 1 sehr nahe kommt.

Beispiel 2. 4mal $9^5/_6 = ?$

a. $4 \times 9^5/_6 = 4 \times 9 + 4 \times {}^5/_6 = 36 + 3^1/_3 = 39^1/_3$.

b. $4 \times 9^5/_6 = 4 \times 10 - 4 \times {}^1/_6 = 40 - {}^2/_3 = 39^1/_3$.

$11 \times {}^2/_3$	$4 \times {}^5/_9$	$8 \times 4^2/_6$	$12 \times 7^5/_6$
$96 \times {}^2/_3$	$64 \times {}^5/_9$	$5 \times 7^1/_2$	$18 \times 4^5/_{12}$
$36 \times {}^{11}/_{12}$	$64 \times {}^8/_9$	$9 \times 8^6/_7$	$24 \times 3^{15}/_{16}$ 2c.

2) Der Multiplikand eine ganze Zahl.

Beispiel 1. ${}^1/_4$ mal $11 = ?$

${}^1/_4 \times 1$ ist so viel als der 4 Theil von 1; also ist ${}^1/_4 \times 1 = {}^1/_4$, ${}^1/_4 \times 2 = {}^2/_4$, ${}^1/_4 \times 3 = {}^3/_4$, und ${}^1/_4 \times 11 = {}^{11}/_4$ oder $2^3/_4$.

Beispiel 2. ${}^3/_4$ mal $11 = ?$

Um ${}^3/_4$ zu erhalten, so nehme ich entweder $3 \times {}^1/_4$ von 1, oder ich nehme ${}^1/_4$ von 3×1; und um ${}^3/_4 \times 11$ zu erhalten, so nehme ich entweder $3 \times {}^1/_4$ von 11, oder ich nehme ${}^1/_4$ von 3×11.

a. $^1/_4 \times 11 = {}^{11}/_4$; $^3/_4 \times 11 = 3 \times {}^{11}/_4 = {}^{33}/_4$ oder $8^1/_4$.
b. $3 \times 11 = 33$; $^3/_4 \times 11 = {}^1/_4 \times 33 = {}^{33}/_4$ oder $8^1/_4$.

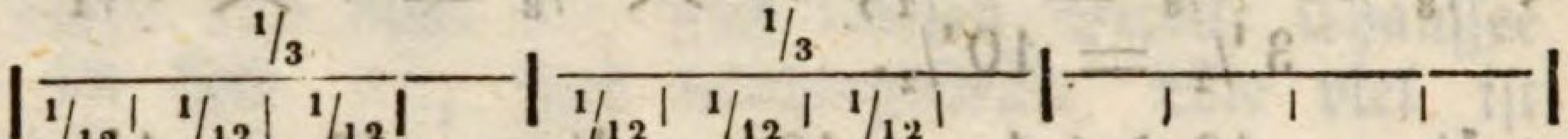
Anm. Von $^3/_4$ wird bei Aufl. a der Zähler, bei Aufl. b der Nenner betont. Man halte darauf. Die richtige Betonung fördert das Verständniß auch beim Rechnen.

$^1/_3 \times 17 = ?$	$^2/_3 \times 8 = ?$	$6^4/_5 \times 8 = ?$
$^1/_8 \times 25 = ?$	$^7/_8 \times 5 = ?$	$4^3/_8 \times 12 = ?$
$^1/_5 \times 32 = ?$	$^4/_5 \times 12 = ?$	$8^2/_3 \times 7 = ?$
2c.	2c.	2c.

Wie man $6^4/_5 \times 8$ rechnet, ist schon aus dem Vorhergehenden ersichtlich. $4 \times 9^5/_6 = 4 \times 9 + 4 \times {}^5/_6$; ebenso ist $6^4/_5 \times 8 = 6 \times 8 + {}^4/_5 \times 8$.

3) Multiplikator und Multiplikand sind oder haben Brüche.

Beispiel 1. $^3/_4$ mal $^2/_3 = ?$



Ausr. $^1/_4 \times {}^1/_3$ oder $^1/_4$ von $^1/_3 = {}^1/_{12}$;
$^3/_4 \times {}^1/_3$ oder $^3/_4$ von $^1/_3 = {}^3/_{12}$;
$^3/_4 \times {}^2/_3$ oder $^3/_4$ von $^2/_3 = 2 \times {}^3/_{12}$ oder $^6/_{12} = {}^1/_2$.

$^1/_2 \times {}^1/_6$	$^1/_3 \times {}^2/_3$	$^2/_3 \times {}^1/_8$	$^4/_5 \times {}^3/_4$
$^1/_7 \times {}^1/_5$	$^1/_5 \times {}^7/_8$	$^7/_9 \times {}^1/_4$	$^5/_6 \times {}^4/_5$
$^1/_3 \times {}^1/_8$	$^1/_3 \times {}^4/_5$	$^5/_{12} \times {}^1/_6$	$^5/_7 \times {}^2/_3$
2c.	2c.	2c.	2c.

Beispiel 2. $2^2/_5$ mal $3^3/_4 = ?$
(Mündlich und schriftlich.)

Aufl. a. $2^2/_5 \times 3^3/_4 = 2 \times 3^3/_4 + {}^2/_5 \times 3^3/_4$.

Ausr. $2 \times 3^3/_4 = 2 \times 3 = 6$
$+ 2 \times {}^3/_4 = 1^1/_2$; $6 + 1^1/_2 = 7^1/_2$;
$^2/_5 \times 3^3/_4 = {}^2/_5 \times 3 = 1^1/_5$; $7^1/_2 + 1^1/_5 = 8^7/_{10}$;
$+ {}^2/_5 \times {}^3/_4 = {}^3/_{10}$; $8^7/_{10} + {}^3/_{10} = 9.$

$2^2/_5 \times 3^3/_4 = 9.$

Aufl. b. $2^2/_5 = {}^{12}/_5$, und $3^3/_4 = {}^{15}/_4$; also ist $2^2/_5 \times 3^3/_4 = {}^{12}/_5 \times {}^{15}/_4$.

Ausr. $^1/_5 \times {}^1/_4 = {}^1/_{20}$;
$^1/_5 \times {}^{15}/_4 = {}^{15}/_{20} = {}^3/_4$;
$^{12}/_5 \times {}^{15}/_4 = 12 \times {}^3/_4 = 9.$

Diese Beispiele genügen. Aus ihnen ist deutlich genug zu ersehen, wie auch die beiden übrigen Fälle zu behandeln sind.

$3\frac{1}{2}$ mal $\frac{2}{3}$;	$\frac{2}{3}$ mal $1\frac{1}{2}$;	$1\frac{1}{2}$ mal $1\frac{1}{2}$;
$8\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$;	$\frac{5}{6} \times 10\frac{2}{3}$;	$2\frac{2}{3} \times 2\frac{2}{3}$:
$15\frac{4}{5} \times \frac{3}{10}$;	$\frac{3}{7} \times 25\frac{3}{4}$:	$3\frac{3}{4} \times 4\frac{4}{5}$;
$20\frac{7}{8} \times \frac{3}{4}$;	$\frac{7}{10} \times 18\frac{4}{5}$;	$5\frac{5}{6} \times 6\frac{7}{9}$.
2c.	2c.	2c.

(Vermischte Aufgaben.)

1) Suche die Zahl, welche 15mal so groß ist als $\frac{3}{4}$? — 2) Wie heißt das 24fache von $\frac{11}{12}$? von $\frac{17}{18}$? — 3) Wie viel ist $\frac{1}{2}$ mal $\frac{2}{3}$ mal $\frac{3}{4}$? — 4) Wie groß ist das $4\frac{3}{4}$fache von 16? — 5) Ich habe $\frac{1}{4}$ von einer Zahl gesucht und $9\frac{7}{8}$ erhalten; wie heißt die getheilte Zahl? (4mal $9\frac{7}{8}$.) — 6) Welche Zahl ist $\frac{3}{8}$ mal so groß als $20\frac{1}{2}$? — 7) Die Zahl $6\frac{2}{5}$ ist 12 mal in welcher Zahl enthalten? — 8) Was ist mehr: 1 mal 36, oder $\frac{8}{9}$ mal 36? (Warum?) — 9) Was ist mehr: 1mal 1, oder $\frac{3}{4}$mal $\frac{3}{4}$? (Warum?) 10) $25\frac{3}{7}$ ist der 5te Theil von welcher Zahl? — 11) Wie viel ist $(\frac{4}{5} \times \frac{4}{5}) + (\frac{5}{6} \times \frac{5}{6})$? — 12) Wie heißt der Unterschied zwischen $6 \times \frac{7}{8}$ und $\frac{3}{4} \times 16$?

Aufgaben mit der angewandten Zahl siehe „Kopf- oder Denkrechnen" des Verf. S. 12 — 14. In einigen besonderen Stunden, also neben dem Zifferrechnen.

B. Schriftlich.

1) Brüche und gemischte Zahlen durch ganze Zahlen.

Beispiel 1. 9mal $\frac{15}{16}$ = ?

$$9 \times \frac{15}{16} = \frac{135}{16} = 8\frac{7}{16}.$$

```
       15
        9
16 | 135 | 8
     128
       7
```

Beispiel 2. 18mal $25\frac{12}{13}$ = ?

a. $18 \times 25\frac{12}{13} = 18 \times 25 + 18 \times \frac{12}{13}$.

Ausrechnung:

```
 25          12            450
 18          18          +16 8/13
---         ---          --------
200          96           466 8/13.
 25          12
---         ---
450    13 | 216 | 16 8/13.
```

b. Ich richte die gemischte Zahl ein.

$$\begin{array}{r} 25\,^{12}/_{13} \\ 13 \\ \hline 75 \\ 25 \\ +12 \\ \hline 337 \text{ (13tel.)} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 337 \text{ (13tel)} \\ 18\times \\ \hline 2696 \\ 337 \\ \hline 13 \mid 6066 \mid 466\,^{8}/_{13}. \end{array}$$

Aufgaben:

1)		2)	
8 mal $^{11}/_{12} = 7\,^{1}/_{3}$.		3mal $8\,^{5}/_{6} = 26\,^{1}/_{2}$.	
$6 \times {}^{14}/_{15} = 5\,^{3}/_{5}$.		$5 \times 12\,^{3}/_{4} = 63\,^{3}/_{4}$.	
$7 \times {}^{23}/_{24} = 6\,^{17}/_{24}$.		$2 \times 48\,^{7}/_{8} = 97\,^{3}/_{4}$.	
$4 \times {}^{13}/_{36} = 3\,^{4}/_{9}$.		$8 \times 75\,^{11}/_{12} = 607\,^{1}/_{3}$.	
$9 \times {}^{43}/_{45} = 8\,^{3}/_{5}$.		$6 \times 36\,^{17}/_{18} = 221\,^{2}/_{3}$.	
$12 \times {}^{8}/_{9} = 10\,^{2}/_{3}$.		$15 \times 32\,^{1}/_{2} = 487\,^{1}/_{2}$.	
$36 \times {}^{5}/_{7} = 25\,^{5}/_{7}$.		$27 \times 54\,^{2}/_{3} = 1476$.	
$25 \times {}^{7}/_{8} = 21\,^{7}/_{8}$.		$32 \times 96\,^{13}/_{16} = 3098$.	
$42 \times {}^{15}/_{16} = 39\,^{3}/_{8}$.		$48 \times 124\,^{4}/_{5} = 5990\,^{2}/_{5}$.	
$63 \times {}^{23}/_{25} = 57\,^{24}/_{25}$.		$72 \times 89\,^{7}/_{24} = 6429$.	

2) Ganze und gemischte Zahlen durch Brüche.

Beispiel 1. $^{17}/_{18}$ mal $75 = ?$

Aufl. Um $^{17}/_{18} \times 75$ zu erhalten, so nehme ich entweder 17mal den 18. Theil von 75, oder ich nehme den 18. Theil von 17×75. Ich thue das Letztere.

$$^{17}/_{18} \times 75 = \frac{1275}{18} = 70\,^{5}/_{6}.$$

Denk- od. Sprechweise: $17 \times 75 = 1275$; $^{17}/_{18} \times 75 = \frac{1275}{18} = 70\,^{5}/_{6}$.

Beispiel 2. $15\,^{9}/_{14}$ mal $64 = ?$

a. Ich rechne $15 \times 64 + {}^{9}/_{14} \times 64$. $(= 960 + 41\,^{1}/_{7} = 1001\,^{1}/_{7}.)$

b. Ich richte die gemischte Zahl ein. $(= {}^{219}/_{14} \times 64.)$

3)	4)
$^{2}/_{3}$ mal $25 = 16\,^{2}/_{3}$.	$7\,^{1}/_{2}$ mal $8 = 60$.
$^{3}/_{4} \times 32 = 24$.	$3\,^{7}/_{8} \times 32 = 124$.
$^{4}/_{5} \times 42 = 33\,^{3}/_{5}$.	$1\,^{15}/_{16} \times 48 = 93$.
$^{5}/_{6} \times 75 = 62\,^{1}/_{2}$.	$6\,^{7}/_{9} \times 21 = 142\,^{1}/_{3}$.
$^{7}/_{8} \times 96 = 84$.	$8\,^{12}/_{25} \times 30 = 254\,^{2}/_{5}$.
$^{9}/_{10} \times 125 = 112\,^{1}/_{2}$.	$16\,^{8}/_{13} \times 78 = 1296$.
$^{13}/_{24} \times 234 = 126\,^{3}/_{4}$.	$24\,^{9}/_{22} \times 55 = 1342\,^{1}/_{2}$.
$^{27}/_{38} \times 375 = 266\,^{17}/_{38}$.	$37\,^{5}/_{14} \times 98 = 3661$.
$^{43}/_{54} \times 480 = 382\,^{2}/_{9}$.	$46\,^{8}/_{9} \times 108 = 5064$.
$^{74}/_{75} \times 1000 = 986\,^{2}/_{3}$.	$72\,^{2}/_{5} \times 360 = 26064$.

3) Brüche und gemischte Zahlen durch Brüche und gemischte Zahlen.

Beispiel 1. $^6/_7$ mal $^4/_5$ = ?

Ausr. $^1/_7 \times {^1/_5} = \frac{1}{7 \times 5} = \frac{1}{35}.$

$$^6/_7 \times {^4/_5} = \frac{6 \times 4}{7 \times 5} = \frac{24}{35}.$$

Denk- oder Sprechweise: $^1/_7 \times {^1/_5}$ ist der 7. Theil von $^1/_5$. Theile ich $^1/_5$ in 7 gleiche Theile, so entstehen aus dem Ganzen 7×5 oder 35 Theile, also 35stel; $^1/_7 \times {^1/_5}$ ist daher $^1/_{35}$. Ist $^1/_7 \times {^1/_5} = {^1/_{35}}$, so sind $^6/_7 \times {^4/_5} = 6 \times 4$ oder $^{24}/_{35}$.

Anm. Man halte darauf, daß der Schüler, diesem Gedankengange entsprechend, eine Zeitlang die Nenner vor den Zählern miteinander multiplicire. Es geht ihm so leichter, mit der Operation die richtige Vorstellung zu verbinden.

Beispiel 2. $^{25}/_{28}$ mal $^{21}/_{40}$ = ?

$$\frac{25}{28} \times \frac{21}{40} = \frac{525}{1120} \overset{5}{\Big|} \frac{105}{224} \overset{7}{\Big|} \frac{15}{32}.$$

Begreiflich ist es gleichviel, ob man zuerst die gegebenen Brüche miteinander multiplicirt und nachher das Ergebniß kürzt, oder ob man zuerst die Faktoren des Zählers gegen die Faktoren des Nenners hebt und hernach die Multiplikation vollzieht. Für die Berechnung aber ist Letzteres von großem Vortheil: die Hebezahl wird leichter erkannt, das Heben selbst bequemer ausgeführt und die Multiplikation, wenn sie noch nöthig ist, vereinfacht. Wir heben daher zuerst 25 und 40 durch 5, und 28 und 21 durch 7 gegen einander auf; dann vollziehen wir die Multiplikation.

$$\frac{\overset{5}{\cancel{25}} \times \overset{3}{\cancel{21}}}{\underset{4}{\cancel{28}} \times \underset{8}{\cancel{40}}} = \frac{15}{32}$$

5) $^2/_3 \times {^3/_4} = {^1/_2}$.
$^4/_5 \times {^5/_6} = {^2/_3}$.
$^6/_7 \times {^7/_8} = {^3/_4}$.
$^7/_{10} \times {^8/_9} = {^{28}/_{45}}$.
$^5/_{12} \times {^7/_{16}} = {^{35}/_{192}}$.
$^{19}/_{20} \times {^{18}/_{25}} = {^{171}/_{250}}$.
$^{36}/_{60} \times {^{51}/_{70}} = {^{153}/_{350}}$.
$^{25}/_{28} \times {^{27}/_{50}} = {^{27}/_{56}}$.
$^{45}/_{46} \times {^{11}/_{12}} = {^{165}/_{184}}$.
$^{35}/_{36} \times {^{74}/_{75}} = {^{259}/_{270}}$.

Beispiel 3. $31^1/_9 \times {^{15}/_{16}}$, wie viel?

Ansatz und Berechnung:

$$\frac{31^1/_9}{\frac{280}{9}} \times \frac{15}{16} = \frac{\overset{35}{\cancel{280}} \times \overset{5}{\cancel{15}}}{\underset{3}{\cancel{9}} \times \underset{2}{\cancel{16}}} = \frac{175}{6} = 29^1/_6.$$

6) $3\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = 2\frac{3}{4}$.
$4\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = 3\frac{4}{5}$.
$9\frac{7}{8} \times \frac{5}{6} = 8\frac{11}{48}$.
$33\frac{4}{5} \times \frac{5}{13} = 13$.
$3\frac{3}{8} \times \frac{8}{27} = 1$.
$5\frac{17}{18} \times \frac{19}{365} = \frac{2033}{6570}$.
$6\frac{1}{3} \times \frac{7}{9} = 4\frac{25}{27}$.
$7\frac{3}{5} \times \frac{12}{19} = 4\frac{76}{95}$.
$24\frac{1}{2} \times \frac{7}{8} = 21\frac{7}{16}$.
$36\frac{5}{6} \times \frac{3}{100} = 1\frac{21}{200}$.

7) $\frac{5}{8} \times 1\frac{1}{2} = \frac{15}{16}$.
$\frac{9}{11} \times 3\frac{3}{4} = 3\frac{3}{44}$.
$\frac{13}{16} \times 8\frac{7}{8} = 7\frac{27}{128}$.
$\frac{2}{3} \times 12\frac{4}{5} = 8\frac{8}{15}$.
$\frac{3}{4} \times 16\frac{5}{6} = 12\frac{5}{8}$.
$\frac{17}{18} \times 4\frac{2}{3} = 4\frac{11}{27}$.
$\frac{20}{21} \times 18\frac{7}{10} = 17\frac{17}{21}$.
$\frac{1}{2} \times 25\frac{1}{2} = 12\frac{3}{4}$.
$\frac{4}{25} \times 36\frac{1}{7} = 5\frac{137}{175}$.
$\frac{35}{48} \times 48\frac{5}{9} = 35\frac{175}{432}$.

8) $2\frac{2}{3} \times 3\frac{3}{4} = 10$.
$4\frac{1}{2} \times 7\frac{1}{5} = 32\frac{2}{5}$.
$8\frac{5}{6} \times 2\frac{1}{7} = 18\frac{13}{14}$.
$6\frac{3}{4} \times 7\frac{7}{8} = 53\frac{5}{32}$.
$10\frac{4}{5} \times 12\frac{4}{9} = 134\frac{2}{5}$.

$6\frac{7}{8} \times 15\frac{3}{5} = 107\frac{1}{4}$.
$6\frac{2}{9} \times 24\frac{3}{8} = 151\frac{2}{3}$.
$186\frac{2}{3} \times 7\frac{1}{2} = 1400$.
$25\frac{7}{12} \times 32\frac{15}{16} = 842\frac{125}{192}$
$36\frac{13}{24} \times 101\frac{3}{4} = 3718\frac{11}{96}$.

Beispiel 4. $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} = ?$

Ausrechnung:

a. $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$. b. $\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{4}}{\cancel{5}} \times \frac{\cancel{5}}{\underset{2}{\cancel{6}}} = \frac{1}{2}$.

Die Ausrechnung a bedarf keiner Erklärung. Bei b wurde 4 gegen 4, sowie 5 gegen 5 **vollständig**, und 3 gegen 6 durch 3 gehoben.

9) $\frac{2}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{2}{5}$.
$\frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \frac{6}{7} = \frac{5}{8}$.
$\frac{7}{9} \times \frac{3}{10} \times \frac{11}{12} = \frac{77}{360}$.

10) $2\frac{1}{2} \times 4\frac{2}{3} \times 5\frac{1}{4} = 61\frac{1}{4}$.
$8\frac{2}{5} \times 6\frac{2}{3} \times 3\frac{3}{4} = 210$.
$7\frac{1}{5} \times 10\frac{5}{6} \times 12\frac{1}{2} = 975$.

11) $(16\frac{3}{4} + 28\frac{7}{8} + 13\frac{5}{6}) \times 6\frac{2}{3} = ?$ $(396\frac{7}{18}.)$

12) $(453\frac{8}{8} - 394\frac{9}{20}) \times 8\frac{3}{4} = ?$ $(515\frac{19}{32}.)$

13) $(18 \times 25\frac{2}{3}) + (52\frac{3}{4} \times 12) = ?$ $(1095.)$

14) $(100 - 48\frac{7}{8}) \times (254\frac{3}{4} - 175\frac{5}{6}) = ?$ $(4034\frac{59}{96}.)$

Neben der bisherigen, allgemein üblichen Weise, Brüche zu multipliciren, gibt es noch eine **zweite**, deren Eigenthümlichkeit, um sie kurz zu bezeichnen, darin besteht, daß man die Faktoren nicht **neben**, sondern **unter** einander setzt und jeden Bruch als eine Division betrachtet. Das Nähere wird sich aus den folgenden Beispielen ergeben.

Beispiel 1. $9 \times {}^{15}/_{16} = ?$

16	15 / 16 (gestrichen) / 9
16	135 | $8^7/_{16}$
	128
	7

Ich betrachte $^{15}/_{16}$ als den 16. Theil von 15 oder als 15, getheilt durch 16 (und indem ich dieß sage, streiche ich den Nenner 16 aus und setze ihn als Theiler auf die andere Seite); also ist $9 \times {}^{15}/_{16} = 9 \times 15$, getheilt durch 16.

Beispiel 2. $^4/_5$ mal $^6/_7 = ?$

7	6 / 7 (gestrichen)
5	4 / 5 (gestrichen)
35	$24 = {}^{24}/_{35}$.

$^6/_7 = 6$, getheilt durch 7, und $^4/_5 = 4$, getheilt durch 5; also ist $^4/_5 \times {}^6/_7 = 4 \times 6$, getheilt durch $5 \times 7 = 24$, getheilt durch $35 = {}^{24}/_{35}$.

Beispiel 3. $^{15}/_{16}$ mal $31^1/_9 = ?$

	$31^1/_9$
	15 / 16
9 (gestrichen)	280 (gestrichen)
16 (gestrichen)	15 (gestrichen)
2	35
3	5
6	$175 = 29^1/_6$.

$31^1/_9 = 280$ 9tel oder 280, getheilt durch 9, und $^{15}/_{16} = 15$, getheilt durch 16; also ist $^{15}/_{16} \times {}^{280}/_9 = 15 \times 280$, getheilt durch 16×9. Wird 16 gegen 280 durch 8 und 9 gegen 15 durch 3 gehoben, so ist dann noch mit 3×2 oder 6 in 5×35 oder 175 zu dividiren. Das Ergebniß ist $29^1/_6$.

In Bezug auf das Heben ist hier zu bemerken, daß — wie man z. B. an 12 und 36 leicht erkennen kann — die Hälfte einer Zahl in der Hälfte einer andern, der dritte Theil einer Zahl in dem dritten Theil einer andern 2c. gerade so oft enthalten ist, als die eine ganze Zahl in der andern, und daß daher das Heben des Divisors gegen den Dividenden keinen Einfluß auf den Quotienten hat.

Benannte Brüche.

1) Uebung im Resolviren.

Beispiel: $^2/_3$ Pfd., wie viel Loth und Quint?

Aufl. a. 1 Pfd. = 32 Loth; $^1/_3$ Pfd. ist der 3. Theil von 32 Loth; der 3. Theil von 32 Loth = 10 Lth., Rest 2 Loth; 2 Lth. = 8 Qt.; der dritte Theil von 8 Qt. = $2^2/_3$ Qt.; $^1/_3$ Pfd. = 10 Lth. $2^2/_3$ Qt.; also sind $^2/_3$ Pfd. = 2×10 Loth $2^2/_3$ Qt. = 21 Loth $1^1/_3$ Qt.

Aufl. b. 1 Pfd. = 32 Loth; $^2/_3$ Pfd. = $^2/_3 \times 32$ Loth, also 2×32 Loth, $^1/_3$mal genommen. 2×32 Loth = 64 Lth.; der 3. Theil von 64 Lth. = 21 Lth. $1^1/_3$ Qt. — Steht, mit Ziffern gerechnet:

$^{2}/_{3}$ Pfd. = $^{2}/_{3} \times 32$ Loth.

$$\begin{array}{r|l|l} & 32 \text{ Loth} & \\ & 2 & \\ \hline 3 & 64 & 21 \text{ Loth} \\ & 63 & \\ \hline & 1 & \\ & 4 & \\ \hline 3 & 4 \text{ Qt.} & 1^{1}/_{3} \text{ Qt.} \end{array}$$

Aufgaben.

$^{6}/_{7}$ fl. = $51^{5}/_{7}$ kr. — $^{123}/_{131}$ Pfd. = 30 Loth $^{24}/_{131}$ Qt.
$^{8}/_{9}$ fl. = 53 kr. $1^{1}/_{3}$ pf. — $^{87}/_{91}$ Ctr. = 95 Pfd. 19 Lth. $1^{33}/_{91}$ Qt.
$^{13}/_{15}$ Schff. = 5 Mtz. $3^{1}/_{5}$ Sz. — $^{23}/_{29}$ Fdr. = 9 Eim. $33^{3}/_{29}$ Ms.
$^{17}/_{18}$ Mtz. = $15^{1}/_{9}$ Sz. — $^{48}/_{53}$ Bll. = 9 Rs. 1 Bch. $3^{9}/_{53}$ Bg.
$^{19}/_{24}$ Eim. = $50^{2}/_{3}$ Ms. — $^{75}/_{87}$ Rth. = 10 Fß. 4 Zll. $1^{19}/_{29}$ Lin.

2) Uebung im Multipliciren.

Beispiel 1. Wie viel ist 8mal 36 fl. $43^{4}/_{5}$ kr.?

Ansatz und Ausrechnung:

a)
$$\begin{array}{rr} 36 \text{ fl.} & 43^{4}/_{5} \text{ kr.} \\ 8 & 8 \\ \hline 293 \text{ fl.} & 50^{2}/_{5} \text{ kr.} \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r|l|l|l} & 36 \text{ fl. } 43^{4}/_{5} \text{ kr.} & & \\ & 60 & & \\ \hline & 2203 \text{ kr.} & & \\ & 5 & & \\ \hline & 11019 \text{ (5tel = kr.)} & & \\ & 8 \times & & 60 \\ \hline 5 & 88152 & 17630^{2}/_{5} \text{ kr.} & 293 \text{ fl. } 50^{2}/_{5} \text{ kr.} \end{array}$$

Aufgaben:

15) 12 mal $^{4}/_{5}$ fl. = $9^{3}/_{5}$ fl.
$18 \times {}^{5}/_{8}$ Ctr. = $11^{1}/_{4}$ Ctr.
$25 \times {}^{11}/_{12}$ Pfd. = $22^{11}/_{12}$ Pfd.
$36 \times {}^{13}/_{25}$ Zoll = $18^{18}/_{25}$ Zll.

16) 8 mal $45^{3}/_{4}$ fl. = 366 fl.
$5 \times 72^{7}/_{8}$ Ctr. = $364^{3}/_{8}$ Ctr.
$6 \times 136^{4}/_{5}$ Ell. = $820^{4}/_{5}$ Ell.
$4 \times 428^{7}/_{8}$ Eim. = $1715^{1}/_{2}$ E.

17) 3 mal 15 fl. $24^{1}/_{2}$ kr. = 46 fl. $13^{1}/_{2}$ kr.
7×48 Pfd. $28^{3}/_{4}$ Loth = 342 Pfd. $9^{1}/_{4}$ Loth.
9×39 Thlr. $25^{5}/_{6}$ Gr. = 358 Thlr. $22^{1}/_{2}$ Gr.
12×254 Schff. $5^{7}/_{8}$ Mtz. = 3059 Schff. $4^{1}/_{2}$ Mtz.

Ist der Multiplikator eine Produktzahl, so kann man ihn auch in seine Faktoren zerlegen und mit diesen nacheinander multipliciren. $12 = 3 \times 4$; $12 \times$ 254 Schff. $5^{7}/_{8}$ Mtz. = 3×4 mal 254 Schff. $5^{7}/_{8}$ Mtz. Ich multiplicire hiernach die gegebene Zahl durch 4 und das 4fache durch 3.

18) 8mal 364 fl. 52 kr. $3\frac{4}{5}$ pf. = 2919 fl. 3 kr. $2\frac{2}{5}$ pf.
24 × 679 Fdr. 5 Eim. $45\frac{2}{3}$ Ms. = 16307 Fdr. 5 E. 8 Ms.
20 × 28 Rth. 8 Fß. $6\frac{5}{6}$ Zll. = 574 Rth. 3 Fß. $4\frac{2}{3}$ Zoll.
16 × 725 Ctr. 48 Pfd. $25\frac{3}{4}$ Lth. = 11607 Ctr. 80 Pfd. 28 Lth.
36 × 150 fl. 42 kr. $2\frac{7}{8}$ pf. = 5425 fl. 37 kr. $3\frac{1}{2}$ pf.
46 × 3 Bll. 5 Rs. $12\frac{7}{12}$ Bch. = 163 Bll. 8 Rs. $18\frac{5}{6}$ Bch.

Beispiel 3. Wie viel ist $\frac{5}{8}$ mal 18 Pfd. $12\frac{4}{5}$ Loth?

Ausrechnung:

18 Pfd. $12\frac{4}{5}$ Lth.
32
48
54
$588\frac{4}{5}$ Loth.
$\frac{2944}{5}$

$$\frac{5}{8} \times \frac{\overset{368}{2944}}{5} = 368 \text{ Loth.} = 11 \text{ Pfd. } 16 \text{ Lth.}$$

19) $\frac{2}{5}$ mal $\frac{2}{3}$ fl. = $\frac{4}{15}$ fl. = 16 kr.
$\frac{3}{4}$ × $\frac{7}{8}$ Ctr. = $\frac{21}{32}$ Ctr. = 65 Pfd. 20 Lth.
$1\frac{2}{3}$ × $\frac{5}{6}$ Thlr. = $1\frac{7}{18}$ Thlr. = 1 Thlr. 11 Gr. 8 pf.
$2\frac{5}{6}$ × $\frac{13}{15}$ Eim. = $2\frac{41}{90}$ Eim. = 2 Eim. $27\frac{1}{3}$ Ms.

20) $\frac{7}{8}$ mal $3\frac{3}{8}$ fl. = $2\frac{61}{64}$ fl. = 2 fl. 57 kr. $\frac{3}{4}$ pf.
$\frac{4}{5}$ × $9\frac{2}{3}$ Thl. = $7\frac{11}{15}$ Thlr. = 7 Thlr. 22 Gr.
$3\frac{1}{2}$ × $25\frac{3}{4}$ Ell. = $90\frac{1}{8}$ Elle.
$8\frac{1}{4}$ × $72\frac{5}{6}$ Eim. = $600\frac{7}{8}$ Eim. = 600 Eim. 56 Ms.

21) $\frac{2}{3}$ mal 24 fl. $22\frac{1}{2}$ kr. = 16 fl. 15 kr.
$\frac{5}{6}$ × 18 Ctr. $45\frac{7}{8}$ Pfd. = 15 Ctr. 38 Pfd. 7 Loth. $1\frac{1}{3}$ Qt.
$3\frac{3}{5}$ × 32 Rs. $16\frac{3}{4}$ Bch. = 118 Rs. 4 Bch. $7\frac{1}{5}$ Bg.
$4\frac{3}{4}$ × 45 Rth. $8\frac{5}{6}$ Fß. = 217 Rth. 2 Fß. 11 Zoll 6 Lin.

Regeldetri-Aufgaben.

1) 1 Pfund zu $\frac{7}{8}$ fl.; was kosten 75 Pfund?
2) Aus 1 Schock drischt man $\frac{5}{6}$ Schff., wie viel aus 28 Schock?
3) 8 Pfd. zu $\frac{9}{10}$ Thlr.; wie theuer sind 96 (= 12mal 8) Pfd.?
4) Wie viele Gulden betragen
a) 8, 12, 18, 25, 40, 57, 100 prß. Thl. à $1\frac{3}{4}$ fl.?
b) 5, 16, 30, 42, 60, 75, 100 bayr. Thlr. à $2\frac{2}{5}$ fl.?
c) 4, 10, 25, 37, 50, 80, 100 Krthlr. à $2\frac{7}{10}$ fl.?

5) 3 Ellen zu $2\frac{3}{4}$ fl.; wie hoch kommen 48 (= 16 × 3) Ellen?
6) Für 6 Thlr. kauft man $5\frac{5}{8}$ Ellen, wie viel für 78 Thlr.?
(Für 78 oder 13 × 6 Thlr. erhält man $73\frac{1}{8}$ Ellen.
7) In 4 Wochen braucht man $2\frac{5}{6}$ Schff. Korn, wie v. in 1 J.?
(In einem Jahre oder 13 × 4 Woch. braucht man $36\frac{5}{6}$ Schff.)
8) In 1 Woche verbrennt man $3\frac{7}{12}$ Pfd. Oel, wie viel in 84 Tg.?
(In 84 od. 12 × 7 Tg. 12mal $3\frac{7}{12}$ Pfd. = 43 Pfd.)
9) Der Ctr. zu 42 fl. $27\frac{3}{4}$ kr.; was kosten 12 Ctr? (509 fl. 33 kr.)
10) Für 1 Thlr. 3 Pfd. $14\frac{5}{8}$ Loth; wie viel für 18 Thlr.?
Antwort: 62 Pfd. $7\frac{1}{4}$ Lth.
11) Ein Faß hält 5 Eim. $40\frac{2}{3}$ Ms.; wie viel halten 6 dgl. Fässer?
Antwort: 2 Fdr. 9 Eim. 52 Ms.
12) In einer Schreibstube werden jährlich 4 Bll. $8\frac{4}{5}$ Bch. Papier verbraucht, wie viel in 25 J.? (101 Bll. 1 Rs.)

---

13) Die Elle zu $\frac{5}{8}$ fl.; wie hoch kommen 3 Ellen? $\frac{3}{4}$ Ellen?
Auflösung: Wenn 1 Elle $\frac{5}{8}$ fl. kostet, so kosten 3 Ellen 3 × $\frac{5}{8}$ fl., $\frac{3}{4}$ Ellen aber $\frac{3}{4}$ × $\frac{5}{8}$ fl.
Ausrechnung: $\frac{3}{4} \times \frac{5}{8}$ fl. = $\frac{15}{32}$ fl. = 28 kr. $\frac{1}{2}$ pf.
14) Für 1 Thlr. erhalte ich $\frac{3}{10}$ Ctr.; wie v. für $\frac{2}{3}$ Thlr.? ($\frac{1}{5}$ Ctr.)
15) Wie theuer sind $2\frac{7}{8}$ Ms., die Ms. zu $\frac{3}{5}$ fl.? (1 fl. $43\frac{1}{2}$ kr.)
16) 1 Pfd. zu $2\frac{5}{6}$ Thlr.; wie theuer sind $\frac{6}{7}$ Pfd.? ($2\frac{3}{7}$ Thlr.)

17)	45 Ellen Kattun, à Elle $28\frac{3}{4}$ kr.	= 21 fl. $33\frac{3}{4}$ kr.
	$12\frac{1}{4}$ Pfd. Kaffee, à Pfd. $32\frac{1}{2}$ kr.	= 6 fl. $38\frac{1}{8}$ kr.
	$23\frac{1}{2}$ Pfd. Zucker, à Pfd. $20\frac{3}{4}$ kr.	= 8 fl. $7\frac{5}{8}$ kr.
	$\frac{5}{8}$ Ctr. Talglichter, à Pfd. 23 kr.	= 23 fl. $57\frac{1}{2}$ kr.
	$24\frac{3}{4}$ Ellen Tuch, à Elle $3\frac{2}{5}$ fl.	= 84 fl. 9 kr.
	$2\frac{5}{6}$ Schff. Korn, à Schff. $15\frac{7}{10}$ fl.	= 44 fl. 29 kr.
	in Summa:	188 fl. 55 kr.

18) 1 Elle zu 2 fl $24\frac{1}{2}$ kr.; was kosten $\frac{7}{8}$ Ellen? (2 fl. $6\frac{7}{16}$ kr.)
19) 1 Eimer zu 12 fl. $43\frac{3}{4}$ kr.; wie hoch kommen $\frac{3}{4}$ E. (9 fl. $32\frac{13}{16}$ kr.)
20) Für 7 fl. $32\frac{5}{8}$ kr. einen Ctr.; wie theuer sind $2\frac{2}{3}$ Ctr.?
$2\frac{2}{3}$ Ctr. kosten $2\frac{2}{3}$ × so viel als 1 Ctr., also $2\frac{2}{3}$ × 7 fl. $32\frac{5}{8}$ kr. = 20 fl. 7 kr.
21) Eine Familie braucht in 1 Monat 3 Pfd. $27\frac{3}{4}$ Lth. Kaffee, wie viel $4\frac{1}{2}$ Monat? Antwort: 17 Pfd. $12\frac{7}{8}$ Loth.
22) Wie viel kosten $\frac{7}{8}$ Ctr., $\frac{1}{8}$ Ctr. zu $4\frac{4}{5}$ fl.? ($33\frac{3}{5}$ fl.)
23) Für 5 fl. $37\frac{1}{2}$ kr. $\frac{1}{4}$ Eimer, wie hoch kommen $\frac{3}{4}$ E.? ($16\frac{7}{8}$ fl.)
24) Für $\frac{1}{5}$ Thlr. erhalte ich $3\frac{3}{4}$ Pfd.; wie viel für 1 Thlr.? ($18\frac{3}{4}$ Pfd.)
25) Wie viel für 1 fl., wenn $3\frac{5}{6}$ Dutzend $\frac{1}{12}$ kosten? (46 Dtzd.)
26) Wie hoch kommen $5\frac{1}{4}$ Ctr., wenn $\frac{1}{4}$ Ctr. 2 fl. 40 kr. kostet?
(Kostet $\frac{1}{4}$ Ctr. $2\frac{2}{3}$ fl., so kosten $5\frac{1}{4}$ oder $\frac{21}{4}$ Ctr. 21 × $2\frac{2}{3}$ fl. = 56 fl.)
27) In $\frac{1}{6}$ Jahre braucht man $18\frac{1}{2}$ Pfd. Seife, wie v. in $4\frac{1}{6}$ J.?
Antwort: $462\frac{1}{2}$ Pfd.
28) A gewinnt an $\frac{1}{4}$ Pfd. 7 kr. 2 pf., wie viel an 1 Ctr.? (50 fl.)
29) $\frac{1}{12}$ Eim. zu $3\frac{3}{5}$ fl.; wie hoch kommt $\frac{1}{2}$ Eimer? (21 fl. 36 kr.)
30) $\frac{1}{32}$ Pfd. Gewürz zu $22\frac{1}{2}$ kr.; wie theuer ist $\frac{1}{4}$ Pfd.? (3 fl.)

Dividiren.

Dividiren heißt, dem Wortsinne nach, so viel als theilen. Unter Theilen versteht man aber hier das Zerlegen des Dividenden in so viele gleiche Theile, als durch den Divisor angezeigt wird. Und in diesem Sinne ist nicht alles Dividiren ein Theilen. Denn eine Größe läßt sich zwar in 2, in 3, in 4 ꝛc., niemals aber in $\frac{1}{2}$, in $\frac{2}{3}$, oder in $\frac{3}{4}$ gleiche Theile zerlegen. Also ist es wohl möglich, jede Zahlengröße durch jede ganze Zahl, unmöglich aber, eine Zahl durch einen Bruch im Sinne des Theilens zu dividiren. Wir wissen indessen schon von früher, daß dividiren auch heißt: suchen, wie oft eine gegebene Zahl in einer andern enthalten ist. In diesem Sinne ist das Dividiren ein Messen und da jede Größe durch jede Größe gleicher Art gemessen werden kann; so muß sich auch jede reine Zahl, es mag diese eine ganze oder eine gebrochene, oder eine gemischte sein, im Sinne des Enthaltenseins dividiren lassen können. Das ist außer Zweifel. Durch eine ganze Zahl kann man also sowohl im Sinne des Enthaltenseins, als im Sinne des Theilens, durch einen Bruch dagegen nur im Sinne des Enthaltenseins dividiren. Nicht so bestimmt und entschieden ist die Ansicht darüber, ob man auch durch eine gemischte Zahl, z. B. durch $6\frac{2}{3}$ im Sinne des Theilens dividiren könne oder nicht. Wir sagen zwar ja, aber nur bedingt. Durch $6\frac{2}{3}$ eine Zahl theilen, heißt aus derselben $6\frac{2}{3}$ gleiche Theile bilden. Dieß kann geschehen, aber nicht anders, als daß wir das Ganze in $6 \times 3 + 2$ oder 20 gleiche Theile zerlegen und dann wieder 6 mal je 3 derselben in einen Theil zusammenfassen. Mithin muß man, um zu finden, wie groß ein voller Theil der $6\frac{2}{3}$ Theile ist, das Ganze durch 20 theilen und das Ergebniß 3 mal nehmen.

Dividiren wir eine Zahl im Sinne des Theilens, so ist der Quotient der so vielte Theil von derselben, als der Divisor anzeigt. Das ist an sich klar. Dividiren wir aber eine Zahl im Sinne des Enthaltenseins; so zeigt der Quotient in allen Fällen an, wie viel mal so groß der Dividend ist als der Divisor und, geht der Divisor in dem Dividenden auf, zugleich auch, was für ein Theil der Divisor von dem Dividenden ist. $\frac{3}{13}$ sind in $\frac{12}{13}$ 4mal enthalten; also ist der Bruch $\frac{12}{13}$ 4mal so groß als $\frac{3}{13}$, und $\frac{3}{13}$ sind genau der 4. Theil von $\frac{12}{13}$.

A. Enthaltensein.

Mündlich.

Vorbereitendes. Wie oft liegt 12 in 36? die Hälfte von 12 in der Hälfte von 36? $\frac{1}{3}$ von 12 in $\frac{1}{3}$ von 36? $\frac{1}{4}$ von 12 in $\frac{1}{4}$ von 36? ꝛc. (12 liegt in 36 dreimal; die Hälfte von 12 oder **6** ist in der Hälfte von 36 oder **18** auch 3 mal ꝛc.) Andere Beispiele! So oft also eine Zahl in einer andern enthalten ist, so oft liegt auch irgend ein Theil der ersteren Zahl in dem gleichnamigen Theile der letzteren.

Wie oft liegt 2 in 12? wie oft 2×2 in 2×12? 3×2 in 3×12? 4×2 in 4×12? (2 in 12 ist 6mal; 2×2 oder **4** ist in 2×12 oder **24** wieder 6mal ꝛc.) Andere Beispiele! So oft also eine Zahl in einer andern enthalten ist, so oft liegt auch

irgend ein Vielfaches der ersteren Zahl in dem gleichen Vielfachen der anderen.

1) Wie oft ist enthalten

a. $^2/_9$ in $^4/_9$? $^3/_{10}$ in $^9/_{10}$? $^4/_{19}$ in $^{16}/_{19}$? $^5/_{27}$ in $^{25}/_{27}$?
$^2/_9$ in $^1/_9$? $^3/_{10}$ in $^2/_{10}$? $^4/_{19}$ in $^3/_{19}$? $^5/_{27}$ in $^4/_{27}$?
$^2/_9$ in $^7/_9$? $^3/_{10}$ in $^8/_{10}$? $^4/_{19}$ in $^{15}/_{19}$? $^5/_{27}$ in $^{23}/_{27}$?

b. $^{45}/_{76}$ in $^{75}/_{76}$? $^3/_4$ in $3^3/_4$? $1^1/_4$ in $^3/_4$? $4^2/_5$ in $11^1/_5$?
$^{32}/_{83}$ in $^{72}/_{83}$? $^4/_{11}$ in $2^3/_{11}$? $1^5/_{12}$ in $^{11}/_{12}$? $1^7/_8$ in $5^5/_8$?
$^{48}/_{91}$ in $^{84}/_{91}$? $^{15}/_{16}$ in $3^7/_{16}$? $2^1/_3$ in $^2/_3$? $2^1/_{12}$ in $4^7/_{12}$?

$^{45}/_{76}$ sind in $^{75}/_{76}$ so oft enthalten, als 45 in 75, nämlich $1^{30}/_{45}$ $= 1^2/_3$mal. Oder: $^{45}/_{76}$ sind in $^{75}/_{76}$ so oft enthalten, als der 15. Theil von $^{45}/_{76}$ in dem 15. Theil von $^{75}/_{76}$, d. i. so oft als $^3/_{76}$ in $^5/_{76} = 3$ in $5 = 1^2/_3$ mal. Der Bruch $^{75}/_{76}$ ist also $1^2/_3$ mal so groß, als $^{45}/_{76}$. — $^3/_4$ in $3^3/_4 = {}^3/_4 : {}^{15}/_4 = 3 : 15 = 5$ mal; $3^3/_4$ ist daher das 5fache von $^3/_4$, und $^3/_4$ ist genau der 5. Theil von $3^3/_4$.

2) Wie oft ist enthalten

$^5/_6$ in 2 ? $1^3/_4$ in 9 ? 2 in $^4/_5$? 4 in $8^4/_5$?
$^{12}/_{13}$ in 3 ? $2^2/_3$ in 12 ? 3 in $^9/_{10}$? 8 in $5^3/_4$?
$^{15}/_{16}$ in 6 ? $3^3/_5$ in 15 ? 5 in $^7/_8$? 12 in $25^1/_2$?

Jede Aufgabe dieser Art läßt sich auf dreierlei Weise rechnen.

a. Man verwandelt die ganze Zahl in einen unächten Bruch. Um hiernach zu finden, wie oft $^5/_6$ in 2 enthalten sind, so verwandle ich die 2 G. in $^{12}/_6$ und suche dann, wie oft $^5/_6$ in $^{12}/_6$ liegen.

b. Man vervielfacht beide Zahlen in der Weise, so daß auch aus dem Bruche eine ganze Zahl entsteht. Hiernach dividire ich mit $^5/_6$ in 2 so: $6 \times {}^1/_6 = 1$, also $6 \times {}^5/_6 = 5$; und $6 \times 2 = 12$. Anstatt mit $^5/_6$ in 2 dividire ich jetzt mit dem 6fachen von $^5/_6$ in das 6fache von 2, nämlich mit 5 in 12.

c. Man sieht zuerst von dem Nenner des Bruches ab. 5 liegt in 2 $^2/_5$mal; $^5/_6$ ist in 2 6mal so oft, also $6 \times {}^2/_5$ oder $2^2/_5$ mal enthalten.

3) Wie oft ist enthalten

$^3/_5$ in $^7/_8$? $^3/_8$ in $2^1/_3$? $1^1/_3$ in $12^1/_2$?
$^4/_9$ in $^2/_3$? $^5/_7$ in $3^1/_5$? $2^3/_4$ in $6^2/_3$?
$^7/_8$ in $^{11}/_{12}$? $^3/_4$ in $5^1/_6$? $3^4/_5$ in $8^7/_{15}$.

Verfahren. $^3/_5$ in $^7/_8 = ?$

a. Ich mache beide Brüche gleichnamig. 5tel und 8tel geben 40tel. $^3/_5 = {}^{24}/_{40}$, und $^7/_8 = {}^{35}/_{40}$; $^{24}/_{40}$ in $^{35}/_{40}$ oder 24 in 35 $= 1^{11}/_{24}$ mal.

b. $^3/_5$ sind in $^7/_8$ so oft enthalten, als das 5fache von $^3/_5$ in dem 5fachen von $^7/_8$. Das 5fache von $^3/_5 = 3$, und das 5fache von $^7/_8 = {}^{35}/_8$. Nun habe ich zu suchen, wie oft 3 in $^{35}/_8$ liegt. 3 ist in 35 $^{35}/_3$mal, in $^{35}/_8$ also $^1/_8 \times {}^{35}/_3 = {}^{35}/_{24}$ oder $1^{11}/_{24}$ mal.

c. $^3/_5$ sind in $^7/_8$ so oft enthalten, als das 8fache von $^3/_5$ in dem 8fachen von $^7/_8$. Das 8fache von $^3/_5 = {}^{24}/_5$, und das 8fache von $^7/_8 = 7$. Nun suche ich, wie oft $^{24}/_5$ in 7 enthalten ist. 24 ist in 7 $^7/_{24}$mal; $^{24}/_5$ ist in 7 5mal so oft, also $5 \times {}^7/_{24} = {}^{35}/_{24}$ oder $1^{11}/_{24}$.

Das Verfahren unter a ist mehr das elementare; das unter b und c dagegen nimmt die Denkkraft mehr in Anspruch und wirkt daher mehr bildend auf den Schüler.

B. Schriftlich.

Beispiel 1. Wie oft ist $^{55}/_{91}$ in $^{75}/_{91}$ enthalten?

$\frac{55}{91}$	$\frac{75}{91}$
55	75
11	15

Der Ansatz ist wie bei der Division mit ganzen Zahlen. Da die Brüche gleichnamig sind, so hat man blos zu suchen, wie oft der Zähler des Divisors in dem Zähler des Dividenden enthalten ist. So oft aber 55 in 75 liegt, so oft liegt auch $^1/_5$ von 55 in $^1/_5$ von 75. Ich hebe daher 55 gegen 75 durch 5 und dividire dann mit 11 in 15.

Beispiel 2. Wie oft ist $12^1/_2$ in $94^1/_2$ enthalten?

Ansatz und Berechnung:

$12^1/_2$	$94^1/_2$	
25	189	$7^{14}/_{25}$.
	175	
	14	

Man richtet die zwei gemischten Zahlen ein. Dadurch werden sie in zwei gleichnamige unächte Brüche verwandelt. Hierauf dividirt man mit einem Zähler in den andern.

Beispiel 3. Wie viel ist 84, dividirt durch $^{27}/_{29}$?

Ansatz und Berechnung:

$^{27}/_{29}$	84	
	29	
	756	
	168	
27	2436	$90^2/_9$.
	243	
	6	
	$\frac{6}{27} = {}^2/_9$.	

a) Die 84 G. werden auch in 29stel verwandelt. Dieß geschieht, indem wir sie durch den Nenner 29 multipliciren. Dann heißts: wie oft sind $^{27}/_{29}$ in $^{2436}/_{29}$ enthalten? Antwort: So oft, als 27 in 2436.

b) Ich multiplicire, um den Bruch $^{27}/_{29}$ wegzuschaffen, den Divisor und den Dividenden durch dessen Nenner. 29mal $^{27}/_{29} = 27$, und 29mal $84 = 2436$. $^{27}/_{29}$ ist in 84 gerade so oft enthalten, als das 29fache von $^{27}/_{29}$ in dem 29fachen von 84, d. i. so oft als 27 in 2436.

Aufgaben:

1) $\frac{3}{20}$ in $\frac{9}{20} = 3$.
$\frac{7}{36}$ in $\frac{35}{36} = 5$.
$\frac{15}{19}$ in $\frac{10}{19} = \frac{2}{3}$.
$\frac{12}{53}$ in $\frac{51}{53} = 4\frac{1}{4}$.
$\frac{48}{49}$ in $\frac{42}{49} = \frac{7}{8}$.

2) $\frac{3}{4}$ in $3\frac{3}{4} = 5$.
$\frac{5}{7}$ in $12\frac{4}{7} = 17\frac{3}{5}$.
$\frac{7}{8}$ in $21\frac{7}{8} = 25$.
$\frac{14}{15}$ in $64\frac{4}{15} = 68\frac{6}{7}$.
$\frac{2}{3}$ in $15\frac{1}{3} = 23$.

3) $1\frac{1}{2}$ in $\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$.
$4\frac{1}{3}$ in $\frac{2}{3} = \frac{2}{13}$.
$2\frac{1}{8}$ in $\frac{7}{8} = \frac{7}{17}$.
$3\frac{8}{12}$ in $\frac{11}{12} = \frac{1}{4}$,
$1\frac{3}{25}$ in $\frac{14}{25} = \frac{1}{2}$.

4) $1\frac{1}{4}$ in $8\frac{3}{4} = 7$.
$7\frac{1}{3}$ in $25\frac{2}{3} = 3\frac{1}{2}$.
$4\frac{4}{5}$ in $92\frac{1}{5} = 19\frac{5}{24}$.
$12\frac{3}{8}$ in $125\frac{7}{8} = 10\frac{17}{99}$.
$8\frac{4}{7}$ in $5\frac{5}{7} = \frac{2}{3}$.

5) $\frac{2}{5}$ in $7 = 17\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$ in $25 = 33\frac{1}{3}$.
$\frac{7}{8}$ in $32 = 36\frac{4}{7}$.
$\frac{11}{12}$ in $78 = 85\frac{1}{11}$.
$\frac{21}{25}$ in $124 = 147\frac{13}{21}$.

6) $3\frac{3}{4}$ in $24 = 6\frac{2}{5}$.
$5\frac{2}{3}$ in $68 = 12$.
$1\frac{11}{12}$ in $92 = 48$.
$7\frac{4}{5}$ in $72 = 9\frac{3}{13}$.
$12\frac{7}{8}$ in $120 = 9\frac{33}{103}$.

7) 1 in $\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$.
3 in $\frac{7}{8} = \frac{7}{24}$.
5 in $\frac{24}{25} = \frac{24}{125}$.
2 in $\frac{4}{5} = \frac{2}{5}$.
4 in $\frac{5}{6} = \frac{5}{24}$.

8) 2 in $13\frac{1}{2} = 6\frac{3}{4}$.
12 in $8\frac{2}{3} = \frac{13}{18}$.
8 in $20\frac{3}{4} = 2\frac{19}{32}$.
25 in $24\frac{5}{8} = \frac{197}{200}$.
4 in $50\frac{4}{7} = 12\frac{9}{14}$.

Beispiel 4. Wie oft ist $\frac{5}{8}$ in $\frac{7}{9}$ enthalten?

Ansatz und Berechnung:

$\frac{5}{8}$ (8 durchstrichen)	$\frac{7}{9}$ (9 durchstrichen)	
9	8	
45	56	$1\frac{11}{45}$ mal.

a. Ich mache beide Brüche gleichnamig, d. h. ich verwandle die 8tel und 9tel in gleiche Theile, und das geschieht, indem ich jedes 8tel wieder in 9 und jedes 9tel wieder in 8 gleiche Theile theile. Hierdurch entstehen aus den 5 Achteln 5×9 oder 45 und aus den 7 Neunteln 7×8 oder 56 Theile von gleicher Größe (72stel.) Und nun suche ich, wie oft jene in diesen enthalten sind; ich dividire also mit 45 in 56.

b. Ich erhebe Divisor und Dividend auf das Sovielfache, daß aus den Brüchen ganze Zahlen entstehen, und das geschieht, indem ich zuerst beide durch 8, dann wieder beide durch 9 multiplicire. $8 \times \frac{5}{8} = 5$; der Divisor wird also 8mal so groß, indem ich den Nenner 8 durchstreiche, der Dividend aber wird 8mal so groß, indem ich ihm den Nenner 8 als Faktor gebe. $9 \times \frac{7}{9} = 7$; der Dividend ($8 \times \frac{7}{9}$) wird daher wieder 9mal so groß, indem ich von $\frac{7}{9}$ den Nenner 9 ausstreiche; und der Divisor 5 wird wieder 9 mal so groß, indem

ich ihm den Nenner 9 als Faktor gebe. Gehoben kann nichts werden. Also dividire ich jetzt mit dem 9 $\times$ 8 oder 72fachen von $^{5}/_{8}$ in das 9 $\times$ 8 oder 72fache von $^{7}/_{9}$, nämlich mit 9 $\times$ 5 oder **45** in 8 $\times$ 7 oder **56**.

Beispiel 5. Wie oft liegt $^{18}/_{19}$ in $27^{3}/_{4}$?

$^{18}/_{19}$	$27^{3}/_{4}$	
18	111	
4	19	
	999	
	111	
72	2109	$29^{7}/_{24}$.

$27^{3}/_{4} = {}^{111}/_{4}$.

a. Ich theile von den 18 19teln jedes wieder in 4 und von den 111 Vierteln jedes wieder in 19 gleiche Theile.

b. Ich mache, indem ich die $^{18}/_{19}$ als 18 Ganze betrachte und den Nenner 19 als Faktor auf die andere Seite setze, Divisor und Dividend zugleich 19mal so groß, und dann, indem ich die $^{111}/_{4}$ als 111 G. betrachte und den Nenner 4 als Faktor auf die entgegengesetzte Seite führe, Divisor und Dividend zugleich wieder 4mal so groß.

Mit einer und derselben Form Brüche schriftlich zu dividiren, läßt sich, wie gezeigt ist, eine doppelte Denk- oder Vorstellungsweise (a und b) verbinden. Der Lehrer entscheide sich für die eine oder für die andere; er lasse also nicht in der einen und zugleich in der andern Weise dividiren. Wenn man will, daß sich bei dem Schüler die äußere Form mit einer sie begründenden Denkweise bleibend amalgamire; so muß man ihn dahin zu bringen suchen, die Sache immer nur in dieser Weise anzuschauen und zu behandeln. — Uebrigens gibt es noch eine Weise, Brüche schriftlich zu dividiren. Wir geben sie jedoch nur der Vollständigkeit wegen und nicht um sie zu empfehlen. Sie besteht darin, daß man den Divisor stürzt und ihn dann mit dem Dividenden multiplicirt. Z. B. Wie oft liegt $^{5}/_{8}$ in $^{7}/_{9}$?

Ausführung: $^{5}/_{8}$ in $^{7}/_{9} = {}^{8}/_{5} \times {}^{7}/_{9} = \frac{56}{45} = 1^{11}/_{45}$.

Denkweise: $^{5}/_{8}$ ist in $^{1}/_{8}$ $^{1}/_{5}$mal, mithin in 1 oder $^{8}/_{8}$ $^{8}/_{5}$mal; liegt $^{5}/_{8}$ in 1 $^{8}/_{5}$mal, so ist $^{5}/_{8}$ in $^{7}/_{9}$ $^{7}/_{9} \times {}^{8}/_{5}$ oder $^{8}/_{5} \times {}^{7}/_{9}$mal enthalten.

Aufgaben:

9) $^{2}/_{3}$ in $^{3}/_{4} = 1^{1}/_{8}$mal.
$^{2}/_{5}$ in $^{5}/_{6} = 2^{1}/_{12}$.
$^{5}/_{8}$ in $^{11}/_{12} = 1^{7}/_{15}$.
$^{13}/_{15}$ in $^{7}/_{10} = {}^{21}/_{26}$.
$^{31}/_{36}$ in $^{17}/_{24} = {}^{51}/_{52}$.
$^{57}/_{100}$ in $^{43}/_{75} = 1^{1}/_{171}$.

10) $^{2}/_{3}$ in $8^{1}/_{2} = 12^{3}/_{4}$.
$^{3}/_{4}$ in $12^{4}/_{5} = 17^{1}/_{15}$.
$^{2}/_{5}$ in $3^{7}/_{12} = 8^{23}/_{24}$.
$^{7}/_{8}$ in $15^{2}/_{3} = 17^{19}/_{21}$.
$^{5}/_{12}$ in $2^{1}/_{2} = 6$.
$^{17}/_{18}$ in $4^{5}/_{6} = 5^{2}/_{17}$.

11) $1^{1}/_{3}$ in $^{1}/_{2} = {}^{3}/_{8}$mal.
$2^{1}/_{2}$ in $^{2}/_{3} = {}^{4}/_{15}$.
$4^{3}/_{4}$ in $^{5}/_{6} = {}^{10}/_{57}$.
$3^{1}/_{5}$ in $^{14}/_{15} = {}^{7}/_{24}$.
$8^{1}/_{10}$ in $^{9}/_{10} = {}^{1}/_{9}$.
$5^{15}/_{16}$ in $^{47}/_{48} = {}^{47}/_{285}$.

12) $1^{1}/_{2}$ in $2^{2}/_{3} = 1^{7}/_{9}$mal.
$5^{1}/_{4}$ in $20^{5}/_{6} = 3^{61}/_{63}$.
$9^{5}/_{6}$ in $100^{3}/_{5} = 10^{68}/_{295}$.
$95^{4}/_{7}$ in $186^{2}/_{3} = 1^{1913}/_{2007}$.
$100^{4}/_{5}$ in $400^{1}/_{4} = 3^{1957}/_{2016}$.
$37^{5}/_{9}$ in $48^{5}/_{8} = 1^{797}/_{2704}$.

Benannte Brüche.

Uebung im Reduciren.

Beispiel 1. 51 kr., wie viele Gulden?

Aufl. 60 kr. = 1 fl.; 1 kr. = $^1/_{60}$ fl. und 51 kr. = $^{51}/_{60}$ fl. = $^{17}/_{20}$ fl.

Oder: 60 kr. = 1 fl.; 51 kr. sind so viele Gulden, als 60 kr. in 51 kr. enthalten sind; 60 in 51 = $^{51}/_{60}$ = $^{17}/_{20}$mal; also sind 51 kr. = $^{17}/_{20}$ fl.

Beispiel 2. 5 kr. 2 pf., wie viel Gulden?

Aufl. 5 kr. 2 pf. = 22 pf., und 1 fl. = 60 × 4 oder 240 pf.; also ist 1 pf. = $^1/_{240}$ fl., und 22 pf. = $^{22}/_{240}$ = $^{11}/_{120}$ fl.

Oder: 5 kr. 2 pf. sind so viele Gulden, als 1 fl. oder 60 kr. darin enthalten sind.

1 fl. = 60 kr.	5 kr. 2 pf.
4	4
~~240~~	~~22~~
120	11 = $^{11}/_{120}$ fl.

Beispiel 3. $17^3/_4$ Loth, wie viel Pfd.?

1 Pfd. = 32 Loth.	$17^3/_4$ Loth.
4	
128	71 = $^{71}/_{128}$ Pfd.

Beispiel 4. 3 Pfd. 25 Loth $3^1/_2$ Qt., wie viele Pfd.?

Die 3 Pfd. bleiben unverändert. Es ist also nur zu suchen, wie viel die 25 Lth. $3^1/_2$ Qt. in Pfd. betragen. Um das zu finden, muß ich suchen, wie oft 1 Pfd. in 25 Loth $3^1/_2$ Qt. enthalten ist.

1 Pfd. = 32 Loth	25 Loth $3^1/_2$ Qt.
4	4
128 Qt.	$103^1/_2$ Qt.
2	
256	207 | $^{207}/_{256}$.

1 Pfd. ist in 25 Lth. $3^1/_2$ Qt. $^{207}/_{256}$mal enthalten; also sind 3 Pfd. 25 Loth $3^1/_2$ Qt. = $3^{207}/_{256}$ Pfund.

Aufgaben:

12 Loth 2 Qt. = $^{25}/_{64}$ Pfd.
28 Pfd. 12 Loth = $^{227}/_{800}$ Ctr.
15 Bch. 18 Bg. = $^{63}/_{80}$ Rs.
32 kr. 2 pf. = $^{13}/_{24}$ fl.

45 Pfd. $21^1/_2$ Lth. = $^{2923}/_{3200}$ Ctr.
41 kr. $3^2/_3$ pf. = $^{503}/_{720}$ fl.
28 Loth $2^3/_4$ Qt. = $^{459}/_{512}$ Pfd.
11 Fß. $8^5/_6$ Zll. = $^{845}/_{864}$ Rth.

Uebung im Dividiren.

Beispiel 1. Wie oft sind $4\,^5/_6$ Pfd. in 3 Ctr. $28\,^3/_4$ Pfd. enthalten?

Ansatz und Berechnung:

$4\,^5/_6$ Pfd.	$328\,^3/_4$ Pfd.	3 Ctr. $28\,^3/_4$ Pfd.
29	1315	100
$\times$ 4	$\times$ 6	$328\,^3/_4$ Pfd.
116	7890	$68\,^1/_{58}$.

Aufgaben:

1) $^5/_{12}$ Pfd. in 10 Pfd. = 24.
$^2/_3$ fl. in $4\,^1/_3$ fl. = $6\,^1/_2$.
$2\,^1/_4$ Ctr. in $18\,^3/_4$ Ctr. = $8\,^1/_3$.
$12\,^2/_5$ Ell. in 100 Ell. = $8\,^2/_{31}$.
4 Eim. in $35\,^3/_8$ Eim. = $8\,^{27}/_{32}$.

2) $^1/_2$ Ctr. in $3\,^3/_4$ Ctr. = $7\,^1/_2$.
$^3/_4$ Ell. in $25\,^5/_8$ Ell. = $34\,^1/_6$.
$^5/_6$ fl. in $20\,^2/_3$ fl. = $24\,^4/_5$
$1\,^2/_3$ Ms. in $15\,^1/_2$ Ms. = $9\,^3/_{10}$.
$3\,^1/_5$ Thl. $108\,^1/_4$ Thl. = $33\,^{53}/_{64}$

3) $^3/_4$ Mtz. in 5 Schff. $4\,^1/_2$ Mtz. = 46.
$^7/_8$ Pfd. in 2 Ctr. $25\,^3/_4$ Pfd. = 258.
$2\,^{11}/_{12}$ Loth in 8 Pfd. $24\,^1/_4$ Loth = $96\,^3/_{35}$.
$4\,^5/_6$ Bch. in 5 Rs. $12\,^7/_8$ Bch = $23\,^{41}/_{116}$.

4) 3 fl. $35\,^1/_2$ kr. in 38 fl. $48\,^3/_4$ kr. = $10\,^{695}/_{862}$.
9 Pfd. $24\,^2/_3$ Lth. in 50 Pfd. $20\,^4/_5$ Lth. = $5\,^{431}/_{2345}$.
12 Schff. $5\,^7/_8$ Mtz. in 100 Schff. $3\,^1/_3$ Mtz. = $7\,^{1397}/_{1869}$.
8 Rth. 7 Fß. $6\,^5/_6$ Zll. in 120 Rth. 8 Fß. = $13\,^{7315}/_{7457}$.

Regeldetri-Aufgaben.

1) Wie viele 24er gehören zu 100 fl.? Antwort: 250.

1 Bzw. = 24 kr. = $^2/_5$ fl.; zu $^2/_5$ fl. gehört also 1 Bzw., zu 2 $\times$ $^2/_5$ fl. gehört 2 $\times$ 1 Bzw., zu 3 $\times$ $^2/_5$ fl. gehört 3 $\times$ 1 Bzw. rc.; also gehört zu 100 fl. so viel mal 1 Bzw., als $^2/_5$ fl. in 100 fl. enthalten sind. — Das ist die Auflösung, welche sowohl der mündlichen, als der schriftlichen Ausrechnung vorhergehen muß.

a. Mündlich. $^2/_5$ fl. sind in 1 fl. $2\,^1/_2$mal, in 100 fl. also 100 $\times$ $2\,^1/_2$ = 250 mal enthalten, d. i. 100 fl. = 250 $\times$ $^2/_5$ fl., folglich auch 250 $\times$ 1 Bzw. oder 250 Bzw.

b. Schriftlich:

$^2/_5$ fl.	100 fl.
	5
2	500 = 250 Bzw.

2) Wie viele Vereinsthlr. à 1 fl. 45 kr. machen 100 fl.? ($57\,^1/_7$ fl.)
3) Wie viele bayer. Thlr. à $2\,^2/_5$ fl. = 1200 fl.? (500.)
4) 10000 fl., wie viele Kronenthlr. à $2\,^7/_{10}$ fl.? ($3703\,^{19}/_{27}$ fl.)

5) A schuldet Jemandem $285\frac{3}{5}$ fl.; wie viele Dukaten à $5\frac{3}{5}$ fl. hat er zur Bezahlung derselben nöthig? (51 Duk.)

6) B kauft ein Haus um 12462 fl. unter der Bedingung, jährlich 778 fl. $52\frac{1}{2}$ kr. an dem Kaufschilling bezahlen zu dürfen. Nach wie viel Jahren ist seine Schuld getilgt? (Nach 16 Jahren.)

7) Wie viele Hemden lassen sich aus $97\frac{1}{2}$ Ellen Leinwand machen, wenn zu jedem derselben $3\frac{3}{4}$ Ellen erforderlich sind? (26.)

8) Ein Kaufmaun hat $125\frac{1}{2}$ Pfd. Gewürz vorräthig. Täglich gehen etwa 2 Pfd. $23\frac{1}{2}$ Loth ab. Wie lange reicht er aus? Antwort: $45\frac{157}{175}$ Tag.

9) Ein Wohlthäter vertheilt 6 Schff. 4 Mtz. Kartoffel an arme Familien, deren jede 3 Mtz. $5\frac{1}{3}$ Ms. erhält; wie viele Familien sind dabei bedacht? Antwort: 12 Familien.

10) Wer eine jährliche Rente von $872\frac{5}{6}$ fl. genießt und von derselben schon $7855\frac{1}{2}$ fl. bezogen hat, wie lange hat er dieselbe bereits erhalten? Antwort: 9 Jahre.

11) Eine Frau bezahlte für eine Stück Tuch 36 fl.; wie viele Ellen waren es, da eine Elle $18\frac{3}{4}$ kr. kostete? Antwort: $115\frac{1}{5}$ Elle.

B. Theilen.

Der Divisor ist hier immer eine ganze Zahl. Und wenn es heißt: $\frac{1}{4}$ von $\frac{23}{24} = ?$ so ist zu lesen: wie viel beträgt der 4te Theil von $\frac{23}{24}$?

Mündlich.

Beispiel 1. Suche den 4. Theil von 7 auf zweierlei Weise!

a) Der 4. Th. von $1 = \frac{1}{4}$; der 4. Th. von $7 = \frac{7}{4}$ oder $1\frac{3}{4}$. — b) $7 = 4 + 3$; der 4. Th. von $4 = 1$, und der 4. Th. von $3 = \frac{3}{4}$; also ist der 4 Th. von rc.

Beispiel 2. Suche eben so den 4. Theil von $\frac{7}{8}$!

a) Ich suche zuerst den 4. Th. von $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{8}$ in 4 gleiche Theile zerlegt $= \frac{1}{32}$; also ist der 4. Theil von $\frac{1}{8} = \frac{1}{32}$, und der 4. Th. von $\frac{7}{8} = \frac{7}{32}$. — b. $\frac{7}{8} = \frac{4}{8} + \frac{3}{8}$; der 4te Theil von $\frac{4}{8} = \frac{1}{8}$; der 4. Theil von $\frac{3}{8} = \frac{3}{32}$; also ist der 4. Th. von $\frac{7}{8} = \frac{1}{8} + \frac{3}{32} = \frac{4}{32} + \frac{3}{32} = \frac{7}{32}$.

Welche Weise ist die bessere? (Die erste.)

Beispiel 3. Suche auf dieselbe Weise den 4. Th. von $\frac{8}{9}$!

a) Der 4. Th. von $\frac{1}{9} = \frac{1}{36}$, von $\frac{8}{9} = \frac{8}{36}$ oder $\frac{2}{9}$. — b) $\frac{8}{9} = 4 \times \frac{2}{9}$; also ist der 4. Th. von $\frac{8}{9} = \frac{2}{9}$.

Welche Weise ist hier die bessere? (Die zweite.) Warum?

Darum machen wir uns zur Regel: Geht der Theiler in dem Zähler des Bruches auf, dann lassen wir die einzelnen Theile, wie sie sind, und theilen blos die Anzahl der gegebenen Theile, d. i. wir theilen blos den Zähler und lassen den Nenner unverändert. Geht der Theiler in dem Zähler des Bruches nicht auf, dann nehmen wir uns von jedem einzelnen der gegebenen Theile den verlangten Theil, wobei der Zähler unverändert bleibt, der Nenner aber so vielmal so groß wird, als der Theiler sagt.

1) Suche die Hälfte von $^1/_3$! $^2/_3$! — $^1/_5$! $^2/_5$! $^3/_5$! $^4/_5$! ꝛc.
2) Wie suchst du den 3ten Theil von $^1/_4$? $^3/_4$? $^1/_7$? $^3/_7$? ꝛc.
3) Suche den 4. Theil der Brüche von $^1/_{13}$ bis $^{12}/_{13}$!
4) Durch welche Zahlen läßt der Bruch $^{24}/_{25}$ sich theilen, ohne daß die einzelnen Theile selbst wieder zu zerlegen sind?
5) Suche von $^8/_9$ die Hälfte! $^1/_3$! $^1/_4$! $^1/_5$! $^1/_6$! $^1/_7$! $^1/_8$! ꝛc.

Beispiel 5. Wie viel beträgt der 5te Theil von $3^3/_4$?

Aufl. Der 5te Theil von $3 + {^3/_4}$ ist kein Ganzes. Ich verwandle daher $3^3/_4$ in lauter 4tel. $3^3/_4 = {^{15}/_4}$. Der 5. Theil von $^{15}/_4 = {^3/_4}$. Also ist der 5te Theil von $3^3/_4 = {^3/_4}$.

Beispiel 6. $27^3/_5$ durch 8 getheilt, wie viel?

Aufl. Auf den 8. Theil von $27^3/_5$ kommen Ganze. Diese ziehe ich zuerst heraus. $27^3/_5 = 24 + 3^3/_5$. Der 8te Theil von $24 = 3$; $3^3/_5 = {^{18}/_5}$; der 8te Theil von $^{18}/_5 = {^{18}/_{40}}$ oder $^9/_{20}$. Also ist $27^3/_5$ durch 8 getheilt $= 3^9/_{20}$.

Oder: $27^3/_5 = {^{138}/_5}$; der 8te Theil von $^1/_5 = {^1/_{40}}$, von $^{138}/_5 = {^{138}/_{40}}$ $= {^{120}/_{40}} + {^{18}/_{40}} = 3^9/_{20}$.

Aufgaben:

$^1/_3$ von $2^1/_2 = ?$	$^1/_2$ von $14^6/_7 = ?$	$^1/_6$ von $75^1/_3 = ?$
$^1/_5$ von $3^3/_4 = ?$	$^1/_4$ von $14^6/_7 = ?$	$^1/_{10}$ von $124^3/_4 = ?$
$^1/_9$ von $7^1/_3 = ?$	$^1/_5$ von $14^6/_7 = ?$	$^1/_7$ von $81^1/_5 = ?$
$^1/_8$ von $4^4/_5 = ?$	$^1/_9$ von $14^6/_7 = ?$	$^1/_8$ von $101^1/_2 = ?$

Hier ist der geeignete Ort, den Schüler mit dem Zerlegen des Theilers in seine Faktoren bekannt zu machen.

Wie findest du den 4. Theil von dieser Linie? (Ich theile sie in 4 gleiche Theile.) Und wie thust du das? (Ich theile sie zuerst in 2 gleiche Theile und jede Hälfte wieder in zwei gleiche Theile.) Um den 4. Theil zu finden, suchst du also zuerst die Hälfte und aus der Hälfte wieder die Hälfte. — Suche eben so den 4. Theil von 84! (Die Hälfte von $84 = 42$, und die Hälfte von $42 = 21$; also ist $^1/_4$ von $84 = 21$.) Du theilst 84 also zuerst durch 2 und das Ergebniß wieder durch 2; anstatt durch 4 theilst du 2 mal durch 2 oder durch 2×2. — Wie wirst du nun auf ähnliche Weise den 6. Theil von 48 finden? ($6 = 2 \times 3$; ich theile 48 durch 2 und die Hälfte wieder durch 3; oder ich theile 48 durch 3 und das 3tel wieder durch 2. Ausführung!) — Sucht eben so

$^1/_8$ von 124!	$^1/_6$ von $^{26}/_{27}$!	$^1/_{15}$ von $5^5/_6$!	von $3^3/_4$!
$^1/_9$ von 156!	$^1/_9$ von $^{39}/_{40}$!	$^1/_{21}$ von $14^7/_8$!	von $6^9/_{10}$!
$^1/_{12}$ von 320!	$^1/_{18}$ von $^{12}/_{13}$!	$^1/_{32}$ von $24^4/_5$!	von $16^1/_2$!
$^1/_{16}$ von 500?	$^1/_{24}$ von $^8/_9$!	$^1/_{42}$ von $35^7/_9$!	von $36^6/_7$!

$^1/_6$ von $^{26}/_{27} = ?$ Die Hälfte von $^{26}/_{27} = {^{13}/_{27}}$, und der dritte Theil von $^{13}/_{27} = {^{13}/_{81}}$; also ist $^1/_6$ von $^{26}/_{27} = {^{13}/_{81}}$. — Worauf man hierbei besonders zu achten hat, ist, daß man zuerst mit einem solchen Faktor theilt, der in dem Dividenden, und wenn dieser ein Bruch ist, in dem Zähler desselben aufgeht.

Schriftlich.

Beispiel 1. Wie viel beträgt $\frac{1}{4}$ von $\frac{13}{15}$?

Ausrechnung.

```
 4 | 13
15 | 15
---------
60 | 13 = 13/60.
```

Ich betrachte $\frac{13}{15}$ als 13 Ganze. Dadurch wird der Dividend 15mal so groß. Um gleichwohl das richtige Ergebniß zu erhalten, so mache ich auch den Theiler 15 mal so groß. Anstatt mit 4 in $\frac{13}{15}$, theile ich nun mit dem 15fachen von 4 in das 15fache von $\frac{13}{15}$, d. i. mit 60 in 13, wodurch sich $\frac{13}{60}$ ergibt.

Aufgaben:

1) $\frac{1}{4}$ von $\frac{12}{13} = \frac{3}{13}$.
$\frac{1}{7}$ von $\frac{35}{36} = \frac{5}{36}$.
$\frac{1}{5}$ von $\frac{80}{87} = \frac{16}{87}$.
$\frac{1}{8}$ von $\frac{104}{125} = \frac{13}{125}$.
$\frac{1}{3}$ von $\frac{276}{327} = \frac{92}{327}$.
$\frac{1}{6}$ von $\frac{756}{831} = \frac{42}{277}$.

2) $\frac{1}{2}$ von $\frac{13}{18} = \frac{13}{36}$.
$\frac{1}{7}$ von $\frac{12}{35} = \frac{12}{175}$.
$\frac{1}{4}$ von $\frac{15}{16} = \frac{15}{64}$.
$\frac{1}{9}$ von $\frac{24}{35} = \frac{8}{105}$.
$\frac{1}{12}$ von $\frac{47}{53} = \frac{47}{636}$.
$\frac{1}{25}$ von $\frac{78}{127} = \frac{78}{3175}$.

Anm. Daß man, wenn der Divisor in dem Zähler aufgeht, diesen auch im schriftlichen Rechnen ohne Weiteres theilt, versteht sich von selbst. Das oben angegebene Verfahren ist aber das allgemeinere.

Beispiel 2. Wie viel beträgt $\frac{1}{7}$ von $5\frac{6}{11}$?

```
 7 | 5 6/11.
11 |
---------
77 | 61 = 61/77.
```

Beispiel 3. Wie groß ist der 12. Theil von $357\frac{5}{6}$?

```
a. 12 | 357 5/6 |
    6 |         |
   -------------
   72 | 2147    | 29 59/72.
        144
        ----
         707
         648
         ---
          59

b. 12 | 357 5/6 | 29.
      |  24     |
      | -117    |
         108
   12 |    9 5/6 |
    6 |
   -------------
   72 |   59     | 59/72.
```

Die mit a bezeichnete Ausrechnung ist an sich klar. Bei b wurde der 12. Theil zuerst von der ganzen Zahl und hernach von dem Reste gesucht. Der 12. Th. von 357 = 29, Rest 9; hiezu die $\frac{5}{6}$, gibt $9\frac{5}{6} = \frac{59}{6}$; der 12. Th. von $\frac{59}{6}$ = dem 72 Th. von 59 Ganzen = $\frac{59}{72}$.

Aufgaben.

3) $\frac{1}{5}$ von $3\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$.
$\frac{1}{8}$ von $7\frac{5}{6} = \frac{47}{48}$.
$\frac{1}{13}$ von $12\frac{3}{16} = \frac{15}{16}$.
$\frac{1}{18}$ von $15\frac{2}{3} = \frac{47}{54}$.
$\frac{1}{27}$ von $21\frac{3}{5} = \frac{4}{5}$.
$\frac{1}{36}$ von $32\frac{1}{2} = \frac{65}{72}$.

4) $\frac{1}{2}$ von $23\frac{1}{2} = 11\frac{3}{4}$.
$\frac{1}{4}$ von $45\frac{7}{8} = 11\frac{15}{32}$.
$\frac{1}{9}$ von $60\frac{3}{7} = 6\frac{5}{7}$.
$\frac{1}{15}$ von $84\frac{7}{9} = 5\frac{88}{135}$.
$\frac{1}{42}$ von $372\frac{2}{3} = 8\frac{55}{63}$.
$\frac{1}{64}$ von $750\frac{3}{4} = 11\frac{187}{256}$.

Benannte Brüche.

Mündlich.

Beispiel: Wie viel beträgt $\frac{1}{100}$ von $16\frac{1}{4}$ fl.?

a. Ich zerlege den Divisor 100 in Faktoren, hier am besten in 5×20 und theile zuerst durch 5; $\frac{1}{5}$ von $16\frac{1}{4}$ fl. = 3 fl., Rest $1\frac{1}{4}$ fl.; $1\frac{1}{4}$ fl. = $\frac{5}{4}$ fl.; $\frac{1}{5}$ von $\frac{5}{4}$ fl. = $\frac{1}{4}$ fl.; also ist $\frac{1}{5}$ von $16\frac{1}{4}$ fl. = $3\frac{1}{4}$ fl. Davon suche ich nun den 20. Theil. $3\frac{1}{4}$ fl. = $\frac{13}{4}$ fl.; $\frac{1}{20}$ von $\frac{13}{4}$ fl. = $\frac{13}{80}$ fl.; $\frac{1}{80}$ fl. = $\frac{60}{80}$ oder $\frac{3}{4}$ kr.; $\frac{13}{80}$ fl. = $13 \times \frac{3}{4}$ kr. = $\frac{39}{4}$ kr. = $9\frac{3}{4}$ kr. — Den 20. Theil von $3\frac{1}{4}$ fl. finde ich auch so: $\frac{1}{20}$ von 3 fl. = 3×3 oder 9 kr.; $\frac{1}{20}$ von $\frac{1}{4}$ fl. oder von 15 kr. = $\frac{3}{4}$ kr. — Also ist $\frac{1}{100}$ von $16\frac{1}{4}$ fl. = $9\frac{3}{4}$ kr.

b. Ich zerlege den Dividenden in Posten, welche durch 100 leicht zu theilen sind. $16\frac{1}{4}$ fl. = $10 + 5 + 1\frac{1}{4}$ fl.; $\frac{1}{100}$ von 10 fl. = $\frac{1}{10}$ fl. od. 6 kr.; $\frac{1}{100}$ von 5 fl. = $\frac{1}{20}$ fl. oder 3 kr.; 6 kr. + 3 kr. = 9 kr.; $\frac{1}{100}$ von $1\frac{1}{4}$ fl. oder von 75 kr. = $\frac{75}{100}$ oder $\frac{3}{4}$ kr.; also ist $\frac{1}{100}$ von $16\frac{1}{4}$ fl. = $9\frac{3}{4}$ kr.

$\frac{1}{8}$ v. $75\frac{4}{5}$ fl. = ?	$\frac{1}{3}$ v. $25\frac{1}{2}$ Ms. = ?	$\frac{1}{48}$ v. $40\frac{4}{5}$ fl. = ?
$\frac{1}{40}$ v. $36\frac{1}{2}$ fl. = ?	$\frac{1}{7}$ v. $22\frac{3}{4}$ Ell. = ?	$\frac{1}{90}$ v. $120\frac{3}{4}$ fl. = ?
$\frac{1}{25}$ v. $110\frac{3}{4}$ fl. = ?	$\frac{1}{24}$ v. $64\frac{1}{2}$ Pfd. = ?	$\frac{1}{72}$ v. $361\frac{1}{8}$ Pfd. = ?

Angewandte Aufg. s. Kopf- oder Denkrechnen des Verf. S. 18, Stufe 15, bis S. 22.

Schriftlich.

Beispiel: Wie groß ist $\frac{1}{12}$ von 175 fl. $28\frac{1}{2}$ kr.?

Ausrechnung:

a.
```
12 | 175 fl.          28½ kr. | 14 fl.
     12                420    |
     ---          ------------
      55          12 | 448½     | 37⅜ kr.
      48               36
     ---               ---
       7               88
      60               84
     ---               ---
     420 kr.     12 |   4½
                  2 |
                 ---
                 24 |   9 = 9/24 = 3/8.
```

Der 12. Theil von 175 fl. = 14 fl., Rest 7 fl.; 7 fl. = 420 kr.; 420 + $28\frac{1}{2}$ kr. = $448\frac{1}{2}$ kr.; der 12. Theil von $448\frac{1}{2}$ kr. = 37 kr., Rest $4\frac{1}{2}$ kr.; $4\frac{1}{2}$ kr. = $\frac{9}{2}$ kr.; der 12. Theil von $\frac{9}{2}$ kr. oder der 24. Theil von 9 ganzen kr. = $\frac{9}{24}$ = $\frac{3}{8}$ kr.; also ist der 12. Theil von 175 fl. $28\frac{1}{2}$ kr. = 14 fl. $37\frac{3}{8}$ kr.

b.
```
     | 175 fl. 28½ kr.
     |  60
     | ----------
  12 | 10528½ kr.
   2 |
 --- | ----------
  24 | 21057 | 877⅜ kr. = 14 fl. 37⅜ kr.
```

175 fl. $28\frac{1}{2}$ kr. = $10528\frac{1}{2}$ kr. Um den Bruch zu beseitigen, richtet man diese Zahl ein, betrachtet die $\frac{21057}{2}$ kr. als eben so viele ganze Kreuzer und vervielfacht dafür den Theiler 12 durch 2. Es wird dann also mit dem Zweifachen des gegebenen Divisors in das Zweifache des gegebenen Dividenden dividirt.

Aufgaben:

5) $\frac{1}{2}$ von $\frac{7}{8}$ fl. = $\frac{7}{16}$ fl.
$\frac{1}{5}$ von $\frac{9}{12}$ Ctr. = $\frac{3}{20}$ Ctr.
$\frac{1}{8}$ von $\frac{24}{25}$ Pfd. = $\frac{3}{25}$ Pfd.
$\frac{1}{4}$ von $\frac{27}{32}$ Eim. = $\frac{27}{128}$ Eim.

6) $\frac{1}{3}$ von $13\frac{1}{4}$ fl. = $4\frac{5}{12}$ fl.
$\frac{1}{6}$ v. $25\frac{1}{2}$ Thlr. = $4\frac{1}{4}$ Thl.
$\frac{1}{9}$ v. $88\frac{2}{3}$ Ell. = $9\frac{23}{27}$ Ell.
$\frac{1}{7}$ v. $271\frac{3}{5}$ Schff. = $38\frac{4}{5}$ Sch.

7) $\frac{1}{12}$ von 728 fl. $35\frac{1}{2}$ kr. = 60 fl. $42\frac{23}{24}$ kr.
$\frac{1}{8}$ von 1275 fl. $48\frac{3}{4}$ kr. = 159 fl. $28\frac{19}{32}$ kr.
$\frac{1}{21}$ von 4862 fl. $52\frac{1}{3}$ kr. = 231 fl. $33\frac{58}{63}$ kr.
$\frac{1}{45}$ von 8765 fl. $24\frac{3}{8}$ kr. = 194 fl. $47\frac{5}{24}$ kr.

Die Brüche bei den Quotienten werden von den Schülern immer sogleich auch resolvirt.

Angewandte Brüche.

1) Für 5 Groschen $\frac{7}{8}$ Loth; wie viel für 1 Gr.?

5	7/
8	/8
40	7 = $\frac{7}{40}$ Loth.

Erhalte ich für 5 Gr. $\frac{7}{8}$ Loth, so bekomme ich für 1 Gr. den 5. Theil davon; der 5. Th. von $\frac{7}{8}$ od. der 40. Thl. von 7 ganzen Loth = $\frac{7}{40}$ Loth.

2) Ein Pfund zu $37\frac{1}{2}$ kr., wie hoch kommt 1 Loth? ($1\frac{11}{64}$ kr.)

3) In 7 Wochen braucht man $\frac{3}{5}$ Ctr., wie viel in 1 Woche? Antwort: 8 Pfd. 18 Lth. $1\frac{1}{7}$ Qt.

4) Acht theilen $\frac{7}{10}$ Eimer Wein unter sich. Wie viel kommt auf Einen? Antwort: $5\frac{3}{5}$ Ms.

5) Der Centner zu $16\frac{1}{4}$ fl.; wie theuer ist 1 Pfd.? ($9\frac{3}{4}$ kr.)

6) Ein Stein Wolle (= 22 Pfd.) für $12\frac{3}{4}$ Thlr.; wie hoch kommt 1 Pfd.? Antwort: 17 Gr. $4\frac{7}{11}$ pf.

7) 1 Pfd. 13 Loth kosten $30\frac{1}{2}$ fl.; wie theuer ist 1 Loth? Antwort: 40 kr. $2\frac{2}{3}$ pf.

8) $3\frac{3}{4}$ Loth zu $54\frac{3}{4}$ kr.; wie hoch kommt $\frac{1}{4}$ Loth? ($3\frac{13}{20}$ kr.)
$3\frac{3}{4}$ Lth. = $\frac{15}{4}$ Lth.; also kostet $\frac{1}{4}$ Loth den 15. Theil von $54\frac{3}{4}$ kr.

9) In $1\frac{3}{7}$ Woche braucht Jemand 58 fl. $36\frac{3}{4}$ kr.; wie viel in $\frac{1}{7}$ Woche? Antwort: 5 fl. 51 kr. $2\frac{7}{13}$ pf.

10) 48 Ellen werden mit 136 fl. $32\frac{1}{2}$ kr. bezahlt. Wie hoch kommen 4 Ellen zu stehen? Antwort: Auf 11 fl. 22 kr. $2\frac{5}{6}$ pf.

11) Was kostet $\frac{1}{6}$ Schff., wenn $\frac{5}{6}$ Schff. 8 fl. $3\frac{2}{3}$ kr. kosten? Antwort: 1 fl. 36 kr. $2\frac{14}{15}$ pf.

12) In $^3/_4$ Jahren braucht man 4 Pfd. $30^5/_8$ Loth Gewürz, wie viel in $^1/_4$ Jahre? Antwort: 1 Pfd. 20 Lth. $3^1/_2$ Qt.

13) Für $^4/_5$ Thlr. kaufe ich $15^5/_6$ Bch. Papier, wie viel für $^1/_5$ Thlr.? Antwort: 3 Bch. 23 Bg.

14) 1 Schff. Korn zu $20^7/_{10}$ fl.; wie hoch kommt $^1/_4$ Mtz.? ($51^3/_4$ kr.)

15) 1 Pfd. 16 Loth kosten $14^{11}/_{12}$ fl.; was kosten 6 Loth?

1 Pfd. 16 Loth = 48 Loth; diese kosten $14^{11}/_{12}$ fl.; also kosten 6 Loth. $^1/_8$ von $14^{11}/_{12}$ fl. = 1 fl. 51 kr. $3^1/_2$ pf.

16) 5 Pfd. zu 172 fl. $52^1/_2$ kr.; wie viel kostet 1 Loth? (1 fl. $4^{53}/_{64}$ kr.)

17) Ein Oekonom drischt von 4 verschiedenen Aeckern je einen Schober Korn und bekommt 1 Schff $3^3/_4$ Mtz., $5^7/_8$ Mtz., 1 Schff. $1^2/_3$ Mtz. und 1 Schff. $^1/_2$ Mtz. Wie viel erhält er durchschnittlich von dem Schober? Antw.: 1 Schff. $1^{43}/_{96}$ Mtz.

Man denkt sich die verschiedenen Ergebnisse der 4 Schober zuerst vereinigt und dann wieder in 4 gleiche Theile getheilt. Man addirt also die 4 Posten und sucht von der Summe den 4. Theil.

18) A kauft 4 Eimer Wein um $35^4/_5$ fl., 3 Eimer um $29^5/_6$ fl., 5 Eimer um $43^3/_4$ fl und 7 Eimer um $61^5/_6$ fl. Wie viel beträgt der Mittelpreis des Eimers?

Hier ist eine doppelte Auffassungsweise möglich. a) Man denkt sich die 4 gegebenen Posten Wein und ihre gegebenen Geld-Werthe in eine Summe vereinigt und den Gesammtwerth wieder auf die Anzahl aller gegebenen Eimer gleichmäßig vertheilt. b) Man denkt sich von jedem der 4 gegebenen Posten nur 1 Eimer mit seinem entsprechenden Werthe in eine Summe vereinigt und den Gesammtwerth der 4 Eimer auf diese wieder gleichheitlich vertheilt.

a) 4 Eimer	=	$35^4/_5$ fl.	b) 1 Eimer	=	$8^{19}/_{20}$ fl.
3 „	=	$29^5/_6$ fl.	1 „	=	$9^{17}/_{18}$ fl.
5 „	=	$43^3/_4$ fl.	1 „	=	$8^3/_4$ fl.
7 „	=	$61^5/_6$ fl.	1 „	=	$8^5/_6$ fl.
19 „	=	$171^{13}/_{60}$ fl.	4 „	=	$36^{43}/_{90}$ fl.
1 „	=	9 fl. $2^{14}/_{19}$ pf.	1 „	=	9 fl. $7^1/_6$ kr.

Regeldetri- oder Verhältniß-Aufgaben,

durch Schlüsse aufgelöst.

Vorbemerkung. Durch allseitige Anschauung und Beurtheilung der Aufgaben das Bewußtsein des Schülers zu bilden, und die verschiedenen Rechnungsarten — bisher Behufs besonderer Einübung scharf von einander getrennt — nun vereinigt in Anwendung zu bringen, das ist hier Zweck und Ziel. Wir bemerken wiederholt, daß eine einzige Aufgabe, mit Verstand aufgelöst, viel mehr Werth hat, als zehn andere, mechanisch nach einander gerechnet. Wie solches geschehen könne, soll folgendes Beispiel zeigen.

1) In 3 Tagen verdient A $2^1/_5$ fl., wie viel in 8 Tagen?

Erste Weise.

Aufl. Ich soll berechnen, wie viel A in 8 Tagen verdient. Die Aufgabe sagt mir, wie viel er in 3 Tagen erhält. Wie schließe ich nun von 3 Tagen auf 8? Antwort: Ich schließe von 3 Tg. auf 1 Tg. und von 1 Tag auf 8 Tage.

Ausr. In 3 Tg. $2^1/_5$ fl.

1 Tg. $^1/_3 \times 2^1/_5$ fl. $= ^{11}/_{15}$ fl.

8 Tg. $8 \times ^{11}/_{15}$ fl. $= ^{88}/_{15}$ fl. = 5 fl. 52 kr.

Der 3. Theil von $2^1/_5$ fl. $= ^1/_3 \times 2^1/_5$ fl. und umgekehrt. Man kann daher die $2^1/_5$ fl. durch 3 theilen, oder auch durch $^1/_3$ multipliciren. — Die Operationen werden so viel als möglich im Kopfe ausgeführt und nur dann, wenn es so nicht geht, durch eine Nebenrechnung schriftlich.

Zweite Weise.

Aufl. In 3 Tg. verdient A $2^1/_5$ fl.; so oft mal 3 Tage lang A arbeitet, so viel mal $2^1/_5$ fl. verdient derselbe. In 8 Tagen wird er also soviel mal $2^2/_5$ fl. verdienen, als 3 Tage in 8 Tagen enthalten sind. 3 Tg. sind in 8 Tg. $2^2/_3$ mal enthalten. A arbeitet also $2^2/_3 \times 3$ Tage lang; folglich verdient er $2^2/_3 \times 2^1/_5$ fl.

Ausr. $2^2/_3 \times 2^1/_5$ fl.

$^8/_3 \times ^{11}/_5$ fl. $= ^{88}/_{15}$ fl. = 5 fl. 52 kr.

2) In 4 Tg. pflügt 1 Bauer $5^2/_3$ Mrg., wie viel in 15 Tg.? ($21^1/_4$.)

3) Für 7 Thlr. kaufe ich $3^1/_2$ Pfd.; wie viel für 5 Thlr.? ($2^1/_2$ Pfd.)

4) 8 gleiche Fässer halten $25^3/_4$ Eimer, wie viel 3 dergl.? (9 E. 42 Ms.)

5) 8 Pfd. kosten $3^1/_2$ fl.; wie theuer sind 20 Pfd.? ($8^3/_4$ fl.)

a. Man geht von 8 Pfd. auf 1 Pfd. und von 1 Pfd. auf 20 Pfd.; oder man geht von 8 Pfd. auf 2 Pfd., oder von 8 Pfd. auf 4 Pfd., und dann auf 40 Pfd.

b. So oft mal 8 Pfund, so oft mal $3^1/_2$ fl.

6) 15 Ell. zu 27 fl. $45^3/_4$ kr., was kosten 25 E.? (46 fl. $16^1/_4$.)

7) 75 Stück zu $172^3/_8$ fl.; wie viel kosten 50 Stück? ($114^{11}/_{12}$.)

8) Für 420 Thlr. $54^2/_3$ Eimer, wie viel für 280 Thl.? ($36^4/_9$ E.)

9) $^2/_5$ Ctr. zu $7^1/_3$ fl.; wie theuer sind $2^4/_5$ Ctr.? ($51^1/_3$ fl.)

a. Man geht von $^2/_5$ Ctr. auf $^1/_5$ Ctr. und dann auf $2^4/_5 = ^{14}/_5$ Ctr.

b. So vielmal $^2/_5$ Ctr., so vielmal $7^1/_3$ fl.

10) $^5/_8$ Pfd. zu $37^1/_2$ kr.; wie hoch kommen $9^3/_8$ Pfd.? ($9^3/_8$ fl.)

11) Für $3^3/_4$ Thlr. $28^1/_8$ Ell., wie viel für $^3/_4$ Thlr.? ($5^5/_8$ E.)

12) In $15^3/_5$ Tg. legt A $90^1/_2$ Meile zurück; wie weit ist er in $2^3/_5$ Tg. gekommen? Antwort: $15^1/_{12}$ M.

a. In $15^3/_5$ oder $^{78}/_5$ Tg. , $90^1/_2$ M.

$^1/_5$ Tg. , $^1/_{78} \times 90^1/_2$ M. $= ^{181}/_{156}$ M.

$2^3/_5$ oder $^{13}/_5$ Tg. , $13 \times ^{181}/_{156} = 15^1/_{12}$ M.

b. So vielmal $15\frac{3}{5}$ Tg., soviel mal $90\frac{1}{2}$ Meile.

$15\frac{3}{5}$	$2\frac{3}{5}$	$\frac{1}{6} \times 90\frac{1}{2}$ M. $= 15\frac{1}{12}$ M.
78	13	$2\frac{3}{5}$ Tag $= \frac{1}{6}$ von $15\frac{3}{5}$ Tg., also ist A in $2\frac{3}{5}$
6	$1 = \frac{1}{6}$.	Tg. nur $\frac{1}{6}$mal $90\frac{1}{2}$ M. $= 15\frac{1}{12}$ Tg. M. weit gekommen.

13) $\frac{3}{4}$ Ellen zu $13\frac{1}{2}$ kr., wie viel kosten 8 Ellen? ($2\frac{2}{5}$ fl.)

14) $\frac{7}{8}$ Mrg. Wiesen werden mit $325\frac{2}{3}$ fl. bezahlt; wie hoch kommen demnach 6 dergleichen Morgen? (Auf $2233\frac{1}{7}$ fl.)

15) 2 Pfund zu 35 kr.; was thun $\frac{3}{4}$ Pfund? ($13\frac{1}{8}$ kr.)

16) Für 3 fl. $27\frac{1}{2}$ Loth, wie viel für $\frac{5}{6}$ fl.? ($7\frac{23}{36}$ Loth.)

17) In $\frac{2}{3}$ Tag verdient sich A 32 kr., wie viel in $\frac{3}{4}$ Tg.?

a. Man geht von $\frac{2}{3}$ Tg. auf $\frac{1}{3}$ Tg., dann auf 1 Tg., dann auf $\frac{1}{4}$ Tg. und hierauf auf $\frac{3}{4}$ Tg. — Oder man verwandelt $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ in $\frac{8}{12}$ und $\frac{9}{12}$ und geht von $\frac{8}{12}$ auf $\frac{1}{12}$ und hernach auf $\frac{9}{12}$ Tg.

b. Man sucht, wie oft $\frac{2}{3}$ Tg. in $\frac{3}{4}$ Tg. enthalten sind 2c.

18) In $\frac{3}{4}$ Jahren gehen in einer Haushaltung 4 Schff. 5 Mtz. Korn auf; wie viel in $\frac{5}{6}$ Jahren? (5 Schff. 2 Mtz. $3\frac{5}{9}$ Sz.)

19) $4\frac{3}{8}$ Pfd. kosten 2 fl. $52\frac{1}{2}$ kr. ($=2\frac{7}{8}$ fl.); was thun $42\frac{1}{4}$ Pfd.? Antwort: 27 fl. 45 kr. $3\frac{3}{7}$ pf.

20) Wie viel für $24\frac{2}{3}$ Thlr., wenn man $5\frac{1}{2}$ Thlr. für 80 Pfd. $12\frac{5}{8}$ Loth bezahlt? Antwort: 460 Pfd. 17 Loth $3\frac{1}{3}$ Qt.

Vermischte Aufgaben über die vier Grundrechnungsarten mit Brüchen.

1) 1 Elle zu $2\frac{7}{8}$ fl.; was thun 75 Ellen? (215 fl. $37\frac{1}{2}$ kr.)

2) Von $36\frac{1}{2}$ Ellen werden $15\frac{3}{4}$ Ellen abgeschnitten; wie viel kostet der Rest, die Elle zu $1\frac{3}{4}$ fl.? (36 fl. $18\frac{3}{4}$ kr.)

3) Für $8\frac{1}{2}$ fl. erhält man $3\frac{1}{2} + 5\frac{2}{3}$ Ctr., wie viel für 100 fl.? Antwort: 107 Ctr. 84 Pfd. 10 Loth $\frac{8}{51}$ Qt.?

4) A kauft 4 Ballen Waare von $18\frac{3}{4}$ Pfd., $24\frac{7}{8}$ Pfd., $20\frac{1}{2}$ Pfd. und $22\frac{5}{16}$ Pfd., das Pfd. zu $2\frac{4}{5}$ fl. Wie viel muß er dafür zahlen? Antwort: 242 fl. 1 kr. 2 pf.

5) In $\frac{2}{3}$ Jahren nimmt A $715\frac{7}{8}$ fl. ein, wie viel jährlich? Antwort: 1073 fl. 48 kr. 3 pf.

6) Bei einer Erbtheilung fallen dem B $\frac{5}{8}$ einer Wiese von 1256 Quadratruthen zu. $\frac{2}{3}$ seines Antheils verkauft er gleich wieder an C. Wie viel behält er noch? Antwort: $261\frac{2}{3}$ Q.-R.

7) D hat 125 Ellen Tuch. Davon verkauft er an E 15 Ellen à $1\frac{1}{2}$ fl., an F $36\frac{1}{2}$ Elle à $1\frac{2}{3}$ fl., an G $48\frac{3}{4}$ Ellen à $1\frac{3}{4}$ fl. und an H den Rest, die Elle zu $1\frac{4}{5}$ fl. Wie groß ist sein Erlös? Antwort: 213 fl. 11 kr. 3 pf.

8) N war 8 Wochen lang verreist und verzehrte im Ganzen $75\frac{2}{5}$ fl. Wie viel macht das auf 1 Tag? Antw.: 1 fl. 20 kr. $3\frac{1}{7}$ pf.

9) Wie viel für 12 fl., wenn 2 Lth. $^{3}/_{8}$ fl. kosten? (2 Pfd.)

10) A schuldet dem B 756 fl. und will $^{3}/_{7}$ davon mit Kronenthalern bezahlen. Wie viel derselben wird er brauchen? (120)

11) C kauft $48^{3}/_{4}$ Ellen; D kauft $15^{1}/_{2}$ Elle weniger als C, und E wieder $12^{3}/_{4}$ Ellen weniger als D. Wie viel muß jeder zahlen, wenn die Elle $3^{3}/_{5}$ fl. kostet?
Antwort: C $175^{1}/_{2}$ fl., D $119^{7}/_{10}$ fl. und E $73^{4}/_{5}$ fl.

12) Ein Dienstknecht hat $36^{5}/_{6}$ fl. Jahrlohn. Nachdem er $^{3}/_{4}$ Jahre lang gedient und $12^{7}/_{8}$ fl. empfangen, tritt er aus. Wie viel hat er noch gut? Antwort: 14 fl. 45 kr.

13) Wie viel Thlr. erhält man für 970 Mark Banko, wenn 300 Mark Banko = $151^{1}/_{2}$ Thlr.? Antwort: $489^{17}/_{20}$ Thlr.

14) 5 Klftr. $3^{1}/_{4}$schuhiges Holz kosten 67 fl., wie viel Klftr. $3^{1}/_{2}$ schuhiges Holz von gleicher Güte wird man für dasselbe Geld bekommen? ($4^{9}/_{14}$ Klftr.)

15) Während des Backens erleidet das Brod durch die Ausdünstung einen Gewichtsverlust von etwa $^{1}/_{5}$; wie viel Teig muß der Bäcker nehmen, um Laibe von 3 Pfd. 30 Loth zu erhalten?
Antwort: 4 Pfd. $29^{1}/_{2}$ Loth.

16) In einer Oekonomie erhält man täglich 36 Maas Milch, die zu 4 kr. per Maas verkauft werden kann. Buttert man, so geben 8 Maas Milch 1 Pfd. Butter und $1^{1}/_{2}$ Pfd. Käse. Wenn nun das Pfd. Butter 22 kr. und das Pfd. Käse 6 kr. kostet, welche Verwendung ist die bessere? (Die Erstere.)

17) Beim Getreideaufspeichern trocknen 100 Schff. neuer Frucht in den ersten 2 Monaten um $1^{1}/_{2}$ Schfl. und in den ersten 12 Mon. um 3 Schff. ein. Wie viel wird von 75 Schfl. neuer Frucht a) nach 2 Mon. b) nach 12 Mon. noch vorhanden sein?
Antwort: a) $73^{7}/_{8}$ Schff. b) $72^{3}/_{4}$ Schff.

18) Ein Ctr. Streustroh hat eben so viel Nutzungswerth als $2^{1}/_{2}$ Ctr. Waldstreu. Wie viel Waldstreu ist zum Ersatz von 480 Pfund Streustroh erforderlich? Wie viel ist 1 Ctr. Waldstreu werth, wenn man den Ctr. Stroh mit 32 kr. bezahlt?
Antwort: a) 12 Ctr.; b) $12^{4}/_{5}$ kr.

19) Von zwei Dachseiten ist jede 60′ lang und 24′ breit. Wie viel Ziegel, $7^{1}/_{2}$ Zoll breit, kommen in 1 Reihe neben einander? Wie viel kommen über einander, wenn sie 8″ von einander abstehen? Wie viel Ziegel erfordert das ganze Dach?
Antwort: a) $102^{2}/_{5}$ Stück; b) 36 Stück; c) $7372^{4}/_{5}$ Stück.

20) Eine Lieferung Bauholz wurde zu 1 fl. 17 kr. per laufenden Fuß abgegeben; was kosten demnach 3 Stämme, welche 32′4″, 65′11″ und 49′9″ Länge haben? Antwort: Der 1te kostet 41 fl. $29^{2}/_{3}$ kr., der 2te 84 fl. $35^{7}/_{12}$ kr. und der 3te 64 fl. $18^{1}/_{4}$ kr.

21) 3 Stücke Leinwand von 31 Ellen, $30\frac{1}{2}$ Elle und $32\frac{2}{3}$ Ellen geben 27 Hemden und einen Rest von $\frac{5}{16}$ Ellen, wie viel Ellen sind zu jedem Hemde verwendet? Antwort: $3\frac{617}{1296}$ Ellen.

22) Wenn Jemand alle Tage im Jahre außer den 52 Sonntagen arbeitet, so verdient er sich $547\frac{3}{4}$ fl.; er verdient sich aber nur $519\frac{3}{4}$ fl.; wie viele Tage außer den Sonntagen hat er noch gefeiert? (16 Tage.)

23) Zeichne ein Rechteck, welches a) 3″ breit und $5\frac{1}{2}$″ lang; b) $4\frac{3}{4}$″ br. und 6″ lang; c) $2\frac{1}{2}$′ breit und $3\frac{2}{3}$′ lang, und bestimme von jedem den Quadratinhalt!
Antw.: a) $16\frac{1}{2}$ □″; b) $28\frac{1}{2}$□″; c) $9\frac{1}{6}$ □′.

24) Ein Getreidekasten ist $8\frac{3}{4}$′ lang, 4′ breit und $3\frac{1}{2}$′ hoch. a) Wie groß ist seine Grundfläche? b) Wie viel Kubikfuß lassen sich darauf neben einanderstellen? c) Wie viel Kubikfuß beträgt der ganze Rauminhalt? d) Wie viel Metzen à $1\frac{1}{2}$ Kubikfuß und wie viel Scheffel Körner faßt derselbe? Antwort: a) 35□′; b) 35c′; c) $122\frac{1}{2}$c′; d) $81\frac{2}{3}$ Metzen oder 13 Schfl. $3\frac{2}{3}$ Metzen.

25) Ein Trog ist $12\frac{1}{2}$′ lang, $3\frac{1}{4}$ breit und $2\frac{2}{3}$ tief; wie v. Eimer à $2\frac{3}{4}$ Kubikfuß nimmt derselbe auf? Antwort: $39\frac{13}{33}$ Eimer.

Anm. Wie bei Berechnung der drei letzten Aufgaben zu verfahren sei, kann der Lehrer aus der später folgenden besonderen Behandlung der Flächen- und Körperberechnung ersehen. Um Widerholungen zu vermeiden, weisen wir darauf hin.

Sechster Cursus.

Verhältnißrechnungen oder besondere Behandlung der Verhältniß-Aufgaben.

Die sogenannten Regeldetri- oder Verhältniß-Aufgaben kommen nicht nur sehr häufig im Leben vor, sondern sie geben zugleich auch eine reiche Ausbeute des vorzüglichsten Bildungsstoffes. Dieses und der Umstand, daß bei gewissen Arten derselben die Zahlen auf Gegenstände angewendet erscheinen, welche eine besondere Betrachtung und Uebung nothwendig machen, sowie das Bedürfniß, für sie beim Zifferrechnen eine bestimmte, die Ausrechnung vereinfachende Form zu haben, ist der Grund ihrer besonderen Behandlung. Unsere Schüler sollen sich also jetzt, um eine recht sichere Fertigkeit in der schriftlichen Berechnung der Verhältniß-Aufgaben zu erlangen, eine bestimmte Weise aneignen, die gegebenen Zahlen anzusetzen und die zum Resultate führenden Operationen abzuleiten und zu vollziehen. Sie sollen dann, indem wir nach Einübung der Form zu den nach den Gegenständen benannten und geordneten Aufgaben übergehen, die Bedeutung der vorkommenden technischen Benennungen (Kapital, Zins, Procent ꝛc.) kennen, die Aufgaben nach ihren Zahl- und Sachverhältnissen verständig beurtheilen und auf sie die eingeübte Rechnungsform anwenden lernen. Bevor wir jedoch zur Sache selbst übergehen können, müssen wir uns erst für eine gewisse Form entscheiden. Denn da sich die Ausrechnung nach der ihr vorausgehenden Auflösung richtet, und eine von der andern verschiedene Auflösung auch eine verschiedene Ausrechnung zur Folge hat; so sind für die schriftliche Berechnung der Verhältnißaufgaben ebenso viele Formen möglich, als es für sie allgemein anwendbare Auflösungsweisen gibt. Wie vielfach aber die Auflösung und demzufolge auch die Ausrechnung einer an sich einfachen Verhältnißaufgabe sein kann, ist aus nachstehendem Beispiele zu ersehen.

Aufgabe: 4 Ellen kosten 45 kr., was kosten 15 Ellen?

Behandlung:

Erste Aufl.: Ich gehe von 4 Ellen auf 1 Elle und von 1 Elle auf 15 Ellen.

Ausr.: 4 Ellen kosten 45 kr.;
1 Elle kostet $^1/_4 \times 45$ kr. $= 11^1/_4$ kr.;
15 Ellen kosten $15 \times 11^1/_4$ kr. $= 2$ fl. $48^3/_4$ kr.

Zweite Aufl. Ich gehe von 4 Ellen auf 15×4 Ellen und von 15×4 Ellen auf 15×1 Elle.

Ausr.: 4 Ellen kosten 45 kr. $= ^3/_4$ fl.;
15×4 Ellen kosten $15 \times ^3/_4$ fl. $= ^{45}/_4 = 11^1/_4$ fl.;
15×1 Elle kosten $^1/_4 \times 11^1/_4$ fl. $= 2$ fl. $48^3/_4$ kr.

Dritte Aufl. So vielmal 4 Ellen, so vielmal 45 kr.; 15 Ellen kosten daher so vielmal 45 kr., als 4 Ellen in 15 Ellen enthalten sind.

Ausr.: 4 Ellen: 15 Ellen $= 3^3/_4$; $3^3/_4 \times 45$ kr. $= 2$ fl. $48^3/_4$ kr.

Vierte Aufl. Ich zerlege die 15 Ellen in $12 + 3$ oder in $3 \times 4 + 2 + 1$ Elle und berechne jeden Theil für sich.

Ausr.: 4 Ellen kosten 45 kr.
12 oder 3×4 E. kosten 3×45 kr. $= 2$ fl. 15 kr.
2 oder $^1/_2 \times 4$ E. kosten $^1/_2 \times 45$ kr. $=$ — fl. 22 kr. 2 pf.
1 oder $^1/_2 \times 2$ E. kostet $^1/_2 \times 22^1/_2$ kr. $=$ — fl. 11 kr. 1 pf.

15 oder $3 \times 4 + 2 + 1$ E. kosten also 2 fl. 48 kr. 3 pf.

Fünfte Aufl. Ich betrachte 15 Ellen als 16 Ellen — 1 Elle.

Ausrechnung: 4 Ellen kosten 45 kr.
16 oder 4×4 Ell. kosten 4×45 kr. $= 3$ fl.
1 oder $^1/_4 \times 4$ Ell. kostet $^1/_4 \times 45$ kr. $=$ — fl. $11^1/_4$ kr.

15 oder 16 — 1 Elle kosten daher 2 fl. $48^3/_4$ kr.

Wir sehen hier fünferlei Auflösungen und ebenso fünferlei Ausrechnungen, sämmtlich mehr oder weniger von einander verschieden und sämmtlich bei jeder Aufgabe dieser Gattung anwendbar. Es ist aber begreiflich, daß wir für das Zifferrechnen nicht mehr als eine Form zugleich einführen dürfen, und daß dieselbe längere Zeit ausschließlich und später wenigstens vorzugsweise angewendet werden müsse. Die Frage, welche Weise den andern vorziehen sei, ist übrigens leicht zu beantworten. Die erste Auflösung ist so einfach und natürlich, daß ihr unbestritten der Vorrang gebührt. Sie liegt aber der schriftlichen Rechnungsform zu Grunde, welche man die Zweisatzrechnung nennt und welche sich dadurch auszeichnet, daß sie ganz und gar dem Gedankengange entspricht, den auch der weniger Geübte einschlägt, um eine Aufgabe zu lösen; daß durch sie das schriftliche Rechnen in das rechte Verhältniß zu dem mündlichen

kommt und in der That das, was es sein soll — ein in Ziffern dargestelltes Kopfrechnen wird; daß sie sich eng an das Vorausgegangene anschließt und so Einheit in den ganzen Lehrgang bringt; daß sie, indem sich der Schüler bei ihr Schritt für Schritt dem klar vor seinem Bewußtsein stehenden Ziele nähert, den formellen, wie den materiellen Rechnungszweck gleichmäßig fördert, und daß sie sich für die Aufgaben mit umgekehrten Verhältnissen eben so gut wie für die mit geraden eignet. Sie wird deßhalb auch von uns zuerst behandelt und zwar in zweifacher Weise.

Um den von mehreren Seiten ausgesprochenen Wunsch zu genügen, so geben wir dann (statt der in der ersten Auflage enthaltenen Regula de tri) die Proportionsrechnung und später noch die Kettensatz-Rechnung.

Während sichs nun beim Zifferrechnen zunächst um die Einübung und dann um die Anwendung der Rechenform handelt, ist aber zugleich auch dem freien mündlichen Rechnen gebührend Rechnung zu tragen. Auch es hat seine Rechte. Es ist nicht nur wenigstens eben so wichtig, als das Tafelrechnen, sondern es verlangt zugleich seine eigenthümliche Behandlung, somit auch eine eigene Uebung. Aus diesem Grunde und um die Gefahr zu vermeiden, dem Einen auf Kosten des Andern zu viel Zeit einzuräumen, werden von jetzt an Kopf- und Zifferrechnen gesondert, d. h. in besondern Stunden behandelt. Beide gehen daher fortan neben einander. Aber wenn gleich der Zeit nach getrennt, so behalten sie dennoch ihre innere gegenseitige Beziehung und zwar sowohl rücksichtlich des Stoffes, als rücksichtlich des Verfahrens. Kopf- und Zifferrechnen beschäftigen sich nämlich zuerst gleichzeitig mit Aufgaben, die nach den dabei anzuwendenden Operationen, dann wieder gleichzeitig mit Aufgaben, die nach den Gegenständen geordnet sind. Und überall wird im mündlichen Rechnen die Auflösungsweise, die ihre Anwendung auch beim schriftlichen Rechnen findet, vorzugsweise ins Auge gefaßt und geübt.

Erste Abtheilung.

Verhältnißaufgaben, nach den Operationen geordnet.

Freies Kopfrechnen.

Beispiel 1. 8 Pfd. Garn geben 36 Ellen Leinwand; wie viele Ellen von derselben Breite geben 7 Pfd. Garn von derselben Sorte?

Auflösung: Gesucht soll werden, wie viele Ellen Leinwand 7 Pfd. Garn geben, und bekannt ist, wie viele Ellen man von 8 Pfd. erhält. 8 Pfd. Garn geben 36 Ellen. Wie ist nun hieraus zu finden, wie viele Ellen 7 Pfd. geben?

a) Ich gehe von 8 Pfd. auf 1 Pfd. und von 1 Pfd. auf 7 Pfd. Ausrechnung! — b) Ich gehe von 8 Pfd. auf 7 × 8 oder 56 Pfd. und von 56 oder 8 × 7 Pfd. auf 7 Pfd. Ausrechnung! — c) 8 Pfd. geben 36 Ellen; so

vielmal 8 Pfd., so vielmal 36 Ellen; also geben 7 Pfd. so viel mal 36 Ellen, als 8 Pfd. in 7 Pfd. enthalten sind. Ausr.! — d) Ich zerlege 7 Pfd. in Posten welche einfache Theile von 8 Pfd. sind, nämlich in 4 + 2 + 1 Pfd., und berechne jeden Posten für sich. — e) Ich betrachte 7 Pfd. als 8 Pfd. — 1 Pfd. Ausr.!

Beispiel 2. Mit 4 kr. 2 pf. bezahlt man 3 Qt.; was kosten 18 Loth?

Auflösung: Ich soll suchen, was 18 Loth kosten, und weiß, wie theuer 3 Qt. sind; 3 Qt. kosten 4 kr. 2 pf. Nun ist die Frage: Wie gehe ich von 3 Qt. auf 18 Loth? — a) Was 18 Loth kosten, kann ich leicht finden, wenn ich weiß, was 1 Loth kostet; was 1 Loth kostet, kann ich wieder leicht finden, wenn ich weiß, was 1 Qt. kostet, und das kann ich leicht berechnen, weil ich weiß, was 3 Qt. kosten. Ich gehe daher von 3 Qt. auf 1 Qt., von 1 Qt. auf 1 Lth. und von 1 Lth. auf 18 Lth. Ausr. — b) 3 Qt. kosten $4\frac{1}{2}$ kr.; so vielmal 3 Qt., so vielmal $4\frac{1}{2}$ kr.; also kosten 18 Loth so viel mal $4\frac{1}{2}$ kr.; als 3 Qt. in 18 Loth enthalten sind. 18 Loth = 18 × 4 = 72 Qt.; 3 Qt. : 72 Qt. = 24 mal; mithin kosten 18 Loth oder 72 Qt. 24 × $4\frac{1}{2}$ kr. Ausr.! — c) 4 × 1 Qt. = 1 Loth, 4 × 2 Qt. = 2 Loth, 4 × 3 Qt. = 3 Lth. ꝛc.; 1 Loth ist daher das 4fache von 1 Quint, 2 Loth sind das 4fache von 2 Qt. ꝛc. Also kann ich von 3 Quint auch sogleich auf 3 Loth gehen, und von 3 Loth gehe ich dann auf 18 Loth. Ausr.! — Oder ich gehe von 3 Qt. auf 18 Qt. und von 18 Qt. auf das 4fache von 18 Qt., nämlich auf 18 Loth. Ausr.!

Beispiel 3. 2 Pfd. 16 Loth zu 4 fl. 40 kr., wie hoch kommen 2 Loth 2 Qt.?

Auflösung a. 2 Pfd. 16 Loth = 64 + 16 = 80 Loth; 2 Lth. 2 Qt. = 10 Qt. Nun heißt die Aufgabe: 80 Loth kosten 4 fl. 40 kr., wie hoch kommen 10 Qt.? — Ich gehe von 80 Loth auf 1 Loth, von 1 Loth auf 1 Qt. und von 1 Qt. auf 10 Qt.; 80 Loth kosten 4 fl 40 kr., 1 Loth kostet $\frac{1}{80}$ davon; 80 = 8 × 10; $\frac{1}{10}$ von 4 fl. 40 kr. = 28 kr., und $\frac{1}{8}$ von 28 kr. = $3\frac{1}{2}$ kr.; 1 Loth kostet $3\frac{1}{2}$ kr., folglich kommt 1 Qt. auf den 4. Theil von $3\frac{1}{2}$ kr.; $3\frac{1}{2}$ kr. = 14 pf.; der 4. Theil von 14 pf. = $3\frac{1}{2}$ pf. Kostet 1 Qt. $3\frac{1}{2}$ pf., so kosten 10 Qt. 10 × $3\frac{1}{2}$ pf. = 30 + 5 = 35 pf. oder 8 kr. 3 pf.

Aufl. b. 2 Pfd. 16 Loth = $2\frac{1}{2}$ Pfd., und 2 Loth 2 Qt. = $2\frac{1}{2}$ Lth.; 1 Lth. ist der 32. Theil von 1 Pfd., 2 Lth. sind $\frac{1}{32}$ von 2 Pfd. und $2\frac{1}{2}$ Lth. sind $\frac{1}{32}$ von $2\frac{1}{2}$ Pfd.; $2\frac{1}{2}$ Pfd. kosten 4 fl. 40 kr.; also kosten $2\frac{1}{2}$ Lth. $\frac{1}{32}$ von 4 fl. 40 kr.; 32 = 8 × 4; $\frac{1}{4}$ von 4 fl. 40 kr. = 1 fl. 10 kr. und $\frac{1}{8}$ von 1 fl. 10 kr. = $8\frac{3}{4}$ kr. Also kosten 2 Lth. 2 Qt. $8\frac{3}{4}$ kr.

Aufg. f. Kopf- oder Denkr. des Verf. S. 23—32.

Wie viel von den Aufgaben, auf welche hier hingewiesen ist, in der einen oder in der andern Schule durchgenommen werden können, muß der Lehrer selbst am besten wissen. Man richte sich eben nach der Zeit, die zu Gebote steht. Uebrigens werden die obigen Beispiele mit den in dem Kopfrechnen-Büchlein enthaltenen Andeutungen genügen, um zu erkennen, wie die Aufgaben der einzelnen Stufen zu behandeln sind.

Zifferrechnen.

A. Der Zweisatz in Bruchform.

I. Aufgaben mit einfachen Verhältnissen.

1) Mit gleich und ungleich benannten ganzen Zahlen.

Beispiel 1. Für 14 fl. erhält man 9 Ellen; wie viel wird man für 13 Ellen zahlen müssen?

Fertigung des Ansatzes.

(Ausführlich.)

Vor Allem muß man wissen, was berechnet werden soll. Und da dieß in der Frage der Aufgabe liegt, so ist die Frage auch zuerst in's Auge zu fassen. Sie heißt: „Wie viel wird man für 13 Ellen zahlen müssen?" Die Zahl „13 Ellen" schreibt man etwas gegen die Linke und das „Wie viel" deutet man rechts darneben durch ein Fragezeichen an.

13 Ellen ?

Wie viel man für 13 Ellen zahlen muß, läßt sich nur dann, nur unter der Bedingung finden, wenn gegeben ist, wie viel eine andere Anzahl Ellen kostet. Das sagt der Satz: „Für 14 fl. erhält man 9 Ellen." Derselbe heißt deßhalb Bedingungssatz. Er wird gerade über den Fragesatz geschrieben, so daß die gleichartigen Glieder senkrecht unter einander zu stehen kommen. Man setzt also „9 Ellen" über 13 Ellen, und „14 fl." über das Fragezeichen.

9 Ellen	14 fl.	9 Ellen kosten 14 fl.
13 Ellen	?	13 Ellen, wie viel?

Das ist der Ansatz. Er besteht aus zwei unter einander befindlichen Sätzen: aus dem Bedingungssatze und aus dem Fragesatze. Daher sein Name „Zweisatz."

Berechnung.

I. Hauptrechnung: II. Nebenrechnung:

a. Ausführlich.

9 Ellen 14 fl.
13 Ellen ? fl.

9 Ellen k. 14 fl.

1 Elle k. $\frac{1}{9} \times 14$ fl. $= \frac{14}{9}$ fl.

13 Ellen k. $13 \times \frac{14}{9}$ fl. $= \frac{182}{9}$ fl.

$=$ 20 fl. 13 kr. $1\frac{1}{3}$ pf.

Nebenrechnung:

14 fl.
13
42
14
9 | 182 | 20 fl.
2
60
9 | 120 | 13 kr.
30
3
4
9 | 12 | $1\frac{1}{3}$ pf.
3

b. Kürzer:

9 Ellen	14 fl.
13 Ellen	?
9 Ell.	14 fl.
1 "	$\frac{14}{9}$ fl.
13 "	$\frac{13 \times 14}{9}$ fl.

c. Noch kürzer:

9 Ellen	14 fl.
13 Ellen	?
9 Ell.	$\frac{13 \times 14}{9}$ fl.
1 "	
13 "	

d. Kürzeste Form:

9 Ellen	14 fl.
13 Ellen	?
	$\frac{13 \times 14}{9}$ fl.

Die Denk- oder Sprechweise ist überall dieselbe. Eben so die Nebenrechnung. Die Abkürzung besteht darin, daß man beim Schließen von der Mehrheit auf die Einheit und von der Einheit auf die Mehrheit immer mehr nur das notirt, was zuletzt zur Ausrechnung nöthig ist. 9 Ellen kosten 14 fl., **14** notirt; 1 Elle kostet $^1/_9 \times 14$ oder $^{14}/_9$ fl., **9** unter 14 notirt; und 13 Ellen kosten $13 \times {}^{14}/_9$ fl., **13** neben 14 notirt.

$13 \times {}^{14}/_9$ fl. $=$ 13×14 fl., getheilt durch 9; 13×14 fl. $=$ 182 fl.; der 9. Theil von 182 fl. $=$ 20 fl. 13 kr. $1^1/_3$ pf.

Anm. Haben die Schüler die Aufgaben S. 159 und 228 ff. in der dort angegebenen Weise gerechnet; so werden sie alsbald erkennen, daß die vorstehende Berechnungsart nichts weiter ist, als die Fortsetzung und als die abgekürzte Form derselben. Sie werden sich dann schon nach der Behandlung von wenigen Beispielen in die Form c. hineingefunden haben und sogleich frisch und fröhlich darauf fortarbeiten. Ist jenes nicht geschehen, so wird es entweder nachgeholt oder man bleibt längere Zeit bei den ausführlicheren Formen stehen. Uebrigens glauben wir, auf das von S. 77 auf 78 über das Lehrverfahren Gesagte hinweisen zu müssen.

Aufgaben.

(Aufgaben für das Zifferrechnen, drittes Heftchen.)

1) Für 12 Thlr. erhält man 42 Pfd. Flachs, wie viel für 7 Thlr.? (24 Pfd. 16 Lth.) — **2)** 9 Mann verdienen 135 fl.; was werden 4 davon erhalten? (60 fl.) — **3)** In 7 Tagen braucht man 5 Pfd. Oel, wie viel in 90 Tagen? (64 Pfd. $9^1/_7$ Lth.) — **4)** Ein Knecht hat 43 fl. Jahrlohn; was gebührt ihm auf 10 Wochen? (8 fl. $16^2/_{13}$ kr.) — **5)** 8 Personen brauchen im Jahr 7 Schfl. Korn, wie viel 11 Personen? ($9^5/_8$ Schfl.) — **6)** Für 3 fl. erhält man 17 Maas; was kostet 1 Eimer zu 64 Maas? (11 fl. 17 kr. $2^{10}/_{17}$ pf.)

7) 100 fl. Kapital tragen 4 fl. Zins; wie viel Zins geben 573 fl. Kapital (22 fl. $55\frac{1}{5}$ kr.) — 8) 100 fl. Kapital geben 6 fl. Zins; wie viel Zins geben 63 fl. Kapital? (3 fl. 46 kr. $3\frac{1}{5}$ pf.) — 9) A verfertigt in 25 Tag 72 Stück; wie lange arbeitet er an 125 Stück? ($43\frac{29}{72}$ Tag.) — 10) Wenn man 24 Pfd. Wolle von 5 Schafen erhält; wie viel wird man von 36 Schafen bekommen? ($172\frac{4}{5}$ Pfd.)

Beispiel 2. Ein Herr logirte in einem Gasthofe und mußte für 24 Tage 58 fl. bezahlen? Wie viel wird er für weitere 42 Tg. zu entrichten haben?

Ansatz und Berechnung:

Allgemeine Weise:		Besondere Weise:	
24 Tg.	58 fl.	24 Tg.	58 fl.
42 Tg.	?	42 Tg.	?
24 Tg. 1 „ 42 „	$\dfrac{\overset{7\ \times\ 29}{42 \times 58}}{\underset{\underset{2}{4}}{24}} = \dfrac{203}{2} = 101\frac{1}{2}$ fl.	24 Tg. 6 42 „	$\dfrac{\overset{29}{7 \times 58}}{\underset{2}{4}}$

Für 24 Tage zahlt man 58 fl., für 1 Tag $\frac{1}{24} \times 58$ fl. $= \frac{58}{24}$ fl., für 42 Tage $42 \times \frac{53}{24}$ fl. — Ist dem Schüler, wie wohl vorausgesetzt werden darf, das Heben der Faktoren des Zählers gegen die Faktoren des Nenners (S. 209.) bekannt; so wird er von selbst daran denken, 24 gegen 42 durch 6, sowie 4 gegen 58 durch 2 zu kürzen. Dann steht noch 7×29 fl. getheilt durch 2. — Die fähigeren Schüler führen dieß mehr im Kopfe, die minderfähigen durch eine Nebenrechnung aus.

Anm. Die mit kleiner Schrift gedruckten Zahlen 24 Tg., 1 Tg., 42 Tg. sollen hier die Sache nur mehr augenfällig machen. Beim Selbstrechnen, also auch in der Schule, bleiben sie jetzt weg. — Da es vortheilhaft ist, beim schriftlichen Rechnen so viel als thunlich in allen Fällen ein gleiches Verfahren einzuhalten: so wird hier, wie überall, wo die gleichartigen Glieder ganze Zahlen sind, auf die Eins zurück gegangen. Dadurch ist es dem Rechner möglich, ohne langes Besinnen die Schlußkette zu vollenden. Ist dies geschehen, dann werden Zähler und Nenner durch gegenseitiges Heben gleichmäßig verkleinert. Das gilt als Regel. Damit jedoch die fähigeren Schüler, welche mit der Berechnung vor den andern fertig werden, ihre übrige Zeit nützlich verwenden; so kann man ihnen hier und in ähnlichen Fällen gestatten, die Berechnung auf eine zweite Weise auszuführen und dabei über das größte gemeinschaftliche Maaß der zwei gleichartig benannten Zahlen (hier über 6) zu schließen.

Aufgaben.

11) Was kosten 28 Ellen, wenn man für 16 Ellen 12 fl. bezahlt? (21 fl.) — 12) Was kosten 60 Stück Wellenholz, das Hundert zu 13 fl.? (7 fl. 48 kr.) — 13) Für 8 Thlr. (à 30 Gr.) 36 Pfd.; wie theuer sind 24 Pfd.? (5 Thlr. 10 Gr.) — 14) B braucht 9 Pfd. Zucker in 14 Tg., wie viel in 25 Tagen? (22 Pfd. 16 Lth.) —

15) Ein Fäßchen Wein von 40 Ms. zu 16 fl.; wie theuer der Eimer? (25 fl. 36 kr.) — 16) 42 Pfd. kosten 12 Thlr.; wie viel für 18 Thl. (63 Pfd.) — 17) Wie theuer sind 10 Ellen, 24 Ellen zu 36 fl. (15 fl.) — 18) Für 72 fl. 96 Pfd.; wie hoch kommen 20 Pfd.? (15 fl.)

(Verkehrte oder indirekte Verhältnisse.)

Vorbereitendes.

Aufg. 3 Taglöhner verdienen 12 fl. mit einander, wie viel kommt auf einen derselben? ($^1/_3$ von 12 fl.) — 3 Taglöhner fertigen einen Graben in 12 Tagen; wie lange hat einer derselben damit zu thun?

Einer braucht, um seinen Theil fertig zu bringen, 12 Tage; um den Theil des Andern zu vollenden, wieder 12 Tage; und zu dem Theile des Dritten abermals 12 Tage; mithin braucht er zur ganzen Arbeit 3 × 12 oder 36 Tage. — Oder: Was 3 Tgl. in 1 Tg. thun, das thut 1 Taglöhner erst in 3; 1 Tgl. braucht also 3 mal so lang, als 3 Taglöhner, hier also 3 × 12 oder 36 Tage.

Aufg.: Ein Mann verdient in 1 Tg. 15 kr., wie v. in 3 Tg.? (3 × 15 kr.) — Ein Mann verrichtet eine Arbeit in 15 Tagen; wie lange würden 3 Männer dazu brauchen?

Ein Mann braucht 15 Tag lang, wenn er die ganze Arbeit allein vollendet. Theilen sich 3 Männer in dieselbe, so kommt auf jeden nur der 3. Theil. Zu dem 3. Theil der Arbeit bedarf man nur den 3. Theil der Zeit. Mithin hat jeder der 3 Männer zu seinem Theile nur $^1/_3$ von 15 Tagen, d. i. 5 Tage nöthig. Und da sie zu gleicher Zeit arbeiten, so werden sie auch zu gleicher Zeit, nämlich am 5. Tage mit der Arbeit fertig. — Oder: Was 1 Mann in 3 Tg. thut, das thun 3 M. schon in 1 Tag; 3 M. brauchen also nur den 3. Theil der Zeit, die 1 Mann nöthig hat, und da 1 Mann 15 Tage braucht, so werden 3 M. in dem dritten Theil von 15 Tg. d. i. in 5 Tg. mit der Arbeit fertig.

Aufg.: Die Brodration beträgt für 8 Soldaten auf 4 Tage 48 Pfd., wie viel für 1 Mann? ($^1/_8$ von 48 Pfd.) — 8 Personen reichen mit einem gewissen Mundvorrath 4 Tage aus, wie lange würde 1 Person daran haben?

Theilt man den ganzen Vorrath unter die 8 Personen gleichheitlich aus, so entstehen Theile, an deren einem 1 Person 4 Tage lang hat; also wird 1 Person an 2 solchen Theilen 2 × 4 Tage, an 3 solchen Theilen 3 × 4 Tage, und an allen 8 Theilen oder an dem ganzen Vorrathe 8 × 4 oder 32 Tage lang haben. — Oder. Was 8 Personen in 1 Tag brauchen, damit nährt sich 1 Person 8 Tage lang; 1 Person hat also an dem Vorrathe 8 mal so lang als 8 Personen, mithin 8 × 4 oder 32 Tage.

Aufg.: Soll ein Saatfeld in 3 Tagen abgeschnitten werden, so muß man 5 Schnitter dazu bestellen. Wie viele dergleichen sind erforderlich, wenn die Arbeit in 1 Tag geschehen soll?

Wir denken uns das Saatfeld in 3 gleiche Theile getheilt. An dem ersten Theile haben 5 Schnitter 1 Tag zu thun, an dem zweiten wieder 5 Schnitter 1 Tag und ebenso an dem dritten. Soll daher die ganze Arbeit in 1 Tag geschehen, so

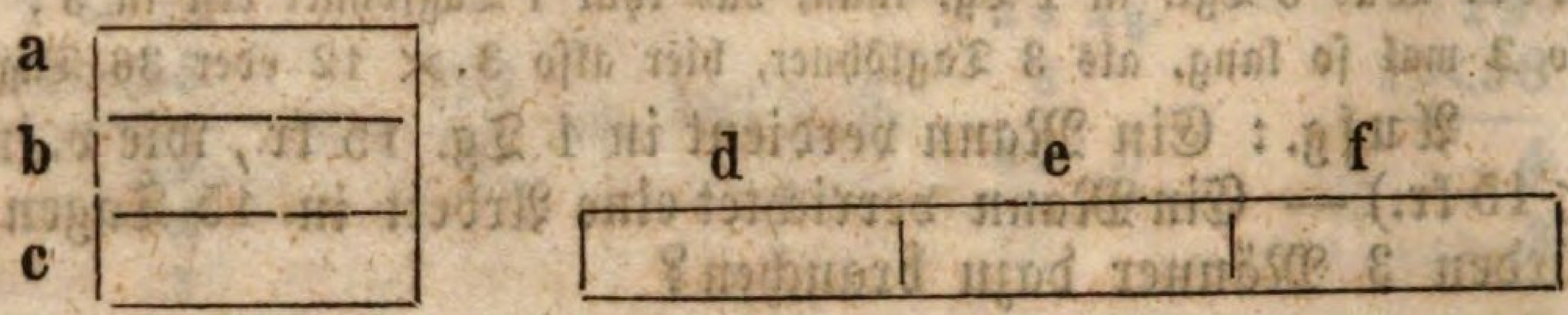
muß man 3mal 5 oder 15 Schnitter dazu bestellen. — Oder: Was in 3 Tagen 1 Arbeiter thut, das kann in 1 Tag nur von 3 Arbeitern gethan werden; soll daher Etwas in dem dritten Theil der Zeit geschehen, so muß man 3 mal so viele Arbeiter dazu nehmen. Also muß man, wenn das Saatfeld, anstatt in 3 Tg., in 1 Tag abgeschnitten werden soll, 3mal 5 oder 15 Schnitter dazu bestellen.

Aufg.: 12 Pflüge machen ein Ackerfeld in 1 Tag um; wie viele derselben sind nöthig, die Arbeit in 4 Tagen zu thun?

Soll die Arbeit in 1 Tag geschehen, so sind 12 Pflüge nöthig. Sind 4 Tage Zeit dazu gegeben, so braucht an jedem Tag nur $^1/_4$ von der Arbeit gethan zu werden. Zu $^1/_4$ der Arbeit bedarf man nur $^1/_4$ der Arbeitskräfte, folglich auch nur den 4. Th. von den 12 Pflügen, d. i. 3 Pflüge. (4mal so viele Zeit, $^1/_4$ der Arbeitskräfte.)

Aufg.: 10 Ellen $^3/_4$ breit sind gleich wie vielen Ellen $^1/_4$ breit?

Anschaulich.



a. = d. 1 Elle $^1/_4$ br. = 1 Elle $^1/_4$ br.,
a + b = d + e. 1 Elle $^2/_4$ br. = 2 × 1 Elle $^1/_4$ br.;
a + b + c = d + e + f 1 Elle $^3/_4$ br. = 3 × 1 Elle $^1/_4$ br.;
also sind 10 Ellen $^2/_4$ br. = 2 × 10 od. 20 Ell. $^1/_4$ br.
und 10 Ellen $^3/_4$ br. = 3 × 10 od. 30 Ell. $^1/_4$ br.

Aufg.: 48 Ellen $^1/_4$ breit machen wie viele Ellen $^3/_4$ breit?

d = a. 1 Elle $^1/_4$ br. = 1 Elle $^1/_4$ br.;
d + e = a + b. 2 Ell. $^1/_4$ br. = $^1/_2$ × 2 oder 1 E. $^2/_4$ br.
d + e + f = a + b + c. 3 Ell. $^1/_4$ br. = $^1/_3$ × 3 oder 1 Ell. $^3/_4$ br.
also sind 48 Ellen $^1/_4$ br. = $^1/_2$ mal 48 od. 24 Ellen $^2/_4$ br.
= $^1/_3$ mal 48 od. 16 Ellen $^3/_4$ br.

Beispiel 3. 6 Männer vollenden eine Arbeit in 7 Wochen; wie lange würden 5 derselben dazu brauchen?

Ansatz und Berechnung:

6 M. 7 Wch.
5 M. ?

6 M.
1 „ $\frac{6 \times 7}{5} = \frac{42}{5} = 8^2/_5$ Wch.
5 „

Denk- oder Sprechweise: 6 Männer brauchen 7 Wochen; 1 Mann braucht 6 mal so lang, also 6 × 7 Wch.; 5 Männer aber bedürfen nur den 5. Th. dieser Zeit, nämlich 6 × 7 Wch., getheilt durch 5.

Aufgaben.

19) 5 Gesellen vollenden eine Mauer in 12 Tg.; wie lange werden 8 Gesellen dazu brauchen? ($7\frac{1}{2}$ Tag.) — **20)** Wie lange haben 6 Pflüge an dem Feld zu thun, das 9 Pflüge in 15 Tagen herum machen? ($22\frac{1}{2}$ Tg.) — **21)** 7 Mahlgänge bringen in 18 Tg. einen gewissen Mehlvorrath fertig. Wie lange haben 3 dergl. Gänge damit zu thun? (42 Tg.) — **22)** 1275 Mann Soldaten haben auf 125 Tg. Proviant; wie lange haben 950 Mann daran? ($167\frac{29}{38}$ Tg.) — **23)** Wie viel Personen sind nöthig, um die Arbeit, die 12 Pers. in 36 Tagen fertig bringen, in 24 Tagen zu vollenden? (18 Pers.) — **24)** 10 Tagl. machen eine Grube in 28 Tg. Wie viel Tagl. sind zu dingen, um eine gleiche Grube in 20 Tg. herzustellen? (14 Tagl.) — **25)** Wenn der Schff. Korn 10 fl. kostet, wiegt ein Sechserbrod 2 Pfd. 24 Lth. Wie schwer soll dasselbe sein, wenn der Schff. um 5 fl. aufgeschlagen hat? (1 Pfd. $26\frac{2}{3}$ Loth.*) — **26)** A kauft 7 Ellen Tuch, 9 Viertel breit. Wie viel 6 Viertel breites Futtertuch muß er nehmen, da das ganze Kleidungsstück gefüttert werden soll? ($10\frac{1}{2}$ Elle.) — **27)** Eine Familie besteht aus 18 Personen und hat auf 8 Monat Mundvorrath. Wie viel Personen würden 1 Jahr damit ausreichen.? (12 Personen.) — **28)** Geht **B** täglich 14 Stunden weit, so legt er den Weg von **X** bis **Z** in 48 Tg. zurück. Wie lange wird er brauchen, wenn er täglich 16 Stunden weit geht? (42 Tg.)

Beispiel 4: Wie hoch kommen 24 Loth, wenn 7 Pfd. 23 fl. kosten?

Beurtheilung: Berechnet soll werden, wie viel 24 Loth kosten; die Aufgabe sagt, was 7 Pfund kosten. Es ist also die Frage:

---

*) Dieses Facit ergibt sich nach der gewöhnlichen Annahme, daß das Brodgewicht in demselben Verhältnisse steige, wie der Preis des Getreides fällt, und falle, wie der Preis des Getreides steigt. Es stimmt dieß aber mit der Praxis nicht ganz überein, weil dem Getreidepreis die Mannsnahrung für die Bäcker und die etwaige Localabgabe beigeschlagen wird, beide aber für einen und denselben Ort oder Distrikt immer von gleicher Größe sind. Ist die Mannsnahrung = 2 fl. der Accis = gleich 30 kr., und kostet der Scheffel Korn 10 fl., so kommt derselbe für die Consumenten auf 10 fl. + 2 fl. + 30 kr. = 12 fl. 30 kr. Steigt der Preis auf das Doppelte von 10 fl. d. i. auf 20 fl., so kommt der Scheffel Korn auf 20 + 2 fl. 30 kr. = 22 fl. 30 kr., mithin nicht ganz auf das Doppelte von 12 fl. 30 kr. Der Laib muß also mehr als die Hälfte wiegen, denn zuvor. Die Behörden, welche die Brodpreise oder Brodgewichte zu bestimmen haben, rechnen daher auch anders, als die Rechenbücher gewöhnlich lehren, und zwar so:

Die Mannsnahrung sei = 2 fl 10 kr., der Accis = 30 kr., 1 Scheffel Korn = 280 Pfd. Brod. Das sind constante Werthe. — Der Scheffel Korn koste 10 fl. Mit der Mannsnahrung und mit dem Accis kommt derselbe also auf 10 fl. + 2 fl 10 kr. + 30 kr. = 12 fl. 40 kr. — Will man wissen, wie viel der Laib Brod für 12 kr. wiegen müsse, so heißt die Aufgabe: Für 12 fl. 40 kr. erhält man 280 Pfd. Brod, wie viel für 12 kr.? Und will man wissen, wie viel der 6 pfündige Laib kosten soll; so heißt es: 280 Pfund Brod zu 12 fl. 40 kr.; was kosten 6 Pfund Brod?

Wer also Aufgaben dieser Art genau berechnen will, der setze sich vor Allem in Kenntniß der unveränderlichen Werthe, welche für seinen Ort bei dieser Berechnung zu Grunde liegen.

Wie komme ich von 7 Pfd. auf 24 Loth? — Ich gehe von 7 Pfd. auf 1 Pfd., von 1 Pfd. auf 1 Loth und von 1 Loth auf 24 Loth.

Ansatz und Berechnung:

7 Pfd. — 23 fl.
24 Loth — ?

$$\begin{array}{l} 7 \text{ Pfd.} \\ 1 \text{ "} \\ 1 \text{ Lth.} \\ 24 \text{ "} \end{array} \quad \frac{23 \times \overset{3}{\cancel{24}}}{7 \times \underset{4}{\cancel{32}}} = \frac{69}{28} \text{ fl.}$$

Denk- oder Sprechweise:

7 Pfund kosten 23 fl.; 1 Pfund kostet den 7. Theil von 23 fl., also 23 fl. getheilt durch 7; 1 Loth kostet wieder $^1/_{32}$ davon, also 23 fl. getheilt durch 32 × 7; 24 Loth aber kosten 24mal so viel, d. i. 24 × 23 fl. getheilt durch 32 × 7. Die Faktoren 24 und 32 werden durch 8 gehoben. Dann habe ich noch 3mal 23 fl. durch 4 × 7 zu theilen. 3 × 23 fl. = 69 fl.; 4 × 7 = 28; 69 fl. durch 28 getheilt, gibt 2 fl. 27 kr. $3^3/_7$ pf. Also kosten 24 Loth rc.

Aufgaben:

29) 3 Fdr. Wein zu 765 fl.; wie theuer sind 8 Eimer? (170 fl.)
30) Was kosten 24 Loth, 125 Pfd. zu 375 fl.? (2 fl. 15 kr.)
31) Für 11 fl. kauft man 10 Ell.; was k. 6 Bll. 60 Ell.? (396 fl.)
32) 5 Pfd. zu 54 kr.; wie viel erhalte ich für 25 fl.? ($138^8/_9$ Pfd.)
33) 4 Mtz. Erdäpfel zu 5 fl.; was thun 36 Schff.? (270 fl.)
34) Um 24 kr. kaufe ich 10 Loth; was kosten 7 Ctr.? (896 fl.)
35) 16 Buch Papier zu 5 fl.; was kosten 4 Bll.? (250 fl.)
36) Für 45 kr. 10 Ms. Essig; was kosten 8 Fdr? ($460^4/_5$ fl.)

Beispiel 5. A kauft 42 Pfd. 12 Loth Waare für 12 Thlr. und gibt an B um denselben Preis wieder für 7 Thlr. davon ab. Wie viel wird B erhalten müssen?

Ansatz und Berechnung:

12 Thlr. — 1356 Loth
7 Thlr. — ?

$$\begin{array}{l} 12 \text{ Thlr.} \\ 1 \text{ "} \\ 7 \text{ "} \end{array} \quad \frac{\overset{113}{\cancel{1356}} \times 7}{\cancel{12}} = 791 \text{ Loth.}$$

= 24 Pfd. 23 Loth.

Nebenrechnung:

42 Pfd. 12 Lth.
32
84
126
12
1356 Lth.

Die 42 Pfund 12 Loth werden zuerst durch eine Neben- oder Hilfsrechnung (Vorarbeit) ganz in Loth verwandelt. Dann heißt der Ansatz: Für 12 Thlr. 1356 Loth; für 8 Thlr. wie viel? — Für 12 Thlr. 1356 Loth; für 1 Thlr. den 12. Theil; für 7 Thlr. 7mal so viel. Der Theiler 12 wird gegen 1356 ganz aufgehoben. Also ist der 12. Theil von 7mal 1356 Lth. = 7 × 113 Loth; 7 mal 113 Loth = 791 Loth.

Aufgaben:

37) 8 Ellen zu 15 fl. 46 kr.; wie theuer sind 28 Ellen? (55 fl. 11 kr.)

38) Wie viel für 42 fl., wenn man für 12 fl. 3 Ctr. 25 Pfd. erhält? (11 Ctr. $37\frac{1}{2}$ Pfund.)

39) Eine Familie von 8 Personen braucht wöchentlich 50 Pfd. 20 Lth. Brod. Vater und Sohn verreisen sich einmal auf 1 Woche. Wie viel Brod wird unterdessen zu Hause aufgehen? (37 Pfd. 31 Lth.)

40) Ein Taglöhner macht sich verbindlich, für 5 Scheffel Kartoffel 6 Wochen und 4 Tage lang zu arbeiten. Nachdem er jedoch 3 Schff. abverdient, kommt er nicht mehr. Wie lange hat er ausgehalten? (24 Tage.)

41) A kauft für 365 Thlr. 2 Fdr. 7 Eim. 42 Ms. Wein und tritt an B für 80 Thlr. davon ab. Wie viel Wein wird B erhalten? (6 Eimer $60\frac{4}{73}$ Ms.)

42) 32 Rth. 8 Fß. 10 Zoll von einer Mauer kosten 420 fl.; wie viel wird auf 300 fl. kommen. (23 Rth. 4 Fß. $7\frac{1}{7}$ Zoll.)

43) Das Pfund zu 7 fl. 32 kr. 3 pf.; was kosten 24 Loth? (5 fl. 39 kr. $2\frac{1}{4}$ pf.)

44) Wie viel für 72 fl., wenn man für 100 fl. 18 Ctr. 45 Pfd. 10 Lth. erhält? Antwort: 13 Ctr. 28 Pfd. 20 Lth.

Beispiel 6. Wie hoch kommen 4 Pfd. 24 Loth, wenn man für 13 Pfd. 21 Lth. 5 fl. 24 kr. zahlen muß?

Ansatz und Berechnung.

I. Vorarbeit.

a)	b)	c)
4 Pfd. 24 Loth.	13 Pfd. 21 Loth.	5 fl. 24 kr.
32	32	60
128	47	324 kr.
+ 24	39	
152 Loth.	437 Loth.	

II. Hauptrechnung:

437 Loth	324 kr.
152 Loth	?

437 Loth
1 „
152 „

$$\frac{324 \times 152}{437}$$

III. Nebenrechnung:

```
   324
   152
   648
  1620
  324
```

$437 \mid 49248 = 112\frac{304}{437}$ kr.
$= 1$ fl. $52\frac{304}{437}$ kr.

Aufgaben:

45) 3 Bll. 24 Ell. Zeug für 23 fl.; wie hoch kommt 1 Bll. à 60 Ell.? (6 fl. 45 kr. $3\frac{9}{17}$ pf.) — **46)** Was kosten 3 Bll. 16 Ell., 14 Ellen zu 8 fl. 40 kr.? ($121\frac{1}{3}$ fl.) — **47)** Für 1 Pfd zahlt man 28 kr.; was kosten 98 Pfund 13 Loth.? — (45 fl. $55\frac{3}{8}$ kr.) —

48) Um 32 fl. 30 kr. ein Pfd. Saffran; was kosten 48 Pfd. 13 Lth. 3 Qt.? (1573 fl. 57 kr. $3\frac{9}{16}$ pf.) — **49**) 5 Pfd. 18 Lth. Weinstein für 1 fl. 45 kr.; wie theuer kommt 1 Pfd.? (18 kr. $3\frac{45}{69}$ pf.) — **50**) Ein Eimer Wein (= 64 Ms.) zu 24 fl. 36 kr.; wie viel für 15 fl. 18 kr.? ($39\frac{33}{41}$ Ms.) — **51**) 3 Fdr. zu 450 fl.; was kosten 10 Eimer 50 Ms.? (134 fl. $45\frac{15}{16}$ kr.) — **52**) A kauft 3 Pfd. 20 Lth. Gewürz um 100 fl.; was kosten 5 Lth. 3 Qt.? (4 fl. 57 kr. $1\frac{19}{29}$ pf.) — **53**) 8 Schff. 5 Mtz. zu 115 fl. 36 kr. 3 pf.; wie hoch kommen 3 Schff. 4 Mtz.? (47 fl. 59 kr. $1\frac{33}{53}$ pf.) — **54**) D erhält 3 Scheiben Wachs, die eine wiegt 3 Ctr. 12 Pfd., die andere 4 Ctr. 39 Pfd., die dritte 3 Ctr. 63 Pfd.; der Centner kostet 114 fl. 52 kr. 2 pf, wie viel die ganze Sendung? (1279 fl. 42 kr. $1\frac{4}{5}$ pf.) **55**) Wie hoch kommt eine Kiste mit Gewürz von 38 Pfd. 16 Lth., wenn die Tara (das Gewicht der leeren Kiste) 1 Pfd. 8 Lth. beträgt, und das Pfund Netto (die reine Waare) 21 fl. 45 kr. kostet? (810 fl. 11 kr. 1 pf.) — **56**) Ein Sack Wolle wiegt 2 Ctr. 44 Pfd.; die Tara 12 Pfd.; wie viel ist dafür zu zahlen, wenn der Centner Netto 84 fl. 30 kr. kostet? (196 fl. 2 kr. $1\frac{3}{5}$ pf.) — **57**) Fünf Körbe Feigen wiegen 2 Ctr. 48 Pfd., 3 Ctr. 7 Pfd., 5 Ctr. 9 Pfd., 2 Ctr 45 Pfd., 2 Ctr 78 Pfd.; die Tara beträgt vom Korbe 14 Pfd., und der Centner Netto kostet 30 fl. 40 kr. Wie hoch kommt die Waare, einzeln und zusammen? (465 fl. 12 kr. $3\frac{1}{5}$ pf.) — **58**) N bekommt 1 Ctr. 50 Pfd. Waare, worunter 35 Pfd. von einer geringeren Sorte sich befinden, als er haben wollte. Das Pfd. der besseren Sorte bezahlt er mit 20 kr. und das Pfd. der geringeren (Fusti genannt) nur mit 15 kr. 2 pf. Wie viel macht es im Ganzen? (47 fl. 22 kr. 2 pf.) — **59**) A erhält 500 Ellen Seidenzeug. Beim Auslegen desselben findet er, daß in Folge nachlässiger Verpackung 125 Ellen Schaden genommen haben. Die Elle hiervon nimmt er zu 48 kr., die Elle der gut erhaltenen Waare zu 1 fl. 20 kr. an. Wie viel macht es zusammen? (600 fl.) — **60**) X empfängt 240 Pfd. Gewürz, à 12 fl. 30 kr. Nachdem er 180 Pfd. ausgepackt, kommt er an eine geringere Sorte, wofür er nur 8 fl. 48 kr. gibt. Wie v. beträgt die ganze Zahlung? (2778 fl.)

2) Mit gebrochenen Zahlen.

Beispiel 1. Für 1 Thlr. erhalte ich $5\frac{7}{8}$ Ellen, wie v. für 25 Thlr.?

Ansatz und Berechnung:

1 Thlr. $5\frac{7}{8}$ Ell.
25 Thlr. ?

1 Thlr.
25 „ $\frac{47 \times 25}{8} = \frac{1175}{8}$

$= 146\frac{7}{8}$ Ell.

Denk- oder Sprechweise:

$5\frac{7}{8} = \frac{47}{8}$. Für 1 Thlr. erhalte ich also $\frac{47}{8}$ E. oder 47 E. getheilt durch 8; für 25 Thlr. 25 $\times \frac{47}{48}$ E. oder 25 × 47 E. getheilt durch 8.

Aufgaben:

1) Ein Arbeiter erhält $^3/_4$ fl., wie viel erhalten 28 Arbeiter? (21 fl.) — **2)** In einem Hause gehen monatlich $^7/_8$ Pfund Gewürz auf, wie viel in 16 Monaten? (14 Pfd.) — **3)** Für 1 fl. gibt man $3^3/_4$ Ellen; wie viel für 14 fl.? ($52^1/_2$ Elle.) — **4)** Ein Pfd. zu $3^3/_5$ Gr.; wie theuer sind 2 Ctr. 13 Pfd.? (25 Thlr. $16^4/_5$ Gr.) — **5)** Für 3 Pfd. $24^2/_3$ Lth. zahle ich 1 Thlr.; wie viel erhalte ich für 5 Thlr.? (18 Pfd. $27^1/_3$ Lth.) — **6)** Wie viel löse ich für 3 Eimer, wenn der Eimer im Preise zu 12 fl. $37^1/_2$ kr. steht? ($37^7/_8$ fl.)

Beispiel 2. 3 Pfd. 18 Loth zu 2 fl. $47^1/_2$ kr.; was kostet 1 Lth.?

Vorarbeit:

3 Pfd. 18 Lth.	2 fl. $47^1/_2$ kr.
32	60
114 Loth.	$167^1/_2 = {}^{335}/_2$ kr.

Ansatz und Berechnung:

114 Lth.	$^{335}/_2$ kr.
1 „	?

$$114\ \text{Lth.}\quad 1\ \text{Lth.}\quad \frac{335}{2\times114} = \frac{335}{228}$$

$$= 1\ \text{kr.}\ 1^{50}/_{57}\ \text{pf.}$$

Denk- oder Sprechweise:

114 Lth. kosten $^{335}/_2$ kr. oder 335 kr. getheilt durch 2; 1 Lth. kostet den 114. Theil davon, nämlich 335 kr. getheilt durch 2 × 114 = 335 kr. getheilt durch 228.

Aufgaben:

7) Für $^7/_8$ Lth. 5 Gr.; wie viel für 1 Gr.? ($^7/_{40}$ Qt.) — **8)** Wie theuer das Loth, wenn man für 1 Pfd. $^5/_8$ fl. zahlt? ($1^{11}/_{64}$ kr.) **9)** Der Centner für $16^1/_4$ fl.; wie hoch kommt 1 Pfd.? ($9^3/_4$ kr.) — **10)** Ein Stein Wolle (= 22 Pfd.) für $12^3/_4$ Thlr.; was kostet 1 Pfd.? (17 Gr. $4^7/_{11}$ pf.) — **11)** Für 1 Pfd. 13 Lth. gibt man 88 fl. $41^3/_4$ kr.; wie kommt 1 Lth.? (1 fl. 58 kr. $1^2/_{45}$ pf.) — **12)** Jemand braucht in 1 Woche und 3 Tg. 58 fl. $36^3/_4$ kr.; wie viel täglich? (5 fl. 51 kr. $2^7/_{10}$ pf.)

Beispiel 3. Um $^5/_6$ fl. erhalte ich 8 Loth; was kosten 13 Lth.?

Ansatz und Berechnung:

8 Loth	$^5/_6$ fl.
13 „	?

$$8\ \text{Loth}\quad 1\ „\quad 13\ „\quad \frac{5\times13}{6\times8} = \frac{65}{48}$$

$$= 1\ \text{fl.}\ 21\ \text{kr.}\ 1\ \text{pf.}$$

Denk- oder Sprechweise:

8 Loth kosten $^5/_6$ fl. oder 5 fl. getheilt durch 6; 1 Lth. kostet $^1/_8$ davon, nämlich 5 fl. getheilt durch 8 × 6, und 13 Loth kosten 13 mal soviel, also 13 × 5 fl. getheilt durch 8 × 6.

Beispiel 4. Ein gewisses Kapital wirft in $^5/_8$ Jahren 8 fl. 45 kr. Zinsen ab; wie viel in $3^7/_8$ Jahren?

Ansatz und Berechnung:

$^5/_8$ J. $8^3/_4$ fl.
$3^7/_8$ J. ?

$^5/_8$ J.
$^1/_8$ „
$^{31}/_8$ „ $\frac{\overset{7}{35} \times 31}{4 \times 5} = \frac{217}{4}$ fl.

$8^3/_4$ fl. $= ^{35}/_4$ fl. In $^5/_8$ Jahren beträgt der Zins also $^{35}/_4$ fl. oder 35 fl. getheilt durch 4; in $^1/_8$ Jahr den 5. Thl. davon; in $^{31}/_8$ J. 31 mal so viel $=$ 31 × 35 fl. getheilt durch 5 × 4. Wird 35 gegen 5 durch 5 gehoben, so steht 31×7 fl. getheilt durch 4 = 217 fl. getheilt durch 4 = 54 fl. 15 kr.

Aufgaben:

13) Was k. 45 Ellen, 7 Ellen zu $^5/_6$ fl.? (5 fl. 21 kr. $1^5/_7$ pf.) **14)** Wie viel für 16 fl., wenn $^5/_8$ Ctr. 25 fl. kosten? ($^2/_5$ Ctr.) — **15)** 45 Ellen zu 6 fl. 15 kr. ($= 6^1/_4$ fl.); wie hoch kommen 18 Ell.? (23 fl. 30 kr.) — **16)** Für 16 Ell. gibt man $5^3/_5$ Thlr.; was kosten 324 Ell.? ($113^2/_5$ Thlr.) — **17)** 25 Pfd. $3^3/_4$ Loth werden unter 7 Pers. vertheilt; w. v. kommt auf 3 davon? (10 Pfd. 24 Lth. $1^6/_7$ Qt.) **18)** Für 10 Stück 1 Thlr. $8^2/_3$ Gr.; was kosten 3698 Stück.? (476 Thlr. 18 Gr. $11^1/_5$ pf.) — **19)** $^{11}/_{12}$ Ctr. zu 15 fl. 47 kr.; wie theuer sind $^7/_{12}$ Ctr.? (10 fl. 2 kr. $2^6/_{11}$ pf.) — **20)** Für $^{19}/_{24}$ Thlr. 3 Pfd. 22 Loth, wie viel für $^{13}/_{24}$ Thlr.? (2 Pfd. 16 Lth. $2^{18}/_{19}$ Qt.) — **21)** Für 14 fl. 48 kr. erhalte ich $^4/_5$ Eimer, was kosten $4^3/_5$ Eimer? (85 fl. 6 kr.) — **22)** Ich kaufe für 17 Thlr. $^3/_4$ Ctr. Flachs; was k. $5^1/_4$ Ctr.? (119 Thlr.) — **23)** Was kosten $^5/_7$ Stck., wenn man für 9 fl. 20 kr. $8^5/_7$ Stück erhält? (45 kr. $3^{37}/_{61}$ pf.) — **24)** Für 40 Pfd. zahlt man $3^1/_8$ fl.; wie viel erhält man für $^7/_8$ fl.? (11 Pfd. 6 Lth. $1^3/_5$ Qt.) — **25)** Ich gebe 42 fl. 36 kr. für $1^1/_2$ Pfd.; was kosten $8^1/_2$ Pfd.? ($241^2/_5$ fl.) — **26)** Wie theuer sind $3^3/_4$ Schff.; wenn $18^3/_4$ Schff. 154 fl. kosten? (30 fl. 48 kr.)

Beispiel 5. Für 75 fl. 20 kr. kauft man 7 Ctr.; was kosten $^3/_5$ Ctr.?

Ansatz und Berechnung:

7 Ctr. $75^1/_3$ fl.
$^3/_5$ „ ?

7 Ctr.
1 „ $\frac{226 \times 3}{3 \times 7 \times 5} = \frac{226}{35}$ fl.
$^3/_5$ $= 6$ fl. 27 kr. $1^5/_7$ pf.

Denk- oder Sprechweise:

7 Ctr. kosten $^{226}/_3$ fl.; 1 Ctr. kostet $^1/_7$ davon, nämlich 226 fl. getheilt durch 7 × 3; $^3/_5$ Ctr. kosten dies $^3/_5$ mal. Ein Bruch wird $^3/_5$mal genommen, wenn man seinen Zähler durch den Zähler 3 und seinen Nenner durch den Nenner 5 multiplicirt, daher setzen wir den Z. 3 als Faktor zu dem Zähler und den N. 5 als Faktor zu dem Nenner.

Beispiel 6. 3 Pfd. 8 Loth zu 2 fl. 40 kr.; was kosten 5 Ctr. 40 Pfd.?

Vorarbeit.

3 Pfd. 8 Lth. = $3^1/_4$ Pfd.; 2 fl. 40 kr. = $2^2/_3$ fl.; 5 Ctr. 40 Pfd. = 540 Pfd.

Hauptrechnung.

$3^1/_4$ Pfd. — $2^2/_3$ fl.
540 Pfd. — ?

$^{13}/_4$ Pfd.
$^1/_4$ "
1 "
540

$$\frac{8 \times 4 \times 540}{3 \times 13} \quad (540 \to 180,\ 3 \text{ gehoben})$$

Nebenrechnung.

32
180
2560
32
13 | 5760 | 443 fl. 4 kr. $2^6/_{13}$ pf.

Beispiel 7. $2^1/_2$ Qt. zu $5^1/_4$ kr.; was kosten 2 Ctr. $27^3/_4$ Pfd.

Ansatz und Berechnung:

$2^1/_2$ Qt. — $5^1/_4$ kr.
$227^3/_4$ Pfd. — ?

$^5/_2$ Qt.
$^1/_2$ "
1 "
1 Lth.
$^1/_4$ Pfd.
$^{911}/_4$ "

$$\frac{21.\ 2.\ 4.\ 8.\ 911}{4.\ 5.\ 60} \text{ fl.}$$

$$= 1020 \text{ fl. } 19^1/_5 \text{ kr.}$$

$^{911}/_4$ Pfd. kosten 911 × 8 × 4 × 2 × 21 kr., getheilt durch 5 × 4. Wir können uns aber wohl denken, daß es Gulden geben wird, daß wir also, wenn wir mit 4 × 5 oder 20 dividirt haben, auch noch durch 60 werden dividiren müssen. Dieß besondere Dividiren durch 60 können wir uns ersparen. Wir setzen 60 als Faktor zum Nenner und dividiren mit 4 × 5 × 60. So erhalten wir das Facit gleich in Gulden. Zuvor heben wir, was zu heben ist.

Beispiel 8. $12^1/_2$ Pfd. zu 20 fl.; wie hoch kommen $3^3/_4$ Lth.?

Ansatz und Berechnung:

$12^1/_2$ Pfd. — 20 fl.
$3^3/_4$ Loth. — ?

$^{25}/_2$ Pfd.
$^1/_2$ "
1 Loth
$^1/_4$ "
$^{15}/_4$ "

$$\frac{20 \times 15 \times 60}{25 \times 16 \times 4} \text{ kr.}$$

$$= \frac{45}{4} \text{ kr.} = 11^1/_4 \text{ kr.}$$

Hier ist der umgekehrte Fall. 15 × 20 fl. getheilt durch 4 × 16 × 25, gibt, wie leicht einzusehen ist, keinen ganzen Gulden. Wir verwandeln daher die 15 × 20 fl., indem wir 60 als Faktor hinzusetzen, sogleich in Kreuzer, heben dann, was sich heben läßt, und erhalten auf diese Weise das Ergebniß sogleich in Kreuzern.

Aufgaben:

27) Ein Stück Barchent von 22 Ell. für 6 fl. 39 kr.; wie hoch kommen $\frac{3}{4}$ Ellen? (13 kr. $2\frac{9}{22}$ pf.) — **28)** Ein Stück Zwillich von 32 Ell. k. 5 fl. 22 kr. 2 pf.; was k. $7\frac{1}{2}$ Ell.? (1 fl. 15 kr. $2\frac{11}{32}$ pf.) **29)** Ein Stück Satin von 24 Ell. zu $11\frac{3}{8}$ fl.; wie theuer sind $4\frac{2}{3}$ Ell.? (2 fl. 12 kr. $2\frac{5}{6}$ pf.) — **30)** $3\frac{3}{4}$ Pfd. für 5 fl. 1[illegible] wie viel ist für 17 Pfd. zu zahlen? (32 fl. 27 kr. $1\frac{1}{11}$ p[illegible] **31)** Für 15 Pfd. löst man $4\frac{4}{5}$ Thlr.; wie viel muß ich für 1 [illegible] geben? (3 Pfd. 4 Loth.) — **32)** Ein Faß Wein von $3\frac{5}{6}$ Eimer zu 120 fl.; was k. 4 Eimer? (125 fl. $13\frac{1}{23}$ kr.)

---

33) Für 8 fl. 36 kr. kauft man $\frac{3}{4}$ Ctr.; wie theuer sind $1\frac{7}{8}$ Ctr.? ($21\frac{1}{2}$ fl.) — **34)** Für $2\frac{3}{5}$ Ctr. muß man 12 fl. zahlen; wie viel kosten $\frac{4}{25}$ Ctr.? (44 kr. $1\frac{3}{13}$ pf.) — **35)** Wie theuer ist $\frac{1}{5}$ Ctr., $\frac{1}{4}$ Ctr. zu 7 fl. 13 kr.? (5 fl. 46 kr. $1\frac{3}{5}$.)

---

36) Auf $\frac{1}{3}$ Tagw. Wald kommen 250 Wellen- und 3 Klftr. Scheitholz; wie v. kommt auf $\frac{1}{8}$ Tagw.? ($93\frac{3}{4}$ Wll. und $1\frac{1}{8}$ Klftr.) **37)** Wie theuer sind $\frac{4}{7}$ Pfd. einer Waare, wenn man 8 Thlr. 7 Gr. für $\frac{4}{5}$ Pfd. bezahlt? (5 Thlr. 26 Gr. $5\frac{1}{7}$ pf.) — **38)** Man gibt 5 fl. 17 kr. für $\frac{7}{8}$ Ctr.; was kosten $\frac{5}{7}$ Ctr.? (4 fl. 18 kr. $3\frac{5}{49}$ pf.) **39)** $3\frac{5}{12}$ Ctr. zu 15 Thlr.; wie hoch kommen $5\frac{7}{8}$ Pfd.? (7 Gr. $8\frac{35}{41}$ pf.) — **40)** Ein Stück enthält 36 Ellen und kostet $16\frac{1}{8}$ fl.; wie viel Ellen kommen auf 3 fl. 16 kr.? ($7\frac{63}{215}$ Ell.) — **41)** Ein Faß enthält 2 Fuder $8\frac{7}{10}$ Eimer und kostet 325 Thlr.; man füllt ein anderes Faß davon, das 1 Fdr. $2\frac{1}{2}$ Eimer hält. Wie hoch kommt dieß zu stehen? (144 Thlr. 3 Gr. $4\frac{80}{109}$ pf.) — **42)** 4 Pf. $12\frac{3}{4}$ Lth. zu 15 fl. 17 kr. 2 pf.; was kosten 10 Pfd. $24\frac{7}{8}$ Loth? (37 fl. 28 kr. $\frac{269}{563}$ pf.) — **43)** Was kosten $3\frac{3}{10}$ Schff. Korn, wenn man 1 Schff. $2\frac{7}{15}$ Metz. mit 25 fl. bezahlt? (58 fl. 27 kr. $3\frac{63}{127}$ pf.)

---

44) $\frac{2}{3}$ Pfd. für 48 kr. ($\frac{4}{5}$ fl.); wie hoch kommen $\frac{4}{5}$ Pfd.? (57 kr. $2\frac{2}{5}$ pf.) — **45)** In 6 Monat verdient A $9\frac{7}{8}$ Thlr.; wie viel in $\frac{4}{5}$ Mt.? (9 Thlr. 14 Gr. $4\frac{4}{5}$ pf.) — **46)** Wie viel Ellen für $16\frac{2}{3}$ fl.; wenn $2\frac{1}{2}$ Elle $1\frac{3}{5}$ fl. kosten? ($26\frac{1}{44}$ Ellen.) — **47)** $3\frac{5}{12}$ Pfund zu 15 fl. 48 kr.; was kosten $40\frac{3}{4}$ Pfund? (188 fl. 26 kr. $2\frac{22}{41}$ pf.) — **48)** Was wird ein Stück von $32\frac{3}{4}$ Ell. kosten, wenn $7\frac{1}{5}$ Elle mit $32\frac{1}{2}$ fl. bezahlt werden? (147 fl. $49\frac{19}{24}$ kr.) — **49)** $2\frac{3}{4}$ Ctr. Eisen kosten 25 fl. 24 kr. (=?); was kosten $\frac{2}{3}$ Ctr.? (6 fl. $9\frac{5}{11}$ kr.) — **50)** Für $5\frac{1}{2}$ fl. kauft man 29 Pfd. $20\frac{3}{4}$ Loth; wie viel für $12\frac{4}{5}$ fl.? (69 Pfd.)

---

51) Wenn ich für $8\frac{3}{4}$ Klftr. Holz 54 fl. 45 kr. bezahlte, wie theuer kam die Klftr. zu stehen? (6 fl. $15\frac{3}{7}$ kr.) — **52)** Ein Reisender hielt sich in einem Gasthofe $10\frac{1}{2}$ Tg. auf und mußte bei seiner Abreise 18 fl. 36 kr. bezahlen; wie v. kam auf 1 Tg.? (1 fl. $46\frac{2}{7}$ kr.)

53) Ein Knecht erhielt nach $4^2/_3$ Jahren im Ganzen 154 fl. 48 kr. Lohn. Wie viel verdiente er sich jährlich? (33 fl. $10^2/_7$ kr.) — **54)** Ein Weinhändler hatte ein Faß Steinwein, der bei Würzburg wächst; davon verkaufte er so viel, den Eimer zu $48^1/_2$ fl., daß er $424^3/_8$ fl. löste. Von dem Reste verkaufte er den Eimer zu $65^2/_3$ fl. und löste dadurch noch 383 fl. $7^1/_2$ kr. Wie viel Wein ist in dem Fasse gewesen? ($8^3/_4$ Eimer + 5 Eim. $53^{79}/_{297}$ Ms.) — **55)** Setze bei folgender Rechnung an die Stelle der Fragezeichen die fehlenden Posten:

$3^3/_8$ Pfd. Kandis à (?)	1	21
? Ellen Tuch à 3 fl. 40 kr.	?	?
? Pfd. Tabak à 1 fl. 12 kr.	10	12
Summa:	28	58

($3^3/_8$ Pfd. Kandis à 24 kr. = 1 fl. 21 kr.; $4^3/_4$ Ellen Tuch à 3 fl. 40 kr. = 17 fl. 25 kr.; $8^1/_2$ Pfd. Tabak à 1 fl. 12 kr. = 10 fl. 12 kr)

56) Ein Schüler fertigte folgende Rechnung:

$3^1/_2$ Pfd. Kaffee à $37^1/_2$ kr.	2	$11^1/_4$
$8^3/_4$ Pfd. Melis à $23^1/_4$ kr.	3	$23^7/_{16}$
$9^7/_8$ Ellen Tuch, 2 Ellen zu 1 fl. 45 kr. . . .	8	$38^7/_{16}$
$^3/_4$ Pfd. Pfeffer, das Pfd. zu 31 kr.	—	$23^1/_4$
$25^1/_2$ Ell. Band, 3 Ell. zu 1 Kronenthlr. . .	22	57
Summa:	37	$30^7/_8$

Siehe, wo und um wie viel er sich geirrt!

(Der Fehler liegt im Zusammenzählen; die Summe soll betragen 37 fl. $30^7/_8$ kr. + $2^1/_2$ kr. = 37 fl. $33^3/_8$ kr.)

II. Aufgaben mit zusammengesetzten Verhältnissen.

Beispiel 1. 6 Arbeiter verdienen in 12 Tagen 36 fl.; wie viel verdienen 8 Arbeiter in 15 Tagen?

Frei im Kopfe.

I. Ich suche zuerst, wie viel 1 Arbeiter in 1 Tag verdient, und dann, was 8 Arbeiter in 15 Tagen erhalten. Das kann auf zweierlei Weise geschehen:

a) Verdienen 6 Arbeiter in 12 Tagen 36 fl.; so
6 Arbeiter in 1 Tag 3 fl., 1 Arbeiter in 1 Tag $^1/_2$ fl.,
1 Arbeiter in 15 Tagen $7^1/_2$ fl., 8 Arbeiter in 15 Tagen 60 fl.

b) Verdienen 6 Arbeiter in 12 Tagen 36 fl.; so
1 Arbeiter in 12 Tagen 6 fl., 1 Arbeiter in 1 Tag $^1/_2$ fl.,
8 Arbeiter in 1 Tag 4 fl., 8 Arbeiter in 15 Tagen 60 fl.

II. Ich löse die zusammengesetzte Regeldetri-Aufgaben in zwei einfache auf. Kann wieder auf 2fache Art geschehen:

a) 6 Arbeiter erhalten in 12 Tagen 36 fl.; wie viel verdienen 8 Arbeiter in derselben Zeit? Antwort 48 fl.

8 Arbeiter verdienen in 12 Tagen 48 fl., wie viel in 15 Tagen?
Antwort: 60 fl.

b) 6 Arb. verd. in 12 Tagen 36 fl., wie viel in 15 Tg.? Antw. 45 fl. 6 Arb. verd. in 15 Tagen 45 fl., wie viel verdienen 8 Arbeiter in dieser Zeit? Antwort: 60 fl.

III. Ich ziehe die zusammengesetzte Regeldetri-Aufgabe in eine einfache zusammen. Wieder auf zweierlei Weise:

a) Was 6 Arbeiter in 12 Tagen verdienen, das verdienen in einem Tag 12mal 6 oder 72 Arbeiter. Und was 8 Arbeiter in 15 Tagen verdienen, das verdienen in einem Tag 15mal 7 oder 120 Arbeiter. Nun heißt die Aufgabe: 72 Arbeiter verdienen 36 fl.; wie viel verdienen 120 Arbeiter? Antwort: 60 fl.

b) Was 6 Arbeiter in 12 Tagen verdienen, das verdient 1 Arbeiter in 6mal 12 oder 72 Tagen. Und was 8 Arb. in 15 Tagen erhalten, das bekommt 1 Arb. in 8 mal 15 = 120 Tagen. Die Aufgabe heißt jetzt: In 72 Tagen werden 36 fl. verdient, wie viel in 120 Tagen? Antwort: 60 fl.

Anm. Eine vortreffliche Uebung ist es, die Auflösung solcher Aufgaben von den Schülern, wie hier oben, in Worten schriftlich darstellen zu lassen.

Mit Ziffern.

6 Arb.	12 Tag.	36 fl.
8 Arb.	15 Tag.	?

6 Arb.	12 Tg.
1 "	12 "
8 "	12 "
8 "	1 "
8 "	15 "

$$\frac{\overset{3}{\not{36}}\times\overset{4}{\not{8}}\times15}{\not{6}\times\underset{2}{\not{12}}} = 60 \text{ fl.}$$

Denk- oder Sprechweise.

6 Arbeiter verdienen in 12. Tg. 36 fl.; 1 Arb. verdient in 12 Tg. $^1/_6$ von 26 fl.; 8 Arb. verdienen in 12 Tg. 8 mal so viel. In 1 Tg. verdienen sie $^1/_{12}$ davon, in 15 Tg. aber 15mal so viel.

Aufgaben:

1) 4 Personen verdienen in 5 Tagen 8 fl.; wie viel verdienen 10 Personen in 15 Tagen? (60 fl.) — 2) Was kosten 12 Ell. 7 Viertel breit, wenn 5 Ellen 8 Viertel breit, 17 Thlr. 12 Gr. kosten? (36 Thlr. 16 Gr. $2^2/_5$ pf.) — 3) 3 Ctr. 24 Meilen weit zu fahren, kosten 10 fl; was kosten 12 Ctr. 120 Ml. weit. (200 fl.)

Beispiel 2. 8 Wägen, welche täglich 10 Std. lang gehen, bringen einen Schutthaufen in 20 Tg. auf eine andere Stelle. Wie viel Tage zu 8 Stunden würden 12 Wägen daran zu fahren haben. ($16^2/_3$ Tg.)

Ansatz und Berechnung:

8 Wg.	10 Std.	20 Tg.
12 Wg.	8 Std.	?

8 Wg.	10 Std.	$\frac{\overset{5}{\cancel{20}} \times 8 \times 10}{\underset{3}{\cancel{12}} \times 8} = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$ Tg.
1 "	10 "	
12 "	10 "	
12 "	1 "	
12 "	8 "	

4) Vier Ctr. 7 Ml. weit zu fahren, gibt man 4 fl. 40 kr.; wie weit werden 48 Ctr. um 20 fl. gefahren? ($2\frac{1}{2}$ Ml.) — **5**) 7 Arbeiter verdienen in 3 Tg. $17\frac{1}{2}$ fl.; in welcher Zeit verdienen 12 Arbeiter 50 fl.? (In 5 Tg.) — **6**) Wenn 12 Gesellen tägl. 8 Std. lang arbeiten, so vollenden sie ein Werk in 24 Tgn. Wie viele Tg. werden 10 Gesellen dazu brauchen, wenn sie täglich 12 Stund lang arbeiten? ($19\frac{1}{5}$ Tg.) — **7**) 9 Arbeiter verfertigen einen Graben in 4 Tagen zu 10 Stdn.; in welcher Zeit fertigen 9 Arbeiter denselben, den Tag zu 8 Std. gerechnet? ($7\frac{1}{2}$ Tg.) — **8**) 5 Pflüge machen ein Feld in 7 Tg. zu 9 Std. um; in welcher Zeit vollenden 3 Pflüge diese Arbeit, den Tg. zu 14 Std. gerechnet? ($7\frac{1}{2}$ Tg.) — **9**) Wie lange müssen 10 Mann tägl. arbeiten, um in 4 Tgn. so viel zu verdienen, als 12 Mann in 5 Tgn. zu 8 Std.? (12 Std.) — **10**) A geht in 15 Tg. zu 12 Std. 200 Stdn. Wegs; wie lange muß er täglich gehen, um in 9 Tgn. 180 Wegstunden zurückzulegen? (18 Stunden.) — **11**) Ein Graben der 24' lang', 4' breit und 3' tief ist, kostet 8 fl. zu machen; was kostet ein anderer Graben von 150' Länge, 5' Breite und 2' Tiefe? (41 fl. 40 kr.) — **12**) 16 Arb. verdienen in 8 Mon., den Mon. zu 24 Tg. und den Tg. zu 13 Std. gerechnet, 3840 fl. Was verdienen 24 Arb. in 5 Mon., den Mon. zu 25 Tg. und den Tg. zu 12 Std. angenommen? (3461 fl. $32\frac{4}{13}$ kr.) — **13**) 160 Arb., welche 8 Wochen lang tägl. 12 Std. arbeiten, kosten 5120 fl.; wie viele Arbeiter, welche 14 Wch. lang täglich 10 Stdn. arbeiten, können mit 2520 fl. gehalten werden? (54 Arb.) — **14**) Eine bayrische Klafter Holz ist 6' weit, 6' hoch und $3\frac{1}{2}$' tief (Scheitlänge.) Wie vielen dergleichen Klaftern kann ein Haufen Scheitholz gleich gerechnet werden, welcher 120' weit (oder lang) 15' hoch und 3' tief ist? ($42\frac{6}{7}$ Klftr.) — **15**) Ein Fuhrmann fährt $50\frac{1}{2}$ Ctr. für 120 fl. 40 Stunden weit, wenn der Schff. Haber 6 fl. 45 kr. kostet; wie viel wird er verlangen, $80\frac{4}{5}$ Ctr. 75 Std. weit zu fahren, wenn der Hafer 9 fl. 40 kr. kostet? (515 fl. $33\frac{1}{3}$ kr.)

B. Der Zweisatz in Kettensatzform.

I. Aufgaben mit einfachen Verhältnissen.

1) Mit gleich und ungleich benannten ganzen Zahlen.

Beispiel 1. Für 14 fl. erhält man 9 Ellen; wie viel wird man für 13 Ellen zahlen müssen?

Anzahl und Berechnung:

```
 9 Ell.      14 fl.
13 Ell.       ?
--------------------
 9 Ell.    | 14 fl.
 1  "    9 |
13  "      | 13
           --------
           | 42
           | 14
         9 | 182 | 20 fl.
             18
             --
               2
              60
         9 | 120 kr. | 13 kr.
              9
             --
              30
              27
              --
               3
               4
         9 | 12 pf. | 1 1/3 pf.
              9
             --
              3
              -  = 1/3
              9
```

9 Ellen kosten 14 fl.; 13 Ellen, wie viel?

Ich gehe von 9 Ellen auf 1 Elle und von 1 Elle auf 13 Ellen.

9 Ellen kosten 14 fl.; die 14 fl. setze ich auf die rechte Seite des senkrechten Striches.

1 Elle kostet den 9. Theil von 14 fl.; um den 9. Theil von 14 fl. zu erhalten, so muß ich die 14 fl. durch 9 theilen. Ich setze daher die 9 als Divisor auf die linke Seite.

13 Ellen kosten 13 mal so viel als 1 Elle; sie kosten also den 9. Theil von 14 fl. 13mal, oder den 9. Theil von 13×14 fl. Daher kommt 13 unter 14 fl.

Um den 9. Theil von 13 × 14 fl. zu erhalten, so muß ich die 14 fl. durch 13 multipliciren und das Ergebniß durch 9 theilen. 13 × 14 fl. = 182 fl.; 182 fl. durch 9 getheilt = 20 fl. 13 kr. $1^1/_3$ pf. So viel kosten die 13 Ellen.

Hierzu die Aufgaben Seite 237 Nro. 1—11.

Beispiel 2. Ein Herr logirte in einem Gasthause und mußte für 24 Tage 58 fl. zahlen. Wie viel wird er für weitere 42 Tage zu entrichten haben?

```
24 Tg.      58 fl.
42 Tg.       ?
--------------------
24 Tg.     | 58
 1  "   24 |
42  "      | 42
-----------------
        12 | 29
         2 | 7
-----------------
         2 |203 | 101 1/2 fl.
```

Für 24 Tage zahlt man 58 fl.; für 42 Tage, wie viel?

Ich gehe von 24 Tg. auf 1 Tg. und von 1 Tag auf 42 Tage.

Für 24 Tg. zahlt man 58 fl.; für 1 Tg. zahlt man den 24. Theil von 58 fl.; für 42 Tage zahlt man 42 mal so viel nämlich den 24. Theil von 58 fl. 42mal, oder den 24. Theil von 42 × 58 fl.

Ich muß daher 42 × 58 fl. rechnen und das Produkt durch 24 theilen. Die Zahl 24 ist also der Theiler, und die Zahlen 58 und 42 geben miteinander multiplicirt, das was zu theilen ist; sie bilden die Faktoren des Dividenden.

Wir erinnern uns, daß es vortheilhaft ist, den Divisor und den Dividenden gegen einander zu heben. Und ein Blick auf die Zahlen zeigt, daß dieß hier geschehen kann. Wir heben zuerst 24 und 58 durch 2. In Folge dessen ist dann noch mit der Hälfte von 24 d. i. mit 12 in die Hälfte von 42 × 58 fl., nämlich in 42 × 29 fl. zu dividiren. Nun heben wir wieder 12 gegen 42 durch 6, und dividiren dann also noch mit dem sechsten Theil von 12 d. i. mit 2 in den sechsten Theil von 24 × 29 fl., nämlich in 7 × 29 fl.; 7 × 29 fl. = 203 fl.; 203 fl. durch 2 getheilt = 101 fl. 30 kr. Also sind für weitere 42 Tage 101 fl. 30 kr. zu zahlen.

Hierzu die Aufgaben Seite 238 Nr. 11—18.

Beispiel 3. 6 Männer vollenden eine Arbeit in 7 Wochen; wie lange würden 5 derselben brauchen?

Ansatz und Berechnung:

6 M.	7 Wch.
5 M.	?

6 M.		7 Wch.
1 „		6 Wch.
5 „	5	
	5	42 | $8\frac{2}{5}$ Wch.

6 Mann brauchen 7 Wochen;
1 Mann braucht 6 mal 7 Wochen.
5 Mann bedürfen nur den 5. Theil der Zeit = 6 × 7 Wch. getheilt durch 5.

Hierzu die Aufgaben Seite 241 Nr. 19—29.

Beispiel 4. Wie hoch kommen 24 Loth, wenn 7 Pfd. 23 fl. kosten?

Ansatz und Berechnung:

7 Pfd.	23 fl.
24 Loth	?

7 Pfd.		23 fl.
1 „	7	
1 Lth.	32	
24 „		24
	4	3
	28	69

Ich gehe von 7 Pfd. auf 1 Pfd., von 1 Pfd. auf 1 Lth. und von 1 Lth. auf 24 Loth.

7 Pfd. kosten 23 fl.; 1 Pfd. kostet $\frac{1}{7}$ von 23 fl., oder 23 fl. getheilt durch 7; 1 Loth kostet wieder $\frac{1}{32}$ davon, nämlich 23 fl. getheilt durch 32 × 7; und 24 Loth kosten 24 mal so viel, also 24 × 23 fl. getheilt durch 32 × 7. — 32 und 24 werden durch 8 gehoben. Dann habe ich nur noch 3 × 23 oder 69 fl. durch 4 × 7 oder 28 zu theilen. 69 fl. durch 28 getheilt = 2 fl. 27 kr. $3\frac{3}{7}$ pf.

Hierzu die Aufgaben S. 242 Nr. 29—36.

Beispiel 5. A kauft 42 Pfd. 12 Loth Waare für 12 Thlr. und gibt an B um denselben Preis wieder für 7 Thlr. davon ab; wie viel wird B erhalten müssen?

Ansatz und Berechnung:

12 Thlr.	1356 Loth		Nebenrechnung.
7 Thlr.	?		42 Pfd. 12 Lth.

12 Thlr.		1356 Loth.	32
1 „	12	113	96
7 „		7	126
	32	791 | 24 Pfd. 23 Loth.	1356

Die 42 Pfd. 12 Loth werden durch eine Neben- oder Hülfsrechnung, welche hier auch Vorarbeit genannt werden kann, ganz in Loth aufgelöst. Die Schlußfolge ist wie gewöhnlich. Zuletzt wird 12 gegen 1356 aufgehoben. Der 12. Theil von 7 × 1356 Lth. = 7 × 113 Loth = 791 Loth, welche durch 32 sogleich in Pfund verwandelt werden.

Hierzu die Aufgaben S. 243 Nr. 37—44.

Beispiel 6. Wie hoch kommen 4 Pfund 24 Loth, wenn man für 13 Pfd. 21 Loth 5 fl. 24 kr. zahlen muß?

Ansatz und Berechnung:

Vorarbeit.

a)	b)	c)
4 Pfd. 24 Loth.	13 Pfd. 21 Loth.	5 fl. 24 kr.
32	32	60
128	47	324 kr.
+24	39	
152 Loth.	437 Loth.	

Hauptrechnung:

437 Loth	324 kr.
152 Loth	?

437 Loth		324 kr.
1 „	437	
151 „		152
		648
		1620
		324
	437	49248 | $112^{304}/_{437}$ kr. = 1 fl. $52^{304}/_{437}$ kr. nahe 1 fl. $52^{3}/_{4}$ kr.

(Hierzu die Aufgaben S. 243 Nr. 45—60.)

2) Mit gebrochenen Zahlen.

Beispiel 1. Für 1 Thlr. erhalte ich $5^{7}/_{8}$ Ellen, wie viel

Ansatz und Berechnung:

1 Thlr. $5^7/_8$ Ellen
25 Thlr. ?

1 Thlr.		$\overset{7}{\not 5}\,\frac{}{8}$ Ell.
25 „		25
	8	47
		175
		100
	8	1175 | $146^7/_8$ Ellen.

Für 25 Thlr. erhalte ich 25mal $5^7/_8$ Ellen. $5^7/_8 = {}^{47}/_8 = 47$, getheilt durch 8. Also ist $25 \times 5^7/_8 = 25 \times 47$, getheilt durch 8.

Hierzu die Aufgaben S. 245 Nr. 1—6.

Beispiel 2. 3 Pfd. 18 Loth zu 2 fl. $47^1/_2$ kr.; was kostet 1 Loth?

Vorarbeit.

3 Pfd. 18 Loth.	2 fl. $47^1/_2$ kr.
32	60
114 Loth.	$167^1/_2$ kr.

Hauptrechnung:

114 Lth. $167^1/_2$ kr.
1 Lth. ?

114 Lth.		$\not{167}\,\frac{1}{\not 2}$ kr.
1 „	114	
	2	335
	228	335 | 1 kr. $1^{50}/_{57}$ pf.

114 Loth kosten $167^1/_2$ kr; 1 Loth kostet den 114. Theil davon, d. i. $167^1/_2$ kr., getheilt durch 114.

$167^1/_2$ kr. $= {}^{335}/_2$ kr.; ich setze aber 335 ganze Kreuzer und schreibe dafür den Nenner 2 auf die entgegengesetzte Seite. So wird mit dem Dividenden zugleich auch der Divisor auf das Doppelte erhoben, wodurch sich der gleiche Quotient ergibt.

Beispiel 3. Um $^5/_6$ fl. erhalte ich 8 Loth, was kosten 13 Lth.?

Ansatz und Berechnung:

8 Loth $^5/_6$ fl.
13 Loth ?

8 Loth	6	$\frac{5}{\not 6}$ fl.
1 „	8	
13 „		13
	48	65 fl.

Die Schlußfolge wie gewöhnlich. Um den Bruch $^5/_6$ wegzuschaffen, so erheben wir sowohl den Dividenden als den Divisor auf das Sechsfache seines Werthes: wir betrachten die $^5/_6$ als 5 Ganze und führen den Nenner 6 als Faktor auf die andere Seite. 13mal $^5/_6$ fl., getheilt durch 8, = 13 mal 5 ganze Gulden, getheilt durch $6 \times 8 = 65$ fl. getheilt durch $48 = 1$ fl. 21 kr. 1 pf.

Beispiel 4. Ein gewisses Kapital wirft in $^5/_8$ Jahren 8 fl. 45 kr. Zinsen ab, wie viel in $3\,^7/_8$ Jahren?

Ansatz und Berechnung:

$^5/_8$ J.	$8\,^3/_4$ fl.
$3\,^7/_8$ J.	?

$^5/_8$ J.		$8\frac{3}{4}$ (gestrichen)	
$^1/_8$ "	5		
$3\,^7/_8$ od. $^{31}/_8$ "		31	
	4	35 (gestrichen)	
		7	
	4	217	$54\,^1/_4$ fl.

Denk- oder Sprechweise:

Der Zins beträgt in $^5/_8$ J. $8\,^3/_4$ fl., in $^1/_8$ J. den 5. Theil davon, in $3\,^7/_8$ od. $^{31}/_8$ J. 31mal so viel. — $8\,^3/_4 = {}^{35}/_4$; ich setze aber 35 Ganze und schreibe dafür den Nenner 4 als Faktor auf die andere Seite. Dadurch werden Divisor und Dividend zugleich 4mal so groß. Hierauf hebe ich 5 gegen 35 auf. $7 \times 31 = 217$; 217 fl. getheilt durch 4 = $54\,^1/_4$ fl.

Hierzu die Aufgaben S. 246 Nr. 13—26.

Beispiel 5. Für 75 fl. 20 kr. kauft man 7 Ctr.; was kosten $^3/_5$ Ctr.?

Ansatz und Berechnung:

7 Ctr.	$75\,^1/_3$ fl.
$^3/_5$ Ctr.	?

7 Ctr.		$75\frac{1}{3}$ fl. (gestrichen)	
1 "	7		
$^3/_5$ "		$\frac{3}{5}$ (gestrichen)	
	5	3 (gestrichen)	
	3 (gestrichen)	226	
	35	226	6 fl. 27 kr. $1\,^5/_7$ pf.

7 Ctr. kosten $75\,^1/_3$ fl.; 1 Ctr. kostet $75\,^1/_3$ fl., getheilt durch 7; $^3/_5$ Ctr. kosten $^3/_5$mal so viel.

Beispiel 6. 3 Pfd. 8 Loth zu 2 fl. 40 kr.; was kosten 5 Ctr. 40 Pfd. Antwort: 443 fl. 4 kr. $2\,^6/_{13}$ pf.

Ansatz und Berechnung:

3 Pfd. 8 Lth. = $3\,^1/_4$ Pfd.; 2 fl. 40 kr. = $2\,^2/_3$ fl.; 5 Ctr. 40 Pfd. = 540 Pfd.

$3\,^1/_4$ Pfd.	$2\,^2/_3$ fl.
540 Pfd.	?

$3\,^1/_4$ Pfd.		$2\frac{2}{3}$ fl. (gestrichen)
1 "	$3\frac{1}{4}$ (gestrichen)	
540 "		540
	3	8
	13	4

$3\,^1/_4$ kosten $2\,^2/_3$ fl.; 1 Pfd. kostet $2\,^2/_3$ fl. getheilt durch $3\,^1/_4$; 540 Pfd. kosten 540 mal so viel.

Beispiel 7. $2\frac{1}{2}$ Qt. zu $5\frac{1}{4}$ kr.; was kosten 2 Ctr. $27\frac{3}{4}$ Pfd.? Antwort: 1020 fl. $19\frac{1}{5}$ kr.

Ansatz und Berechnung:

$2\frac{1}{2}$ Qt.		$5\frac{1}{4}$ kr.
$227\frac{3}{4}$ Pfd.		?
$2\frac{1}{2}$ Qt.		$5\frac{1}{4}$ kr.
1 „	$2\frac{1}{2}$	
1 Lth.		4
1 Pfd.		32
$227\frac{3}{4}$ Pfd.		$227\frac{3}{4}$
	60	

Da das Ergebniß voraussichtlich eine große Kreuzerzahl ist, so kann man sogleich 60 als Divisor setzen und gegen die Faktoren des Dividenden, so weit es angeht, heben. Dadurch erhalten wir das Facit gleich in Gulden.

Hierzu die Aufgaben S. 248 Nr. 27—56.

II. Aufgaben mit zusammengesetzten Verhältnissen.

Beispiel 1. 6 Arbeiter verdienen in 12 Tagen 36 fl.; wie viel verdienen 8 Arbeiter in 15 Tagen?

6 Arb. 12 Tg.		36 fl.
8 Arb. 15 Tg.		?
6 Arb.		36 fl.
1 „	6	
8 „ (in 12 Tg.)		8
1 „	12	
15 „		15
	2	3
		4
		60 fl.

Die Auflösung zerfällt in zwei Schlußreihen:

a) 6 Arb. verd. in 12 Tg. 36 fl.;
   1 „ verd. den 6. Theil;
   8 „ verd. 8 mal so viel und zwar in 12 Tagen.

b) Mithin verdienen 8 Arb. in 1 Tg. den 12. Theil und in 15 Tagen 15mal so viel.

Beispiel 2. 8 Wägen, welche täglich 10 Stunden lang gehen, bringen einen Schutthaufen in 20 Tagen auf eine andere Stelle. Wie viele Tage zu 8 Stunden würden 12 Wägen daran zu fahren haben? ($16\frac{2}{3}$ Tg.)

Ansatz und Berechnung:

8 Wg. 10 Std.		20 Tg.?
12 Wg. 8 Std.		?
8 Wg.		20 Tg.
1 „		8
12 „ (10 Std.)	12	
1 „		10
8 „	8	

Der Rechner denkt:
9 Wägen brauchen 20 Tg.;
1 Wg. braucht 8mal so lang;
12 Wg. brauchen den 12. Theil der Zeit, wenn sie täglich 10 Std. fahren; fahren sie täglich 1 Stunde, so 10mal so lang; wenn aber 8 Stunden, so den 8. Theil.

Beispiel 3. Wie lange reichen 24 Personen mit dem Brode für 20 fl., wenn der Scheffel Korn 28 fl. kostet und jede Person täglich 20 Loth erhält; da 18 Personen an dem Brode für 12 fl., als der Schff. 16 fl. kostete und jede Person 1 Pfd. 4 Lth. verzehrte, 10 Tage lang hatten? Antwort: $12\frac{6}{7}$ Tage.

Ansatz und Berechnung:

18 Pers.	12 fl. Brod	16 fl. Schff.	36 Lth.	10 Tg.
24 Pers.	20 fl. Brod	28 fl. Schff.	20 Lth.	?

18 Pers.		10 Tg.
1 „		18
24 „ (12 fl. Brod)	24	
1 fl. „	12	
20 fl. „ (16 fl. Schff.)		20
1 fl. , ...		16
28 fl. . . (36 Lth.) .	28	
1 „		36
20 „	20	
	7	90

Hierzu die Aufgaben S. 250 Nr. 1—15.

C. Die Proportions-Rechnung.

I. Das Verhältniß.

Anschauen und Sprechen.

a ——————— a ist 1 Theil, wie b 2 Theile hat.
b ———————|——————— b hat 2 Theile, wie a 1 Theil ist.

Man sagt daher: a verhält sich zu b, wie 1 zu 2, und
b verhält sich zu a, wie 2 zu 1.

a ———————|——————— a hat 2 Thl., wie b 3 Thl. hat.
b ———————|———————|——————— b hat 3 Thl., wie a 2 Thl. hat.

Man sagt daher: a verhält sich zu b, wie 2 zu 3, und
b verhält sich zu a, wie 3 zu 2.

Fragen und Aufgaben.

1) Was heißt: Eine Linie verhält sich zu einer andern, wie 1 zu 4? — Wann kann man sagen: Eine Linie verhält sich zu einer andern, wie 3 zu 4? — Hier ist ein Strich; mache einen andern, zu dem sich der gegebene verhält, wie 4 zu 5! (Der gegebene Strich wird in 4 gleiche Theile getheilt und der gesuchte 5mal so groß gemacht, als 1 Theil ist.) — Mache zwei Striche, die sich verhalten, wie 3 zu 5! — Zwei andere, die sich verhalten, wie 4 zu 7!

2) Zeichne ein Rechteck, an welchem sich die Breite zur Länge verhält, wie 5 zu 8! (Der Schüler zieht eine wagrechte Linie, theilt

sie in 8 gleiche Theile und nimmt 5 derselben zur Breite oder Höhe.) Zeichne ein Rechteck nach demselben Verhältnisse, jede Seite aber zweimal so groß, als zuvor! — Noch eines, jede Seite nur halb so groß!

3) Dieß Fenster ist 2′ br. und 3′ hoch; ich will es im verkleinerten Maßstabe an die Wandtafel zeichnen, und für den Fuß einen Zoll annehmen; wie breit und hoch werde ich es machen müssen?

Eine Zimmerthür ist 7′ hoch und 3′ breit; wie muß ich die Zeichnung davon machen, den Fuß zu 1 Zoll angenommen? — Zeichnet dieselbe Thür auf eure Schiefertafeln und nehmt für den Fuß eine Linie an!

II. Das Zahlen-Verhältniß.

Anschauen und Sprechen.

• •	2=1×2	2 ist 1 Theil, wie 4 2 Theile hat;
• • | • •	4=2×2	4 hat 2 Thl., wie 2 1 Theil ist.

Man sagt daher: 2 verhält sich zu 4, wie 1 zu 2, und
4 verhält sich zu 2, wie 2 zu 1.

• • | • •	4=2×2	4 hat 2 Thl., wie 6 3 Thl. hat, und
• • | • • | • •	6=3×2	6 hat 3 Thl., wie 4 2 Thl. hat.

Man sagt daher: 4 verhält sich zu 6, wie 2 zu 3, und
6 verhält sich zu 4, wie 3 zu 2.

• • •	3=1×3	3 ist 1 Thl., wie 6 2 Thl. hat und
• • • | • • •	6=2×3	6 hat 2 Thl., wie 3 1 Thl. ist.

Man sagt daher: 3 verhält sich zu 6, wie 1 zu 2, und
6 verhält sich zu 3, wie 2 zu 1.

• • • | • • •	6=2×3	6 hat 2 Th., wie 9 3 Thl. hat und
• • • | • • • | • • •	9=3×3	9 hat 3 Th., wie 6 2 Thl. hat.

Man sagt daher: 6 verhält sich zu 9, wie 2 zu 3, und
9 verhält sich zu 6, wie 3 zu 2.

Fragen und Aufgaben.

1) Wie verhält sich 6 zu 8? Antwort: 6=3×2, 8=4×2, 6 hat also 3 Thl., wie 8 4 Theile hat; 6 verhält sich daher zu 8, wie 3 zu 4. — In welchem Verhältnisse steht 15 zu 10? Antw.: Das gemeinschaftliche Maß ist 5; 15=3×5; 10=2×5; 15 hat also 3 Thl., wie 10 2 Thl. hat; daher verhält sich 15 zu 10, wie 3 zu 2. — Dergl. Aufg. mehr!

2) Nennt mir 2 Zahlen, die sich verhalten, wie 1 zu 2! (2 und 4, 3 u. 6, 4 u. 8 rc.) — Zwei Zahlen, die sich verhalten, wie 1 zu 3! Wie 1 zu 4! Wie 2 zu 3!

3) Wie verhält sich $^1/_2$ zu $^1/_4$? Antwort: $^1/_2 = ^2/_4$; $^1/_2$ hat also 2 Th., wie $^1/_4$ 1 Th. ist; $^1/_2$ verhält sich daher zu $^1/_4$, wie 2 zu 1. — Wie verhält sich $^1/_3$ zu $^1/_5$? Antwort: $^1/_3 = ^5/_{15}$, $^1/_5 = ^3/_{15}$,

$^1/_3$ hat also 5 Th., wie $^1/_5$ 3 Th. hat; daher verhält sich $^1/_3$ zu $^1/_5$, wie 5 zu 3. — In welchem Verhältnisse steht 1 zu $1^1/_4$? Antwort: $1 = ^4/_4$, $1^1/_4 = ^5/_4$; 1 verhält sich also zu $1^1/_4$, wie 4 zu 5. — Dergleichen Aufgaben noch mehr.

4) Was muß ich thun, um zu finden, wie sich die Länge eines Stabes zur Länge eines Baumstammes verhält?

a) Ich messe sowohl den Stab, als den Stamm mit einem Maße, das auf beide angewendet werden kann, z. B. mit dem Fuße. Ist der Stab 4 und der Stamm 64 Fuß lang, so hat jener seiner Länge nach 4 Theile, wie dieser 64 Theile hat; die Länge des Stabes verhält sich daher zur Länge des Baumstammes, wie 4 zu 64, oder wie 1 zu 16.

b) Ich messe die Länge des Baumstammes mit dem Stabe selbst. Finde ich, daß die Länge des Stabes in der Länge des Stammes 16mal enthalten ist, so ist die Länge des Stabes 1 Theil, wie die Länge des Stammes 16 Theile hat; daher verhält sich jene zu dieser wie 1 zu 16.

Auf dieselbe zweifache Weise finde ich auch, wie sich eine Zahl zur andern, z. B. 12 zu 30 verhält.

a) Ich messe beide Zahlen durch ihr gemeinschaftliches Maß, nämlich durch 6; $12 = 2 \times 6$, $30 = 5 \times 6$; 12 hat also 2 Theile, wie 30 5 Theile hat, 12 verhält sich daher zu 30, wie 2 zu 5.

b) Ich betrachte die Zahl 12 selbst als das Maß und sehe zu, wie oft sie in 30 enthalten ist. $12 : 30 = 2^1/_2$; 12 ist also 1 Thl., wie 30 $2^1/_2$ Thl. hat; daher verhält sich 12 zu 30, wie 1 zu $2^1/_2$ oder wie $^2/_2$ zu $^5/_2$ oder wie 2 zu 5.

Wie sich zwei gegebene Zahlen zu einander verhalten, wird daher auch gefunden, wenn man eine davon als Maß annimmt und zusieht, wie oft sie in der andern enthalten ist. In diesem Falle ergibt sich zunächst, daß sich die als Maß gebrauchte Zahl zur andern verhält, wie Eins zu dem Quotienten.

$12 : 24 = 2$; 12 ist also 1 Thl., wie 24 2 Theile hat; 12 verhält sich daher zu 24, wie 1 zu 2.

$16 : 60 = 3^3/_4$; 16 ist also 1 Theil, wie 60 $3^3/_4$ Theile hat; daher verhält sich 16 zu 60, wie 1 zu $3^3/_4 = ^4/_4$ zu $^{15}/_4 = 4 : 15$.

Weil das Verhältniß zweier Zahlen auch durch Anwendung der Division, d. i. dadurch gefunden wird, daß man sucht, wie oft die eine von ihnen in der andern enthalten ist; so wird es auch durch das Zeichen der Division bezeichnet. Steht daher 4 : 8, so kann es heißen: Wie oft liegt 4 in 8? und: Wie verhält sich 4 zu 8? Und um zu finden, wie sich 4 zu 8 verhält, so wird gesucht, wie oft 4 in 8 enthalten ist.

Fragen:

1) Wie verhält sich 9 zu 72? 9 liegt in 72 8mal; 9 verhält sich daher zu 72, wie 1 : 8. — In welchem Verhältniß steht 18 zu 6? 18 liegt in 6 $^1/_3$mal; 18 verhält sich daher zu 6, wie

1 : $^1/_3$, in ganzen Zahlen ausgedrückt, wie 3 : 1. — Wie verhält sich 8 zu 44? 8 liegt in 44 $5^1/_2$mal; 8 verhält sich also zu 44, wie 1 : $5^1/_2$, in gleichen Theilen ausgedrückt, wie $^2/_2$: $^{11}/_2$, in ganzen Zahlen, wie 2 : 11. Dergleichen Aufgaben noch mehr!

2) In welchem Verhältniß stehen:

a. 10 Ell. zu 25 Ell.? 80 Pfd. zu 95 Pfd.? 36 Ms. zu 60 Ms.? 18 fl. zu 48 fl.?

b. 40 fl. zu 60 fl.? 40 Ellen zu 60 Ellen? 40 Gulden zu 60 Ell.?

60 Ellen lassen sich nicht durch 40 Gulden messen; Gulden sind nicht in Ellen enthalten; Gulden und Ellen sind Dinge verschiedener Art; ungleichartige Dinge können also nicht im Verhältniß zu einander stehen.

III. Die Proportion.

1) Mit unbenannten Zahlen.

a. 5 : 10 7 : 14

Wie verhält sich 5 zu 10? Und wie verhält sich 7 zu 14? 5 verhält sich zu 10, wie 1 : 2, und 7 verhält sich zu 14, wie 1 : 2. Die 2 Zahlenpaare bilden daher 2 gleiche Verhältnisse. Darum können wir sie durch das Zeichen der Gleichheit verbinden, und so mit einander verbunden, bilden sie eine Proportion. Steht:

$$5 : 10 = 7 : 14$$

Wie viele Verhältnisse gehören demnach zu einer Proportion? Und was für Verhältnisse? — Wie viele Glieder hat ein Verhältniß? Wie viele Glieder hat eine Proportion? Welche von den vorstehenden Zahlen bildet das erste Glied der Proportion? Welche das zweite? rc.

Die 2 Verhältnisse sind einander gleich, weil 5 in 10 so oft enthalten ist, als 7 in 14. Die 4 Zahlen bilden daher eine Proportion, weil die erste Zahl so oft in der zweiten liegt, als die dritte in der vierten? Woran kann man also erkennen, ob vier Zahlen eine Proportion bilden?

b. $2 : 6 = 11 : x$

Der Buchstabe x steht für das unbekannte vierte Glied, das gesucht werden soll. Wie oft muß 11 in x enthalten sein? So oft, als 2 in 6, nämlich 3 mal. Und in welcher Zahl ist 11 3mal enthalten? In 3 × 11 oder 33. Die vollständige Proportion heißt also 2 : 6 = 11 : 33.

So wird auch das 4. Glied nachstehender Proportionen gesucht:

$3 : 15 = 2 : x$	$^3/_7 : {^6/_7} = 14 : x$
$7 : 28 = 5 : x$	$3^1/_2 : 10^1/_2 = 50 : x$
$12 : 8 = 20 : x$	$^2/_3 : 4 = {^3/_4} : x$
$4 : 3 = 24 : x$	$^3/_{10} : {^9/_{20}} = {^4/_5} : x$

c. $3 : 6 = 5 : 10$

3 ist in 6, wie 5 in 10, 2mal enthalten. Die 4 Zahlen bilden also eine Proportion. Multiplicire die äußeren Glieder 3 und 10, und dann die innern Glieder 6 und 5 mit einander, und vergleiche die beiden Produkte! ($3 \times 10 = 30$, und $6 \times 5 = 30$.)

Das Produkt der äußeren Glieder ist gleich dem Produkt der inneren.

Dieß steht mit dem, daß 3 in 6 so oft enthalten ist, als 5 in 10, im engsten Zusammenhang. Da 3 in 6 2mal enthalten ist, so ist $6 = 2 \times 3$; und da 5 in 10 2mal enthalten ist, so ist $10 = 2 \times 5$; ist aber $6 = 2 \times 3$ und $10 = 2 \times 5$, so ist auch

$3 \times 10 = 3 \times (2 \times 5)$, und $6 \times 5 = (2 \times 3) \times 5$.

Nun ist $3 \times 2 \times 5 = 2 \times 3 \times 5$; also ist auch $3 \times 10 = 6 \times 5$.

Anschaulicher: $3 : 6 = 5 : 10$
$3 : 2.3 = 5 : 2.5$

Da nun bei jeder Proportion das erste Glied so oft im zweiten enthalten ist, als das dritte in dem vierten; so ist auch bei jeder Proportion das Produkt der äußeren Glieder gleich dem Produkt der inneren. Und dieß gibt uns ein Mittel an die Hand, das fehlende vierte Glied einer Proportion noch auf eine zweite Weise zu finden.

d. $2 : 6 = 11 : x$

2mal $x = 6 \times 11$; $6 \times 11 = 66$; also ist auch 2 mal $x = 66$; ist aber 2mal $x = 66$, so ist 1mal x oder $x = 66$ getheilt durch $2 = 33$; also

$2 : 6 = 11 : 33$

Hiernach wird das unbekannte 4. Glied einer Proportion gefunden, wenn man die inneren Glieder miteinander multiplicirt und das Produkt durch das erste Glied dividirt.

Nun lasse man auch nach dieser Regel das 4. Glied der auf voriger Seite gegebenen Proportionen suchen.

Anm. Nicht nur das vierte, sondern auch jedes andere Glied einer Proportion kann durch x bezeichnet und aus den drei gegebenen Gliedern berechnet werden. Dieß thun zu lassen, ist nützlich, nothwendig ist es jedoch nicht. Darum sei es dem Lehrer anheim gestellt.

2) Mit benannten Zahlen.

a. Waare und Preis.

4 Ellen : 8 Ellen.

Wie verhalten sich 4 Ellen zu 8 Ellen? 4 Ellen sind in 8 Ellen 2mal enthalten; daher verhalten sich 4 Ellen zu 8 Ellen, wie 1 : 2. — Der Preis für die 4 Ellen sei 7 fl.; was kosten 8 Ellen? Wenn 4 Ellen 7 fl. kosten, so kosten 8 oder 2×4 Ellen 2×7 fl.; 2×7 fl. = 14 fl. — Wie verhält sich der Preis für die 4 Ellen zu dem Preise für die

8 Ellen? 4 Ellen kosten 7 fl. und 8 Ellen kosten 14 fl. Es ist also die Frage: Wie verhalten sich 7 fl. zu 14 fl.? 7 fl. sind in 14 fl. 2mal enthalten; also verhalten sich 7 fl. zu 14 fl. wie 1 : 2.

4 Ellen verhalten sich zu 8 Ellen, wie 1 : 2, und 7 fl. verhalten sich zu 14 fl. auch wie 1 : 2. Sowie sich also 4 Ellen zu 8 Ellen verhalten, so verhält sich auch das Geld für die 4 Ellen zu dem Gelde für die 8 Ellen, so verhalten sich nämlich auch 7 fl. zu 14 fl. Wir setzen daher:

4 Ellen : 8 Ellen = 7 fl. : 14 fl..

Wie 4 Ellen in 8 Ellen, so sind auch 7 fl. in 14 fl. 2mal enthalten. Die 2 Zahlen, welche die Menge der Waare bezeichnen, stehen in demselben Verhältnisse zu einander, wie die 2 Zahlen, welche die Preise dafür bezeichnen. Die 2 Zahlenpaare bilden also zwei gleiche Verhältnisse und eben darum eine Proportion. So oft das erste Glied im zweiten liegt, so oft liegt auch das dritte Glied im vierten. 4 × 14 = 8 × 7.

Auf dieselbe Weise, wie hier oben, nämlich vom ersten Verhältnisse ausgehend, werden nun auch folgende Proportionen gebildet.

4 Ellen : 12 Ellen = 7 fl. : 21 fl.
4 Ellen : 16 Ellen = 7 fl. : 28 fl.
4 Ellen : 2 Ellen = 7 fl. : $3\frac{1}{2}$ fl.
4 Ellen : 1 Elle = 7 fl. : $1\frac{3}{4}$ fl.

Was ersehen wir hieraus? In demselben Verhältnisse, in welchem die Anzahl der Ellen (in der 2. Stelle) wächst oder abnimmt, in eben demselben Verhältnisse nimmt auch die ihr entsprechende Menge des Geldes (in der vierten Stelle) zu oder ab. 3mal so viel Waare, 3mal so viel Geld; 4mal so viel Waare, 4mal so viel Geld; $\frac{1}{2}$mal so viel Waare, $\frac{1}{2}$mal so viel Geld; $\frac{1}{4}$mal so viel Waare, $\frac{1}{4}$mal so viel Geld. Waare oder Geld stehen daher in einem gleichen oder geraden Verhältnisse zu einander.

b. Zahl der Arbeiter und Größe der Arbeit.

6 Arb. : 12 Arb. -

12 Arbeiter = 2 × 6 Arbeiter; also verhalten sich 6 Arb. zu 12 Arb., wie 1 : 2. — 6 Arbeiter fertigen in einer gewissen Zeit 120 Ellen; wie viel werden 12 Arb. in derselben Zeit zu Stande bringen? Wenn 6 Arb. 120 Ellen machen, so machen 12 oder 2 × 6 Arb. 2 × 120 Ellen; 2×120 Ell. = 240 Ell. — Wie verhält sich die Anzahl der Ellen, welche von den 6 Arb. gefertigt wird, zu der Anzahl der Ellen, welche die 12 Arb. fertigen? 120 Ellen sind in 240 Ellen 2mal enthalten; also verhalten sich 120 Ell. zu 240 Ell., wie 1 : 2.

6 Arb. verhalten sich zu 12 Arb, wie 1 : 2, und 120 Ellen verhalten sich zu 240 Ellen, wie 1 : 2. So wie sich also 6 Arb. zu 12 Arb. verhalten, so verhält sich auch die Anzahl der Ellen, welche die 6 Arb. fertigen, zur Anzahl der Ellen, welche die 12 Arb.

zu Stande bringen, so verhalten sich nämlich auch die 120 Ellen zu 240 Ellen. Geschrieben:

6 Arb. : 12 Arb. = 120 Ellen : 240 Ellen.

6 ist in 12, wie 120 in 240 2mal enthalten. So oft also das erste Glied im zweiten liegt, eben so oft liegt das dritte Glied in dem vierten. Die 2 Verhältnisse sind daher einander gleich; sie bilden zusammen eine Proportion. 6 × 240 = 12 × 120.

6 Arb. : 18 Arb. = 120 Ellen : 360 Ell.
6 Arb. : 3 Arb. = 120 Ellen : 60 Ell.
6 Arb. : 2 Arb. = 120 Ellen : 40 Ell.

Doppelte Anzahl der Arbeiter, doppelte Anzahl der Ellen; 3fache Anzahl der Arbeiter, 3fache Anzahl der Ellen; halbe Anzahl der Arbeiter, halbe Anzahl der Ellen ꝛc. In demselben Verhältnisse, in welchem die Anzahl der Arbeiter (in der 2. Stelle) wächst oder abnimmt, in eben demselben Verhältnisse nimmt auch die Anzahl der Ellen (in der 4. Stelle) zu oder ab, welche von ihnen verfertigt wird. Die Anzahl der Arbeiter und die von ihnen gefertigte Anzahl von Ellen stehen daher in einem gleichen oder geraden Verhältniß zu einander.

c) Arbeitszeit und Arbeitslohn.

10 Tg. : 20 Tg.

10 Tage sind in 20 Tagen zweimal enthalten; 20 Tage = 2 × 10 Tage, und daher verhalten sich 10 Tage zu 20 Tagen, wie 1 : 2. — Der Arbeitslohn für 10 Tage sei 15 fl. Wenn für 10 Tage 15 fl. gezahlt werden, so macht es für 20 oder 2 × 10 Tage 2 × 15 fl.; 2 × 15 fl. = 30 fl. — Vergleiche nun auch die beiden Arbeitslöhne miteinander! Der Arbeitslohn für 10 Tage = 15 fl., für 20 Tage = 30 fl.; 15 fl. sind in 30 fl. 2mal enthalten; also verhalten sich auch 15 fl. zu 30 fl., wie 1 : 2. —

10 Tage verhalten sich zu 20 Tagen wie 1 : 2, und 15 fl. verhalten sich zu 30 fl., wie 1 : 2; also verhalten sich die 10 Tage zu den 20 Tagen gerade so, wie sich der Arbeitslohn für die 10 Tage zu dem Arbeitslohn für die 20 Tage verhält, d. i. 10 Tage verhalten sich zu 20 Tagen, wie 15 fl. zu 30 fl. Steht:

10 Tg. : 20 Tg. = 15 fl. : 30 fl.

So oft das erste Glied im zweiten liegt, so oft liegt das dritte Glied im vierten; 10 × 30 = 20 × 15.

Diesem anreihend:

10 Tg. : 50 Tg. = 15 fl. : 75 fl.
10 Tg. : 5 Tg. = 15 fl. : $7^1/_2$ fl.
10 Tg. : 2 Tg. = 15 fl. : 3 fl.

Doppelte Arbeitszeit, doppelter Lohn; 5fache Arbeitszeit, 5facher Lohn; halbe Arbeitszeit, halber Lohn; $^1/_5$ Arbeitszeit, $^1/_5$ Lohn.

In gleichem Grade also, wie das eine Verhältniß wächst, wächst auch das andere, und in gleichem Grade, wie das eine Verhältniß abnimmt, nimmt auch das andere ab. Arbeitszeit und Arbeitslohn sind daher gerade proportionirt.

So werde nun auch entwickelt, daß in einem geraden Verhältnisse zu einander stehen:

d) die Zahl der Arbeiter und der Arbeitslohn.
15 Arb. : **30** Arb. = 21 fl. : 42 fl.

e) die Schwere der Fracht und die Größe des Fuhrlohns.
16 Ctr. : **48** Ctr. = 25 fl. : 75 fl.

f) die Menge des Materials und die Menge des Fabrikats.
20 Pfd. Garn : **80** Pfd. G. = 90 Ell. : 360 Ell.

g) die Pachtzeit und das Pachtgeld.
4 Jahre : **12** Jahre : 30 fl. : 90 fl.

h) die Größe der Kraft und die Wirkung derselben.
24 Ctr. : **48** Ctr. = 2 Pferde : 4 Pferde.

Nun gehen wir zu den sogenannten verkehrten oder umgekehrten Verhältnissen über. — Zuvörderst werden die von Seite 239 auf 240 behandelten Aufgaben durchgenommen. Dann:

a) Anzahl der Arbeiter und Arbeitszeit.

4 Arb. : 8 Arb.

8 Arbeiter = 2 × 4 Arbeiter. Die 4 Arbeiter brauchen zu einer gewissen Arbeit 10 Tage. Wenn 4 Arb. zu der Arbeit 10 Tage brauchen, so brauchen 8 oder 2 × 4 Arbeiter die Hälfte von 10 Tagen dazu; die Hälfte von 10 Tagen = 5 Tage. Steht: 4 Arb. : 8 Arb. 10 Tg. : 5 Tg.

4 Arb. brauchen 10 Tage, 8 Arb. brauchen 5; das dritte Glied entspricht dem ersten, das vierte dem zweiten. Das ist ganz in der Ordnung. Sind die zwei Verhältnisse aber auch zwei gleiche? Bilden sie eine Proportion? Warum nicht? Das erste Glied liegt im zweiten 2 mal, das dritte in dem vierten $\frac{1}{2}$ mal; das Produkt der äußeren Glieder = 20, das Produkt der innern = 80; das erste Verhältniß ist zunehmend oder steigend, das zweite ist abnehmend oder fallend.

Wenn zwei Verhältnisse eine Proportion bilden sollen, so müssen beide steigend, oder beide fallend sein. Noch mehr: sie müssen beide in gleichem Grade steigen, oder in gleichem Grade fallen.

4 Arb. : 8 Arb., wie 1 : 2, und 10 Tg. : 5 Tg., wie 2 : 1. Hier ist es so, daß das erste Verhältniß in demselben Grade steigt, in welchem das andere fällt. Die Verhältnisse sind also umgekehrt proportionirt. Eben dieß macht es uns jedoch möglich, sie in 2 gleiche Verhältnisse zu verwandeln. Was dürfen wir nur thun? Wir stellen die Glieder des ersten Verhältnisses um.

8 Arb. : 4 Arb. = 10 Tg. : 5 Tg.

Nun ist das erste Glied im zweiten so oft enthalten, als das dritte Glied in dem vierten, und nun ist auch das Produkt der äußeren Glieder gleich dem der beiden innern. 8 × 5 = 4 × 10.

Im Allgemeinen können wir hieraus erkennen, daß die Zeiten mit den Arbeitern in einem umgekehrten Verhältnisse stehen.

Doppelte Zahl der Arbeiter, halbe Arbeitszeit,
dreifache " " " , drittel "
halbe " " " , doppelte "

So nun auch

b) die Anzahl der Verzehrer und die Zeit bei einer gewissen Menge Lebensmittel.

12 Pers. : 24 Pers. 30 Tg. : 15 Tg.
24 Pers. : 12 Pers. = 30 Tg. : 15 Tg.

c) die Größe der Fracht und die Weite des Wegs bei derselben Geldmenge.

8 Ctr. : 32 Ctr. 24 Meilen : 6 Meilen,
32 Ctr. : 8 Ctr. = 24 Meilen : 6 Meilen.

d) die Länge und Breite des Zeuges für dasselbe Kleid.

e) der Preis des Korns und das Gewicht des Brodes.

Bei manchen Verhältniß-Aufgaben nimmt also die eine Größe mit der andern verhältnißmäßig ab oder zu; bei manchen nimmt die eine verhältnißmäßig zu, wie die andere abnimmt, und umgekehrt. Erstere nennt man Aufgaben mit geraden Verhältnissen, und es heißt bei ihnen: Je mehr, desto mehr; je weniger, desto weniger. Letztere nennt man Aufgaben mit umgekehrten Verhältnissen, und bei ihnen heißt es: Je mehr, desto weniger; je weniger, desto mehr.

IV. Verhältniß=Aufgaben mittelst der Proportion zu berechnen.

1) Aufgaben mit einfachen Verhältnissen.

a. Mit gleichbenannten ganzen Zahlen.

Das Erste und Wichtigste ist die Bildung des Ansatzes. Hierbei gehe man so zu Werke, daß die Schüler sich gleich von vorne herein gewöhnen, das erste Verhältniß nicht eher zu setzen, bis sie durch besonnene Betrachtung der Aufgabe deutlich erkannt haben, ob dasselbe steigend oder fallend sein müsse. „Muß mehr oder weniger herauskommen, als das dritte Glied beträgt? Verlangt die Aufgabe eine zunehmende oder eine abnehmende Proportion?“ sind die Fragen, die bei jeder Aufgabe gestellt und beantwortet werden müssen, bevor zum Ansetzen der Glieder des ersten Verhältnisses übergegangen werden darf.

Beispiel 1. 5 Ellen kosten 4 fl.; wie viel werden 8 Ellen kosten?

Fertigung des Ansatzes.

Was soll hier berechnet werden? (Wie viel 8 E. kosten.) Da wir die Anzahl Gulden, welche die 8 Ellen kosten, noch nicht kennen, so bezeichnen wir sie vorläufig durch den Buchstaben x.

. . . . x fl.

Das ist das vierte Glied. Das vierte Glied bildet mit dem dritten das zweite Verhältniß der Proportion. In einem Verhältnisse können nur gleichartige Größen stehen. Welche von den 3 gegebenen Zahlen wird daher in die dritte Stelle kommen müssen? (4 fl.) . . . 4 fl. : x fl.

Welche Zahlen bilden nun das erste Verhältniß? (5 Ellen und 12 Ellen.) Wie müssen wir aber das Verhältniß bilden: zunehmend 5 : 8, oder abnehmend 8 : 5? 4 fl. sind der Preis für 5 Ellen; 8 Ellen kosten mehr. Soll aber das vierte Glied größer werden, als das dritte; so muß auch das 2. Glied größer sein, als das erste. Die Proportion muß zunehmend sein. Wir müssen daher setzen:

5 Ellen : 8 Ellen = 4 fl. : x fl.

Ausrechnung.

a. Sowie sich 5 Ellen zu 8 Ellen verhalten; ebenso verhält sich auch der Preis für die 5 Ellen zu dem Preise für die 8 Ellen. So oft das erste Glied im zweiten liegt, so oft muß auch das dritte Glied im vierten liegen. 5 Ellen sind in 8 Ellen $1\,^3/_5$ mal enthalten. Die Zahl, worin 4 fl. $1\,^3/_5$ enthalten sind $= 1\,^3/_5 \times 4$ fl.

$$1\,^3/_5 \times 4 \text{ fl.} = {}^8/_5 \times 4 = \frac{8 \times 4}{5} = \frac{32}{5} = 6\,^2/_5 \text{ fl.}$$

b. Das Produkt der äußeren Glieder ist gleich dem der inneren. Da 4 Gulden durch 8 Ellen nicht multiplicirt werden können, so denke ich mir das erste Verhältniß als ein Verhältniß in unbenannten Zahlen. $x = 8 \times 4$ fl. getheilt durch 5; 8×4 fl. = 32 fl.; 32 fl. getheilt durch $5 = 6\,^2/_5$ fl. Also kosten 8 Ellen $6\,^2/_5$ fl.

Worin fällt die erste Ausrechnung mit der zweiten zusammen? Bei jeder wurde das dritte Glied durch das zweite multiplicirt und das Produkt durch das erste Glied dividirt. — Wodurch unterscheiden sie sich von einander? Bei der ersten Ausrechnung wurde zuerst gesucht, wie oft das erste Glied im zweiten enthalten ist; bei der zweiten fiel dieß weg; man durfte blos daran denken, daß das Produkt der äußeren Glieder gleich ist dem der innern. Die zweite Weise ist daher einfacher und leichter, als die erste. Darum werden wir uns auch vorzugsweise an sie halten.

Beispiel 2. Für 14 fl. erhält man 9 Pfd; wie viel wird man für 5 Pfd. zahlen müssen?

Ansatz und Berechnung:

Berechnen soll ich, wie viel man für 5 Pfd. zahlen muß, und gegeben ist, wie viel man für 9 Pfd. zahlt. 9 Pfd. kosten 14 fl.; 5 Pfd. kosten also x fl. Ich habe somit das Verhältniß

14 fl. : x

14 fl. sind der Preis für 9 Pfd.; 5 Pfd. kosten nicht so viel. Das Verhältniß 14 fl. : x ist also ein fallendes. Eben darum muß auch das erste Verhältniß ein fallendes sein. Ich setze daher 9 Pfd in die erste Stelle und 5 Pfd. in die zweite. In demselben Verhältnisse, in welchem 9 Pfd. zu 5 Pfd. stehen, in eben demselben Verhältniß steht auch der Preis für 9 Pfd zu dem Preise für 5 Pfd.

9 Pfd. : 5 Pfd. = 14 fl : x

```
     5
9 | 70 | 7 fl.
    63
    --
     7
    60
9 | 420 kr. | 46 kr.
    36
    --
    60
    54
    --
     6
     4
9 | 24 pf. | 2 2/3 pf.
    18
    --
     6
```

x = 5 × 14 fl. getheilt durch 9 = 7 fl. 46 kr. $2\frac{2}{3}$ pf.

Aufgaben hierzu S. 237. Nr. 1—10.

Beispiel 3. Für 24 Tage zahlt man 58 fl. Kostgeld, wie viel für 42 Tage?

Ansatz und Berechnung:

```
24 Tg. : 42 Tg. = 58 fl. : x
4      : 7      = 58 fl. : x
2      : 7      = 29 fl. : x
                   7
          2 | 203 fl. | 101 fl. 30 kr.
```

x = 42 × 58 fl., getheilt durch 24. Die beiden inneren Glieder mit einander multiplicirt, geben die Zahl, welche durch das erste Glied zu theilen ist: sie bilden also die Faktoren des Dividenden. Der Quotient ist aber derselbe, ob man mit dem Ganzen in das Ganze dividirt, oder mit der Hälfte in die Hälfte, oder mit dem Drittel in

das Drittel u. s. f. Daher kann das erste Glied gegen jedes beliebige innere Glied gehoben werden. — Hier wurde 24 gegen 42 durch 6, dann 4 gegen 58 durch 2 gehoben.

$$x = 42 \times 58 \text{ fl., getheilt durch } 24,$$

$$= \frac{42 \times 58}{24} = \frac{7 \times 58}{4} = \frac{7 \times 29}{2} = \frac{203}{2} = 101\,{}^{1}/_{2} \text{ fl.}$$

Aufgaben hierzu S. 238. Nr. 11—18.

Beispiel 4. 6 Taglöhner vollenden eine Arbeit in 7 Wochen; wie lange werden 5 derselben dazu brauchen?

Ansatz und Berechnung:

Berechnet soll werden, wie lange, nämlich wie viele Wochen 5 Taglöhner zu einer gewissen Arbeit brauchen. Ich setze daher x Wch. als 4. Glied. Gegeben ist, wie viele Wochen 6 Taglöhner nöthig haben. 6 Taglöhner brauchen 7 Wochen. Die Größe 7 Wch. ist mit x gleichartig; sie kommt daher in die dritte Stelle. Steht:

7 Woch. : x

6 Taglöhner brauchen 7 Wochen. 5 Taglöhner arbeiten in derselben Zeit nicht so viel, als 6; sie brauchen daher zu derselben Arbeit länger, als 7 Wochen. Das Verhältniß 7 Wch. : x ist also offenbar ein steigendes, und demgemäß muß auch das erste Verhältniß steigend sein. Ich setze daher

5 Tgl. : 6 Tgl. = 7 Wch. : x
6
5 | 42 | $8\,{}^{2}/_{5}$ Wch.

In demselben Verhältniß, in welchem die Zahl der Arbeiter abnimmt, in eben demselben Verhältniß nimmt die Zahl der Tage zu. Arbeiter und Zeit sind umgekehrt proportionirt.

Hierzu die Aufgaben S. 241. Nr. 19 — 28.

b Mit ungleich benannten ganzen Zahlen.

Beispiel 1. Wie hoch kommen 15 Ctr. Kaffee, wenn 75 Pfd. 36 fl. kosten?

Zu berechnen ist, wie hoch 15 Ctr. Kaffee kommen; gegeben ist, wie viel 75 Pfd. davon kosten; 15 Ctr. kosten mehr als 75 Pfd.; 15 Ctr. und 75 Pfd. müssen daher in einem steigenden Verhältniß stehen. Das erste Verhältniß ist also 75 Pfd. : 15 Ctr. Um aber erkennen zu können, in welchem Verhältnisse 75 Pfd. zu 15 Ctr. stehen, so müssen beide Größen, die zwar gleichartig aber nicht gleichnamig sind, in gleichbenannte verwandelt werden. Und es geschieht, indem man die 15 Ctr. in Pfd. auflöst.

75 Pfd. : 15 Ctr. = 36 fl. : x.
75 Pfd. : 1500 Pfd. = 36 fl. : x.
3 Pfd. : 60
1 : 20
1 : 20 = 36 fl. : x.
x = 20 × 36 fl. = 720 fl.

Hierzu die Aufgaben S. 242. Nr. 29—36.

Beispiel 2. In einer Fabrik wurden in 14 Wochen und 4 Tagen 1 Ctr. 43 Pfd. Oel verbraucht; wie viel in 5 Wochen 3 Tg.?

Ansatz und Berechnung:

14 Wch. 4 Tg. : 5 Wch. 3 Tg. = 1 Ctr. 43 Pfd. : x.
6 6 100
88 Tg. : 33 Tg. = 143 Pfd. : x.
8 : 3
8 : 3 = 143 Pfd. : x.
x = $53\frac{5}{8}$ Pfd.

Hierzu die Aufgaben S. 243 ff. Nr. 37—60.

c) Mit Brüchen.

Die Brüche in der Proportion werden weggeschafft, d. h. sie werden in der Weise vervielfacht, daß sich ihre Zähler in ganze Zahlen verwandeln. 2 Drittel werden aber eben so viele Ganze, wenn ich sie 3mal nehme; denn $3 \times \frac{1}{3} = 1$, also $3 \times \frac{2}{3} = 2$; — 3 Viertel werden eben so viele Ganze, wenn ich sie 4mal nehme; denn $4 \times \frac{1}{4} = 1$, also $4 \times \frac{3}{4} = 3$. Man macht also den Bruch so vielmal so groß, als der Nenner desselben anzeigt. 5tel werden durch 5, 6tel durch 6 multiplicirt.

Wird nun auf diese Weise das erste Glied einer Proportion vervielfacht, so muß zugleich auch eines der innern Glieder durch dieselbe Zahl vervielfacht werden, und umgekehrt. Der Quotient bleibt nur dann unverändert, wenn Divisor und Dividend zugleich und auf gleiche Weise, wie gehoben oder verkleinert, so auch vervielfacht oder vergrößert werden.

Beispiel 1. $\frac{3}{4}$ Pfd. Seide kosten 7 fl.; wie viel ist für 5 Pfd. zu zahlen?

Ansatz und Berechnung:

$\frac{3}{4}$ Pfd. : 5 Pfd. = 7 fl. : x (x=5. 7, div. durch $\frac{3}{4}$.)
3 : 20 = 7 fl. : x.
20
3 | 140 | 46 fl. 40 kr.

$4 \times \frac{3}{4} = 3$, und $4 \times 5 = 20$; Divisor und Dividend sind jetzt zugleich 4mal so groß. Wir dividiren jetzt mit dem 4 fachen des gegebenen Divisors in das

4fache des gegebenen Dividenden, nämlich mit 3 in 20 × 7, und erhalten so denselben Quotienten, als würden wir mit $^3/_4$ in 5 × 7 dividiren.

Beispiel 2. 4 Ellen Leinwand kosten 15 fl.; wie viel werden $^7/_8$ Ellen kosten?

4 Ell. : $^7/_8$ Ell. = 15 fl. : x (x = $^7/_8$. 15, div. durch 4.)
32 : 7 = 15 fl. : x
x = 3 fl. 16 kr. $3^1/_2$ pf.

8 × $^7/_8$ = 7, und 8 × 4 = 32; Divisor und Dividend sind jetzt zugleich 8mal so groß. 32 ist das 8fache von 4, und 7 × 15 ist das 8fache von $^7/_8$ × 15.

Beispiel 3. Um $^5/_6$ fl. erhalte ich 8 Loth; was kosten 13 Lth.?

8 Lth. : 13 Loth = $^5/_6$ fl. : x (x = 13 . $^5/_6$, div. durch 8.)
48 : 13 = 5 fl. : x.
x = 1 fl. 21 kr. 1 pf.

Beispiel 4. $4^1/_3$ Elle kosten 12 fl.; wie hoch kommen $7^3/_5$ Ellen zu stehen?

$4^1/_3$ Ell. : $7^3/_5$ Ell. = 12 fl. : x (x = $7^3/_5$. 12, div. durch $4^1/_3$.)
$\frac{13}{3}$: $\frac{38}{5}$ = 12 fl. : x
5 3
65 : 114 = 12 fl. : x.
x = 21 fl. 2 kr. $3^1/_{13}$ pf.

Die gemischten Zahlen werden eingerichtet. Um den Bruch $^{13}/_3$ wegzuschaffen, so mache ich das erste Glied dreimal so groß, und das geschieht, indem ich den Nenner 3 ausstreiche. Für $^{13}/_3$ steht jetzt die ganze Zahl 13, das 3fache von $^{13}/_3$. Der Divisor ist jetzt 3mal so groß; also muß auch der Dividend 3mal genommen werden, und dieß geschieht, indem ich zum zweiten Gliede den Nenner 3 als Faktor setze. — Um nun auch den Bruch $^{38}/_5$ wegzuschaffen, mache ich ihn 5mal so groß; ich streiche den Nenner. Für $^{38}/_5$ steht jetzt die ganze Zahl 38, das 5fache von $^{38}/_5$. Der Dividend wird in Folge dessen wieder 5mal so groß; daher muß ich jetzt auch den Divisor 13 5mal nehmen. Divisor und Dividend sind nun 3 × 5mal oder 15mal so groß, als sie Anfangs waren, wir dividiren also mit dem 15fachen von $4^1/_3$ in das 15fache von $7^3/_5$ × 12, d. i, mit 65 in 114 × 12.

Beispiel 5. Für 2 Ctr. zahle ich $8^3/_5$ Thlr. Frachtgeld; wie viel für $^3/_4$ Ctr.?

2 Ctr. : $^3/_4$ Ctr. = $8^3/_5$ Thlr. : x. (x = $^3/_4$. $8^3/_5$ div. durch 2.)
2 : $\frac{3}{4}$ = $\frac{43}{5}$ Thlr. : x.
4
5
40 : 3 = 43 Thlr. : x. (x = 3 Thlr. 6 Gr. 9 Pf.)

Die inneren Glieder bilden die Faktoren des Dividenden. Wird von $^3/_4$ der Nenner gestrichen, so steht der Zähler 3 als ganze Zahl; 3 ist 4 mal so groß als $^3/_4$; $3 \times {^{43}/_5}$ ist das 4fache von $^3/_4 \times {^{43}/_5}$. Vierfacher Dividend, 4facher Divisor; darum ist auch der Divisor 2 4mal zu nehmen. — Wird nun von $^{43}/_5$ der Nenner gestrichen, so steht der Zähler 43 als ganze Zahl; 43 ist 5mal so groß, als $^{43}/_5$; 3×43 ist das 5fache von $3 \times {^{43}/_5}$. Fünffacher Dividend, 5facher Divisor; also ist auch der Divisor 4×2 wieder 5mal zu nehmen.

Beispiel 6. Wie viel kosten 28 Loth, wenn $3^1/_4$ Pfd. auf 15 fl. 24 kr. kommen? Antwort: 4 fl. 8 kr. $3^1/_{13}$ pf.

$3^1/_4$ Pfd. : $^7/_8$ Pfd. = $15^2/_5$ fl. : x. ($x = {^7/_8} \cdot 15^2/_5$, div. d. $3^1/_4$.)

$$\frac{13}{4} : \frac{7}{8} = \frac{77}{5} \text{ fl. } : x.$$

4	8	5
8	4	
2	1	
5		

130 : 7 = 77 fl. : x.

Hierzu die Aufgaben S. 245 ff. Nr. 1—56.

II. Aufgaben mit mehrfachen Verhältnissen.

Beispiel 1. 8 Arbeiter verdienen in 6 Tagen 36 fl.; wie viel werden 5 Arbeiter in 7 Tagen verdienen?

Ansatz und Berechnung:

Die Frage heißt: Wie viel, wie viele Gulden, werden 5 Arbeiter in 7 Tg. verdienen? Das Frageglied ist daher x fl., das hintere Verhältniß also 36 fl. : x.

Wovon hängt es hier ab, wie viel verdient wird? (Von der Anzahl der Arbeiter und von der Arbeitszeit.) Fassen wir zuerst die Arbeiter ins Auge.

Von welcher Anzahl Arbeiter werden 36 fl. verdient? (Von 8 Arb.) Und von welcher Anzahl Arbeiter ist der Verdienst zu suchen? (Von 5.) Verdienen diese 5 Arbeiter mehr oder weniger als jene 8, bei gleicher Zeit? (Weniger.) Das Verhältniß 36 fl. : x fl. ist also abnehmend oder fallend. In demselben Verhältnisse, in welchem die Anzahl der Arbeiter abnimmt, in eben demselben Verhältnisse nimmt auch der gemeinschaftliche Verdienst derselben ab. Wir setzen daher 8 Arb. : 5 Arb., steht:

8 Arb. : 5 Arb. = 36 fl. : x.

Würden die 5 Arb. eben so lange arbeiten, als die 8; so wäre ihr Verdienst = 5×36 fl., getheilt durch 8 = $22^1/_2$ fl. Ihre Arbeitszeit ist aber eine andere. Also ist auch ihr Arbeitslohn ein anderer.

In welcher Zeit werden dann die 36 fl. verdient? (In 6 Tg.) Und für welche Zeit ist der Verdienst zu berechnen? (Für 7 Tg.) Wird der Verdienst für diese 7 Tage mehr oder weniger betragen,

als für jene 6? (Mehr.) Das Verhältniß der Zeiten wirkt also zunehmend auf das Verhältniß 36 fl. : x. Denn in demselben Verhältnisse, in welchem die Arbeitszeit wächst, in eben demselben Verhältniß wächst auch der Arbeitslohn. Wir setzen daher unter das erste Verhältniß noch das zweite 6 Tg. : 7 Tg.

8 Arb. : 5 Arb. = 36 fl. : x
6 Tg. : 7 Tg.

48 : 35 = 36 fl. : x.
4 3

8 Arb. verdienen in 6 Tg. 36 fl. Denken wir uns an jedem der 6 Tage 8 andere Arb. angestellt, so sind es dann im Ganzen 6 × 8 oder 48 Arb., und jeder von ihnen arbeitet 1 Tag lang. Was 8 Arb. in 6 Tagen thun und verdienen, das thun und verdienen also 6 × 8 oder 48 Arb. in 1 Tag. Und was 5 Arbeiter in 7 Tagen thun und verdienen, das thun und verdienen 7 × 5 oder 35 Arb. in 1 Tg. Der Einfluß der Zeit auf den Verdienst ist nun auf die Anzahl der Arbeiter übergetragen; das besondere Verhältniß der Zeit ist dadurch aufgehoben. Die 2 Verhältnisse sind in eines zusammengezogen. Wir haben nun eine einfache Proportion.

x = 35 × 36 fl., getheilt durch 48,
= 35 × 3 fl., „ „ 4 = 26 fl. 15 kr.

Beispiel 2. Wie lange brauchen 10 Arbeiter bei täglich 12 stündiger Arbeit, wenn 8 Arb., welche täglich 10 Std. arbeiten, 20 Tage brauchen? Antwort: 13½ Tag.

Ansatz und Berechnung:

Die Frage heißt: Wie lange, d. h. wie viele Tage brauchen 10 Arb. bei täglich 12stündiger Arbeit? Das Frageglied ist daher x Tage, das hintere Verhältniß also

20 Tg. : x

Worauf kommt es an, wie viele Tage zu einer gewissen Arbeit erforderlich sind? (Auf die Anzahl der Arbeiter und auf die Anzahl der Stunden, welche sie täglich auf die Arbeit verwenden. Denn je mehr Arbeiter bei der Arbeit beschäftigt sind, desto eher werden sie damit fertig; je weniger Arbeiter, desto länger werden sie dazu brauchen. Je mehr Stunden täglich auf die Arbeit verwendet werden desto mehr wird in 1 Tag gethan und desto weniger Tage sind dazu erforderlich; je weniger Stunden täglich auf die Arbeit verwendet werden, desto —.) Fassen wir nun zuerst die Zahl der Arbeiter ins Auge und dann die Zahl der Stunden. 20 Tage lang brauchen 8 Arbeiter; **10** Arbeiter brauchen nicht so lang; das Verhältniß der Arbeiter ist daher abnehmend zu setzen.

10 Arb. : 8 Arb. = 20 Tg. : x

20 Tage sind erforderlich, wenn täglich 10 Std. lang gearbeitet wird. Wird täglich 12 Stunden lang gearbeitet, so braucht man nicht so lange. Also ist auch das Verhältniß der Stunden abnehmend zu setzen.

10 Arb. : 8 Arb. = 20 Tg. : x
12 Std. : 10 Std.

120 : 80 = 20 Tg. : x.
3 : 2

Was 1 Arbeiter in 12 Std. thut, das können in 1 Std. 12 Arbeiter leisten, und was 10 Arbeiter in 12 Stund thun, das können 10 $\times$ 12 oder **120** Arbeiter in 1 Stunde verrichten. — Eben so können das, was 8 Arbeiter in 10 Std. thun, 8 $\times$ 10 oder **80** Arbeiter in 1 Stunde leisten. — Die 120 Arbeiter arbeiten täglich 1 Std. und die 80 Arbeiter arbeiten auch täglich 1 Stde. Die Anzahl der Tage hängt also jetzt einzig und allein von der Anzahl der Arbeiter ab. Anstatt der zwei vorderen Verhältnisse ist jetzt das eine da: 120 Arb. : 80 Arb.; die zusammengesetzte Rechnung ist in eine einfache verwandelt.

x = 80 $\times$ 20 Tg., getheilt durch 120,
= 2 $\times$ 20 Tg., getheilt durch 3 = $13\frac{1}{3}$ Tg.

Aus diesen Beispielen ergibt sich das Verfahren: **man multiplicirt die unter einander stehenden Glieder mit einander und betrachtet die Produkte als ein Verhältniß.**

Die innern Glieder der Proportion (hier 8, 10, 20) sind die Faktoren des Dividenden; die äußeren (10 und 12) sind die Faktoren des Divisors. So wie man aber den Divisor und den Dividenden gegenseitig heben kann; eben so kann man auch die Faktoren des Divisors gegen die Faktoren des Dividenden heben. **Jedes äußere Glied kann gegen jedes innere Glied gehoben werden**, wofern die Beschaffenheit der Zahlen es gestattet. Demnach können wir auch so verfahren:

10 Arb. : 8 Arb. = 20 Tg. : x
12 Std. : 10 Std.
1 : 1
3 : 2

3 : 2 = 20 Tg. : x.

Wir heben 10 gegen 10 durch 10, und 12 gegen 8 durch 4.

Wie gezeigt, so wird auch in den Fällen verfahren, wo die gesuchte Größe von mehr als 2 Verhältnissen abhängig ist. Nur unterlasse man nicht, jede Aufgabe, sobald das hintere Verhältniß angesetzt ist, so zu beurtheilen, daß der Schüler die Art der Abhängigkeit des Gesuchten von dem Gegebenen deutlich erkennt.

Hierzu die Aufgaben S. 250 und 251. Nr. 1—15.

Wir haben nun für die schriftliche Berechnung der Regeldetri- oder Verhältniß-Aufgaben dreierlei Formen gegeben: den Zweisatz in Bruchform, den Zweisatz in Kettensatzform und die Proportion. Es versteht sich von selbst, daß damit nicht gemeint ist, als sollten alle 3 Formen nacheinander auch in der Schule behandelt werden. Wir rathen vielmehr bei einer Form zu bleiben, hierin aber eine auf Selbstbewußtsein und Selbstthätigkeit beruhende und darum sichere Fertigkeit zu erstreben.

Eine zweckmäßige Rechnungsform hat einen großen Werth. Man glaube aber ja nicht, mit Einführung derselben schon Alles gethan zu haben. Nicht die Form ist die Hauptsache. Wichtiger ist das Verständniß des **innern Wesens**, der **klare Durchblick der Beziehungen**, die **verständige Beurtheilung der Aufgaben**. Wo man diesen Punkt mit Liebe und Geschick recht ins Auge faßt, da wird mit einer unvollkommneren Form mehr geleistet, als anderwärts, wo man sich einer besseren Form bedient, diese aber über das Wesen setzt und die gründliche Beurtheilung der Aufgaben außer Augen läßt.

Daß die Lehre von der Proportion nicht ausführlicher behandelt wurde, wie vielleicht von Manchem gewünscht werden möchte, hatte seinen Grund: **wir mußten uns auf den dafür verwendeten Raum beschränken.**

Bei den nun folgenden Aufgaben wird diejenige Rechnungsform angewendet, die man mit den Schülern eingeübt hat, also entweder der Zweisatz in der einen oder in der andern Form, oder die Proportion.

Zweite Abtheilung.

Verhältnißaufgaben, nach den Gegenständen geordnet.

I. Tauschrechnung.

Mündlich und schriftlich.

Aufgabe 1. A gibt dem B 3 Schff. Korn, den Schff. zu 10 fl. 45 kr., und bekommt dagegen $3^1/_2$ Schff. Dinkel, den Schff. zu 7 fl. 20 kr. Wer muß dem Andern hinaus zahlen und wie viel?

Auflösung. Um die gestellte Frage beantworten zu können, so muß man den Werth des Getreides, das Einer dem Andern gibt, berechnen. Das werden zwei einfache Regeldetri=Aufgaben.

1 Schff. Korn zu $10^3/_4$ fl.; was kosten 3 Schff.? Antwort: 32 fl. 15 kr.
1 Schff. Dinkel zu $7^1/_3$ fl.; was kosten $3^1/_2$ Schff.? Antw.: 25 fl. 40 kr.

A gibt dem B an Korn . .	32 fl. 15 kr.
dafür erhält er an Dinkel .	25 fl. 40 kr.
also hat A von B noch gut .	6 fl. 35 kr.

Aufgabe 2. Ein Zeugmacher gibt einem Schäfer 36 Ellen Wollenzeug, die Elle zu 1 fl. 12 kr. Dagegen nimmt er 50 Pfd. Wolle, das Pfd. zu 55 kr. Wie viel muß der Eine dem Andern noch an baarem Gelde zahlen?

Antwort: Der Zeugmacher dem Schäfer 2 fl. 38 kr.

Aufgabe 3. A hat Seide, das Pfund zu 8 Thlr. 6 Gr.; B hat Sammt, das Stück zu 18 Thlr. 20 Gr. Wie viel Pfd. Seide muß jener diesem für $23^1/$ Stück Sammt geben?

Antwort: 53 Pfd. 15 Lth. $3^{59}/_{123}$ Qt.

Auflösung. Wie viel Pfd. Seide wird A dem B im Allgemeinen für dessen $23\frac{1}{2}$ Stück Sammt geben müssen? Antwort: So viel, daß dadurch der Werth des erhaltenen Sammts ausgeglichen wird. Was muß man daher zuerst berechnen? Antwort: Wie viel Werth die $23\frac{1}{2}$ St. Sammt haben. Wie heißt also die erste Aufgabe? Was machen $23\frac{1}{2}$ Stück Sammt, das Stück zu $18\frac{2}{3}$ Thlr.? ($438\frac{2}{3}$ Thl.)

Für diese Summe erhält A von B Sammt, und für eben so viel Thaler muß er ihm Seide geben. Das Pfund Seide kostet $8\frac{1}{5}$ Thlr.; wie heißt daher jetzt die Aufgabe. Antwort: Für $8\frac{1}{5}$ Thlr. gibt A 1 Pfd. Seide, wie viel für $438\frac{2}{3}$ Thlr.?

Aufgabe 4. Ein Kaufmann gibt in eine Zuckerfabrik 85 Pfd. Kaffee à 36 kr., 4 Ctr. Salz à 5 fl. 48 kr. und 70 Pfd. Reis à 14 kr. und will dafür Zucker nehmen, halb zu 20 und halb zu 24 kr. Wie viel wird er von jeder Sorte bekommen?

Auflösung: Kaffee, Salz und Reis machen zusammen 90 fl. 32 kr. $= 2 \times 45$ fl. 16 kr. Nun ist zu berechnen:

a) Für 20 kr. 1 Pfd. Zucker; wie viel für 45 fl. 16 kr.?
Antwort: 135 Pfd. $25\frac{3}{5}$ Loth.

b) Für 24 kr. 1 Pfd. Zucker; wie viel für 45 fl. 16 kr.?
Antwort: 113 Pfd. $5\frac{1}{3}$ Loth.

Aufgabe 5. Ein Metzger gibt einem Gerber 85 Pfd. Häute, das Pfund zu 9 kr., und erhält dafür 17 Pfd. Leder. Wie theuer ist ihm das Pfd. Leder gerechnet? Antwort: Zu 45 kr.

Aufgabe 6. Ein Landmann gibt einem andern 4 Schff. 3 Mtz. Weizen, den Scheffel zu 18 fl., und bekommt dagegen 4 Schff. Korn und 15 fl. baar. Wie hoch ist der Schff. Korn angesetzt?

a) 1 Schff. Weizen = 18 fl.; $4\frac{1}{2}$ Schff. = ? Antwort: 81 fl.

b) Hieran werden 15 fl. baar gezahlt, es bleiben also 81 — 15 = 66 fl.

c) 4 Schff. Korn = 66 fl.; 1 Schff. = ? Antw.: $16\frac{1}{2}$ fl.

Aufgabe 7. A und B wollen tauschen. A gibt dem B 48 Ellen Zeug à 54 kr.; B gibt dagegen Garn, das Pfd. zu 45 kr. und noch 13 fl. 12 kr. baar. Wie viele Pfd. Garn hat B an A abgegeben? Antwort: 40 Pfd.

Aufgabe 8. Es nimmt Jemand vom Silberarbeiter ein Dutzend silberne Eßlöffel, welche 39 Loth schwer sind. Dagegen gibt er $26\frac{1}{2}$ Loth altes Silber, das Loth zu 1 fl. 12 kr., und noch 36 fl. 27 kr. baares Geld. Nun suche, wie hoch ein Löffel zu stehen kommt!

Auflösung. Für 12 Stück silberne Eßlöffel werden gegeben $26\frac{1}{2}$ Loth altes Silber à 1 fl. 12 kr. = 31 fl. 48 kr. und 36 fl. 27 kr. baar, zusammen 68 fl. 15 kr.; folglich kommt 1 Löffel auf $\frac{1}{12}$ von 68 fl. 15 kr. = 5 fl. $41\frac{1}{4}$ kr.

Aufgabe 9. Ein Bauer gibt einem Winzer 4 Schff. Korn, welches zur Zeit im Preise zu 13 fl. steht. Er setzt es aber zu 14 fl. an und will Wein dafür nehmen, wovon der Eimer einen Werth von 16 fl. hat. Wie hoch muß nun der Winzer seinen Wein ansetzen, um ohne Nachtheil für sich auszutauschen? Und wie viel Wein muß er für das Getreide geben?

a) Des Bauern Rechnung:

1 Schff. Korn zu 14 fl.; was machen 4 Schff.? Antw. 56 fl.

b) Des Winzers Rechnung:

1) Für 13 fl. setzt der Bauer 14 fl. an; wie viel muß ich demnach für 16 fl. setzen; Antwort: $17^3/_{13}$ fl.

2) Für $17^3/_{13}$ fl. gebe ich 1 Eimer; wie viel für 56 fl.?
Antwort: $3^1/_4$ Eimer.

Aufgabe 10. Einer hat Wachs, das will er gegen Ingwer vertauschen. Der Stein Wachs kostet für baares Geld 12 Thlr.; er setzt ihn aber für 13 Thlr. an. Wie hoch muß nun der Andere den Stein Ingwer, der baar 9 Thlr. 20 Gr. kostet, ansetzen, um ohne Schaden auszutauschen? Antwort: 10 Thlr. $14^1/_6$ Gr.

Aufgabe 11. Ein Bierbrauer gibt einem Schenkwirth auf dem Lande $36^1/_2$ Eimer Bier, wovon der Eimer 4 fl. 30 kr. kostet, und will Gerste dagegen nehmen. Dieselbe steht im Preise zu 15 fl. 45 kr., wird aber zu 16 fl. 30 kr. angesetzt. a) Wie hoch muß der Brauer den Eimer Bier berechnen, um keinen Schaden zu haben? b) Wie viele Schff. Gerste wird er erhalten?

Antwort: a) $4^5/_7$ fl.; b) 10 Schff. 2 Mtz. 2 Vrtl. $1^1/_7$ Ms.

Aufgabe 12. Zwei wollen tauschen. Des Einen Waare gilt baar 8 fl., im Tausche aber rechnet er sie für 11 fl. Dafür setzt auch der Andere seine Waare um 4 fl. höher an, als gegen baares Geld, wodurch er denn auch nichts gewinnt und nichts verliert. Wie wird er seine Waare gegen baares Geld verkaufen?

Antwort: Um 10 fl. 40 kr.

Auflösung: Hier ist zu dem Uebersatze von 4 fl. der baare Werth zu suchen. Um dieß thun zu können, so muß zu einem andern Uebersatze der baare Werth gegeben sein. Dieß ist in der Aufgabe nicht geradezu enthalten, läßt sich jedoch leicht finden. Da der Eine seine Waare baar um 8 fl. und im Tausche um 11 d. i. um 8 + 3 fl. gibt; so wissen wir daraus, wie viel der baare Werth zu 3 fl. Uebersatz beträgt, nämlich 8 fl. Die nackte Aufgabe heißt daher: 3 fl. Uebersatz entsprechen dem baaren Werthe von 8 fl.; welcher baare Werth entspricht dem Uebersatze von 4 fl.?

		Uebersatz	Baar
3 fl. Uebers.	8 fl. baar.		
4 fl. Uebers.	?	3 : 4 =	8 fl. : x.

II. Gesellschafts= und Theilungsrechnung.

Wenn Zwei oder Mehrere zusammentreten, um gemeinschaftlich Etwas zu unternehmen, so bilden sie eine Gesellschaft. Beabsichtigen sie, einen Einkauf zu machen, ein Geschäft zu begründen 2c., so haben sie hierzu eine gewisse Summe Geldes nöthig. Was jeder dazu beiträgt oder einlegt, wird seine Einlage genannt. Entweder sind die Einlagen von gleicher oder von verschiedener Größe. Sind sie von gleicher Größe, so wird auch der Gewinn oder der Verlust in gleiche Theile getheilt. Mit Aufgaben dieser Art haben wir es jedoch hier nicht zu thun. Vielmehr werden jetzt blos solche Fälle in Betracht gezogen, wobei die Einlagen und dadurch auch die Antheile an dem Gewinn oder Verlust von verschiedener Größe sind. Das ist Gegenstand der eigentlichen Gesellschaftsrechnung. Es wird dieselbe

aber auch bei Vertheilung der Steuern, Umlagen, Brandschatzungen und Einquartierungen, dann bei Concursen, Erbtheilungen, sowie überhaupt da in Anwendung gebracht, wo etwas nach bestimmten Verhältnissen zu vertheilen ist. Diese Verhältnisse werden sehr verschieden bezeichnet. In der Art und Weise, wie es geschieht, liegt die größere oder geringere Schwierigkeit der Berechnung. Daher ist es gut, die Schüler durch mündliches Berechnen von Aufgaben mit kleineren Zahlengrößen auf die schriftliche Ausführung gehörig vorzubereiten.

Mündlich.

1) Ich kaufe 2 Pfd. und dann wieder 3 Pfd. Kaffee von gleicher Sorte und zahle im Ganzen 3 fl. 15 kr.; wie viel kostet jeder Posten?

Auflösung. Im Ganzen kaufe ich 2 Pfd. + 3 Pfd. oder 5 Pfd. Kaffee und zahle dafür 3 fl. 15 kr. Die Aufgabe ist also: 5 Pfd. Kaffee kosten 3 fl. 15 kr.; wie viel kosten a) 2 Pfd.? b) 3 Pfd.? — Ausr.: 5 Pfd. kosten 3 fl. 15 kr., 1 Pfd. kostet $1/5$ von 3 fl. 15 kr. = 39 kr. Kostet 1 Pfd. 39 kr, so kosten 2 Pfd. 2 × 39 kr. = 1 fl. 18 kr., und 3 Pfd. kosten 3 × 39 kr. = 1 fl. 57 kr.

2) A und B haben 384 fl. so unter sich zu theilen, daß A 1 Theil und B 2 Theile von gleicher Größe erhalte. Wie viel wird jeder bekommen?

Aufl. Da A 1 Theil und B zwei Theile erhalten soll, so ist die zu theilende Summe in 1 + 2 oder 3 gleiche Theile zu zerlegen. 384 fl. = 3 × 128 fl. A bekommt also 1 × 128 fl., und B, dem 2 Theile gebühren, erhält 2 × 128 = 256 fl.

3) Franz und Wilhelm bekommen 75 Kirschen. So oft Franz 2 derselben nimmt, nimmt Wilhelm 3. Wie viel wird Jeder bekommen?

Aufl. Bekommt Franz so oft 2 Kirschen, als Wilhelm 3; so erhält Franz 2 Theile, wie Wilhelm 3. Das Ganze ist also in 2 + 3 oder 5 gleiche Theile zu theilen. 75 = 5 × 15. Franz erhält 2 Theile, also 2 × 15 = 30; Wilhelm bekommt 3 Theile, mithin 3 × 15 oder 45.

4) 1200 fl. sind so zu theilen, daß A 3mal so viel als B bek.!

Aufl. A soll mal 3 so viel als B erhalten. Bekommt B also 1 Thl., so muß A 3mal 1 Theil = 3 Theile erhalten. Die 1200 fl. sind daher in 1 + 3 oder 4 gleiche Theile zu theilen. — Das Weitere wie oben.

5) 245 Thlr. sind so zu theilen, daß B $2^1/_2$mal so viel als C bek.!

Aufl. B soll $2^1/_2$ mal so viel als C bekommen. Gibt man dem C also 1 Theil, so muß B $2^1/_2$ × 1 Theil = $2^1/_2$ Theil erhalten; gibt man dem C 2 Theile, so muß B $2^1/_2$ × 2 = 5 Theile bekommen ꝛc. Am einfachsten wird die Theilung, wenn man dem C 2 Theile gibt; denn in diesem Falle erhält B gerade 5. Die 245 Thlr. sind daher in 2 + 5 oder 7 gleiche Theile zu theilen.

6) A und B sollen 423 Krthlr. so unter sich theilen, daß sich der Antheil des A zu dem Antheile des B verhalte, wie $^4/_7$ zu $^5/_7$; wie viel muß Jeder bekommen?

Aufl. Der Bruch $^4/_7$ enthält 4 Theile, wie der Bruch $^5/_7$ 5 Theile hat; A soll also 4 Theile erhalten, wie B 5; die 423 Krthl. sind daher in 4 + 5 oder 9 gleiche Theile zu theilen. $^1/_9$ von 423 Krthlr. = 47 Krthlr.; also erhält A 4 × 47 und B 5 × 47 Krthlr.

7) Zwei Dörfer, A und B, haben 75 Morgen Weideplatz unter sich zu theilen, daß sich ihre Antheile wie 5 zu 3 verhalten. Wie viel wird jedem Dorfe zufallen?

Aufl. Wie verhält sich 5 zu 3? Antwort: 5 = 5 × 1, und 3 = 3 × 1; die Zahl 5 enthält also 5 Theile, wie die Zahl 3 deren 3 hat. Also ist der Ausdruck: die Antheile von A und B sollen sich wie 5 zu 3 verhalten = A soll 5 Theile erhalten, wie B 3. Die ganze Fläche ist daher in 5 + 3 oder 8 gleiche Theile zu theilen.

8) Fritz und Karl bekommen 105 Haselnüsse mit dem Auftrage, sie so unter sich zu theilen, daß ihre Antheile wie $^1/_3$ zu $^1/_4$ sich verhalten.

Aufl. $^1/_3$ und $^1/_4$ verhalten sich zu einander, wie $^4/_{12}$ und $^3/_{12}$. Fritz soll also 4 solche Theile bekommen, wie Karl 3. Folglich sind die 105 Haselnüsse in 4 + 3 oder 7 gleiche Theile zu zerfällen.

9) A und B unternehmen einen Handel. A gibt 500 Thlr. dazu, B 700 Thlr. Sie gewinnen 360 Thlr. Wie viel hat Jeder davon anzusprechen?

Aufl. Gibt A 500 Thlr. und B 700 Thlr., so ist die ganze Einlage 1200 Thlr. Mit diesen 1200 Thlrn. werden 360 Thlr. gewonnen. Hiervon erhält Jeder gerade so viel, als mit seiner Einlage gewonnen wird. Die erste Frage ist daher: Mit 1200 Thlr. werden 360 Thlr. gewonnen, wie viel mit den 500 Thlrn. des A? Die andere Frage heißt: Mit 1200 Thlr. werden 360 Thlr. gewonnen, wie viel mit den 700 Thlrn. des B? Beide Fragen sind leicht zu beantworten, wenn wir wissen, wie viel mit 100 Thlrn. gewonnen wird. Da mit 1200 Thlrn. 360 Thlr. gewonnen werden, so kommt auf 100 Thlr. $^1/_{12}$ von 360 Thlr. = 30 Thlr. Also erhält A mit 500 Thlr. Einlage 5 × 30 oder 150 Thlr., und B mit 700 Thlrn. Einlage 7 × 30 oder 210 Thlr. Dadurch ist der ganze Gewinn erschöpft. Denn 150 + 210 Thlr. = 360 Thlr.

10) Die Zahl 70 ist in 2 Theile zu theilen, welche sich um 14 von einander unterscheiden.

a) Ich theile 70 zuerst in 2 gleiche Theile. 70 = 2 × 35. Wie bilde ich nun aus 35 + 35 zwei Zahlen, die sich um 14 von einander unterscheiden? Welche Zahlen entstehen, wenn ich von der einen Hälfte 1 nehme und der andern zulege? (34 + 36.) Und um wie viel unterscheiden sie sich von einander? Wie aber, wenn ich von der einen Hälfte 2 nehme und der andern zulege? — Um also aus 35 + 35 zwei Zahlen zu erhalten, die sich um 14 von einander unterscheiden, so muß ich von der einen 35 7 nehmen

und der andern 35 7 zulegen. Die eine Zahl beträgt dann 35 — 7 oder 28, und die andere 35 + 7 oder 42.

b) Ich suche zuerst die Zahl, deren Hälfte gleich ist dem kleineren der beiden Theile. Dieselbe ist 70 — 14 = 56. Die Hälfte von 56 = 28. Das ist der kleinere Theil; der größere Theil ist 28 + 14 oder 42.

c. Ich suche zuerst die Zahl, deren Hälfte gleich ist dem größeren der beiden Theile. Dieselbe beträgt 70 + 14 oder 84. Die Hälfte von 84 = 42. Das ist der größere Theil; der kleinere ist 42 — 14 oder 28.

11) Theile nun ebenso 250 fl. in zwei Theile, deren einer 70 fl. mehr beträgt, als der andere? (250 fl. = 160 + 90 fl.)

S. Kopf- oder Denkrechnen, S. 37 und 38.

Schriftlich.

Aufgabe 1. Drei Männer treten in Gesellschaft, um eine Unternehmung auszuführen. A gibt 123 fl., B 536 fl. und C 141 fl. dazu. Sie gewinnen 130 fl. Wie viel kommt auf eines Jeden Antheil?

Auflösung. Womit werden 130 fl. gewonnen? Antwort: Mit dem Gelde, das die 3 Männer zusammengelegt haben, also mit der Summe von 123 fl., 536 fl. und 141 fl. Wie viel beträgt dieselbe?

Die Einlage des	A =	123 fl.
	B =	536 fl.
	C =	141 fl.
Die ganze Einlage	=	800 fl.

Hätte Einer allein die 800 fl. dazu gegeben, so würde er auch allein den Gewinn bekommen. Hätte Einer die Hälfte von 800 fl. beigetragen, so würde er auch die Hälfte von dem Gewinne ansprechen können ꝛc. Den so vielten Theil Einer zu den 800 fl. gab, den eben so vielten Theil kann er auch von den 130 fl. Gewinn in Anspruch nehmen. Sowie sich also die Gesammt-Einlage zur Einlage des Einzelnen verhält, ebenso verhält sich der Gesammt-Gewinn zum Gewinne des Einzelnen.

Zweisatz.		Proportion.
A 800 fl. Einl.	130 fl. Gew.	A 800 fl. Einl. : 123 fl. E. = 130 fl. : x
123 fl. „	?	x = 19 fl. 59 kr. 1 pf.
B 800 fl. Einl.	130 fl. Gew.	B 800 fl. E. : 536 fl. E. = 130 fl. : x
536 fl. „	?	x = 87 fl. 6 kr.
C 800 fl. Einl.	130 fl. Gew.	C 800 fl. E. : 141 fl. E. = 130 fl. : x
141 fl. „	?	x = 22 fl. 54 kr. 3 pf.

19 fl. 59 kr. 1 pf. + 87 fl. 6 kr. + 22 fl. 54 kr. 3 pf. = 130 fl.

Aufgabe 2. Vier Dörfer sollen 512 fl. Strassenbaukosten bezahlen, welche nach der Steuer zu vertheilen sind. Das eine Dorf gibt 885 fl. Steuer, das andere 948 fl., das dritte 508 fl. und das vierte 212 fl. Wie viel muß jedes Dorf beitragen?

Antwort: Das 1. Dorf 177 fl. 29 kr. $^{404}/_{851}$ pf.
Das 2. Dorf 190 fl. 7 kr. $^{652}/_{851}$ pf.
Das 3. Dorf 101 fl. 52 kr. $2^{730}/_{851}$ pf.
Das 4. Dorf 42 fl. 30 kr. $3^{767}/_{851}$ pf.

Die vier Dörfer geben zusammen 885+948+508+212=2553 fl. Steuer. Auf diese Steuersumme kommen 512 fl. Straßenbaukosten. Auf die Hälfte derselben kommt die Hälfte der Kosten; auf $^1/_3$ derselben kommt $^1/_3$ der Kosten; auf 1 fl. Steuer kommt $^1/_{2553}$ der Kosten. Sowie sich daher die Gesammtsteuer der 4 Dörfer zur Steuer eines einzelnen Dorfes verhält; eben so verhält sich der Gesammt-Beitrag derselben für den Strassenbau zu dem Beitrage eines einzelnen Dorfes.

Aufgabe 3. Es hinterläßt Jemand 5225 fl. an Haus und Feld. Darauf hat einzunehmen A 1550 fl., B 2790 fl. und C 3200 fl. Wie viel wird jeder der 3 Gläubiger nur erhalten?

Antwort: A 1074 fl. $6^{108}/_{377}$ kr.; B 1933 fl. $23^{119}/_{377}$ kr.; C 2217 fl. $30^{150}/_{377}$ kr.

A, B und C haben im Ganzen 7540 fl. einzunehmen; die Hinterlassenschaft beträgt aber nur 5225 fl.; die Ansprüche der 3 Gläubiger können daher nicht ganz befriedigt werden. Keiner von ihnen erhält, wenn er nicht urkundlich ein besonderes Vorrecht hat, seine Forderung ganz; sondern sie theilen sich in das Vorhandene nach dem Verhältnisse ihrer Ansprüche. So wie sich die Gesammtforderung zur Forderung eines Einzelnen verhält, so verhält sich die ganze Summe, die zu vertheilen ist, zu dem, was dem Einzelnen gebührt.

Aufgabe 4. Vier vollenden eine Arbeit. A arbeitet 12 Tage, B 15 Tage, C 20 Tage und D 24 Tage lang daran. Dafür erhalten sie zusammen 60 fl. Wie viel bekommt Jeder auf seinen Theil?

Antw.: A 10 fl. 8 kr. $1^{57}/_{71}$ pf.; B 12 fl. 40 kr. $2^{18}/_{71}$ pf. C 16 fl. 54 kr. $^{24}/_{71}$ pf.; D 20 fl. 16 kr. $3^{43}/_{71}$ pf.

Der Antheil des Einzelnen an dem Lohne richtet sich nach der Zeit, welche er auf die Arbeit verwendet hat. Für 12 + 15 + 20 + 24 = 71 Tage werden 60 fl. bezahlt. Sowie sich daher die 71 Tage zur Arbeitszeit eines Einzelnen verhalten, so verhalten sich die 60 fl. Lohn zu dem Lohne des Einzelnen.

Aufgabe 5. Ein feindlicher General fordert von 3 Ortschaften 16000 fl. Brandschatzung. Diese zahlen in der Art: so oft das eine Dorf 8 fl. gibt, zahlt das andere 12 fl. und das dritte 15 fl. Wie viel kommt auf jedes Dorf? Antwort: Auf das erste Dorf $2657^1/_7$ fl., aufs 2te $5485^5/_7$ fl., aufs 3te $6857^1/_7$ fl.

Aufgabe 6. Um Dintenpulver zu machen, nimmt man zu 6 Lth. Galläpfel 3 Loth Eisenvitriol und 1 Loth arabisches Gummi. Wie viel muß man von jeder Species nehmen, um 25 Pfd. Dintenpulver zu erhalten? (15 Pfd. Galläpfel, $7^1/_2$ Pfd. Eisenvitr., $2^1/_2$ Pfd. Gum.)

Aufgabe 7. Vier haben um 12000 Thlr. 336 Mrg. Wald gekauft. Wenn sie jährlich $^1/_{28}$ abschlagen und A 9 Theile bekommt bis B 5, C 7 und D 3; wie groß ist die Fläche, die Jedem jährlich zufällt?

Antwort: A $4^1/_2$ Mrg., B $2^1/_2$ Mrg., C $3^1/_2$ Mrg., D $1^1/_2$ Mrg.

Aufl. Die jährliche Hiebfläche beträgt $^1/_{28}$ von 336 Mrg. = 12 Mrg. Diese sind in 9 + 5 + 7 + 3 = 24 Theile zu bringen, wovon auf A 9, auf B 5, auf C 7 und auf D 3 kommen.

Aufgabe 8. Fünf Arbeiter verdienen 80 fl. miteinander. Hiervon erhält A 1 Theil, B 2, C 3, D 4 und E 5. Wie viel kommt auf Jeden? Antwort: Auf A 5 fl. 20 kr., B 10 fl. 40 kr., C 16 fl., D 21 fl. 20 kr., E 26 fl. 40 kr.

Aufgabe 9. Auf einer Festung sind 3900 Mann. Darunter sind 3mal so viel Artilleristen und 9mal so viel Infanteristen als Kavalleristen. Wie viele Leute von jedem Korps befinden sich darin?
Antw.: 300 M. Kavall., 900 M. Artill. u. 2700 M. Infanterie.

Aufl. Die Kavalleristen, die geringsten an Zahl, bilden 1 Theil der Besatzung. Artilleristen sind es 3mal so viel, sie bilden also 3 dergleichen Theile. Und die Infanteristen, 9mal so zahlreich als die Kavalleristen, bilden 9 solcher Theile. Also besteht die ganze Besatzung aus 1 + 3 + 9 oder 13 gleichen Theilen. Diese 13 Theile = 3900 Mann. Frage: Wie viel Mann kommen auf 1 Theil? auf 3 Theile? auf 9 Theile?

Aufgabe 10. Ein Mann hinterläßt seiner Frau, seinem Sohn und seinen 2 Töchtern 3600 Thlr. Seinem letzten Willen gemäß soll der Sohn 2mal so viel als die Mutter, und die Mutter 2mal so viel als eine Tochter davon empfangen. Wie ist das Geld zu vertheilen? Antwort: Dem Sohne gebühren 1800, der Mutter 900 und jeder Tochter 450 Thlr.

Aufl. Am wenigsten erhalten beide Töchter. Man setzt daher für jede einen Theil. Da die Mutter 2mal so viel erhalten soll, als eine Tochter, so gebühren ihr 2 Theile, und dem Sohne, der wieder 2mal so viel als die Mutter anzusprechen hat, 2 × 2 oder 4 Theile. Das ganze Vermögen ist daher in 1 + 1 + 2 + 4 oder 8 Theile zu theilen.

Aufgabe 11. 4200 fl. sind unter A und B so zu theilen, daß der Antheil des A zu dem des B wie 3 zu 4 sich verhalte. Wie viel muß jeder erhalten. Antw.: A 1800 fl., B 2400 fl.

Aufl. Damit sich der Antheil des A zu dem des B wie 3 zu 4 verhalte, so sind die 4200 fl. in 3 + 4 oder 7 Theile zu theilen und dem A 3, dem B aber 4 davon zu geben.

Aufgabe 12. Die Bevölkerung dreier Provinzen, welche 4800 Mann ins Feld zu stellen haben, verhält sich zu einander wie 3, 5 und 7. Wie viele Rekruten wird jede derselben ausheben lassen müssen? Antwort: Die eine Provinz 960 M., die 2te 1600 M., die 3te 2240 M.

Aufgabe 13. Von A, B und C wird eine Tonne Häringe gekauft, welche 1300 Stück enthält und so vertheilt werden soll, daß sich die Antheile verhalten wie $\frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{1}{7}$. Wie viel wird Jedem gebühren? Antwort: Dem A $596\frac{44}{61}$, dem B $447\frac{33}{61}$, dem C $225\frac{45}{61}$.

Aufl. $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} = \frac{28}{84} + \frac{21}{84} + \frac{12}{84} = \frac{61}{84}$. Auf diese 61 gleichen Theile kommen 1300 Stück Häringe: wie viel auf die 28 Theile des A? auf die 21 Theile des B? auf die 12 Theile des C? — Sowie sich die Summe der Zahlen, welche das Verhältniß bezeichnen, zu jeder einzelnen Zahl verhält, ebenso verhält sich die ganze Anzahl der Häringe zu dem Antheile des Einzelnen.

Aufgabe 14. Ein Landesherr feiert zum 50. Male den Tag seiner Thronbesteigung. Zur Beglückwünschung erscheinen 546 seiner Unterthanen. Hierunter befinden sich $\frac{1}{6}$ Adelige, $\frac{1}{4}$ geistliche Herren, $\frac{1}{8}$ weltliche Beamten, $\frac{1}{3}$ Offiziere und $\frac{3}{4}$ Gewerbs= und Handelsleute. Wie viele sind es aus jedem dieser Stände?

Antwort: 56 Adelige, 84 Geistliche, 42 Beamte, 112 Offiziere und 252 Gewerbs= und Handelsleute.

Aufgabe 15. A, B und C kaufen ein Fuder Wein für 360 fl. A erlegt davon $\frac{2}{3}$, B $\frac{3}{5}$, C $\frac{2}{7}$. Wie viel hat jeder gezahlt? Antwort: A $154\frac{98}{163}$ fl., B $139\frac{23}{163}$ fl., C $66\frac{42}{163}$ fl.

Aufgabe 16. A, B und C bilden eine Gesellschaft. A legt 43 fl. baar und B? fl.; C aber gibt einen Eimer Wein dazu. Sie gewinnen 60 fl. Davon gebührt dem A $\frac{1}{3}$, dem B $\frac{1}{4}$ und dem C $\frac{1}{5}$. a) Wie viel muß Jeder vom Gewinn erhalten? b) Wie viel hat B baar eingelegt? c) Wie viel ist der Eimer Wein des C werth gewesen?

Auflösung:

a) Die Beantwortung der ersten Frage bietet nichts Besonderes.

A erhält $25\frac{25}{47}$ fl., B $19\frac{7}{47}$ fl., C $15\frac{15}{47}$ fl.

Die Beantwortung der beiden andern Fragen besteht darin, aus dem Gewinne des B und C deren Einlagen zu bestimmen. Dieß geschieht am besten mittelst der in der Aufgabe enthaltenen Verhältnißzahlen.

b) $\frac{1}{3} = 43$ fl.; wie viel beträgt $\frac{1}{4}$? Antwort: $32\frac{1}{4}$ fl.

c) $\frac{1}{3} = 43$ fl.; wie viel beträgt $\frac{1}{5}$? Antwort: $25\frac{4}{5}$ fl.

Aufgabe 17. 4500 fl. sind so zu vertheilen: so oft A 3 fl. erhält, soll B 5 bekommen, so oft aber B 4 fl. erhält, soll C 7 bek.!

Antw.: A $805\frac{65}{67}$ fl., B $1343\frac{19}{67}$ fl., C $2350\frac{50}{67}$ fl.

Auflösung:

In Bruchzahlen.

a) A nimmt 3 und B 5 fl.; wie viel soll jetzt C nehmen? Da B 5, d. i. $1\frac{1}{4}$ mal 4 fl. hat, so gebühren dem C $1\frac{1}{4}$mal $7 = 8\frac{3}{4}$ fl. Also hat jetzt A 3, B 5 und C $8\frac{3}{4}$ fl. $= \frac{12}{4} + \frac{20}{4} + \frac{35}{4} = \frac{67}{4} = 4500$ fl.

b) B nimmt 4 und C 7 fl.; wie viel soll jetzt A nehmen? Da B 4, d. i. $\frac{4}{5}$ mal 5 fl. hat, so gebühren dem A $\frac{4}{5}$mal $3 = 2\frac{2}{5}$ fl. Also hat nun A $2\frac{2}{5}$ B 4 und C $7 = \frac{12}{5} + \frac{20}{5} + \frac{35}{5} = \frac{67}{5} = 4500$ fl.

In ganzen Zahlen.

a) Wir lassen den B 4 × 5, und den A 4 × 3 fl. nehmen. A hat jetzt 12 und B hat 20; 20 = 5 × 4; also gebühren dem C nun 5 × 7 oder 35 fl. Alle drei haben nun 12 + 20 + 35 = 67 fl.

b) Wir lassen den B 5 × 4, und den C 5 × 6 nehmen. C hat jetzt 35, B hat 20; 20 = 4 × 5; also gebühren nun dem A 4 × 3 oder 12 fl.

Schriftlich dargestellt:

A	B	B	C
3	5	4	7
	× 4	5 ×	
12	20	20	35

Aufgabe 18. Ein Offizier, ein Korporal und ein Gemeiner erbeuten im Kriege 12000 Thlr. mit einander, welche sie so unter sich theilen: so oft der Gemeine 3 Thlr. nimmt, zieht der Korporal 4; so oft aber der Korporal 3 Thlr. bekommt, erhält der Offizier 5. Wie viel wird Jeder erhalten? Antw.: Der Gemeine $2634\,^6/_{41}$ Thlr.; der Korporal $3512\,^8/_{41}$ Thlr.; der Offizier $5853\,^{27}/_{41}$ Thlr.

Aufgabe 19. Drei Städte wollen nach dem Verhältnisse ihrer Einwohnerzahl 808 Mann zu einem Feldzuge stellen. Die Bevölkerung der Stadt A verhält sich aber zu der von B wie 3 zu 5, und die Volkszahl der Stadt B verhält sich zu der von C wie 7 zu 9. Wie viele Mann hat jede Stadt zu stellen?

Antwort: A 168, B 280, C 360 Mann.

Aufgabe 20. Theile 750 fl. so in 2 Theile, daß auf den einen 75 fl. mehr als auf den andern kommen!

Diese Aufgabe läßt sich, wie Nr. 10, Seite 279. auf dreierlei Weise auflösen. Beim schriftlichen Rechnen aber schlägt man gewöhnlich nur das dort mit b) bezeichnete Verfahren ein. Man nimmt das, was auf einen Theil mehr kommen soll als auf den andern, von der zu theilenden Summe im Voraus weg, theilt den Rest in zwei gleiche Theile, und vermehrt dann wieder den einen der beiden Theile um den Abzug.

750 fl.	Der kleinere Theil = . . $337\,^1/_2$ fl.
— 75 fl.	Der größ. Th. = $337\,^1/_2 + 75 = 412\,^1/_2$ fl.
2 | 675 | $337\,^1/_2$ fl.	Summa 750 fl.

Aufgabe 21. A, B und C haben 1234 Thlr. unter sich zu theilen. A erhält dabei für besondere Bemühungen 64 Thlr. im Voraus. Wie viel wird Jeder auf seinen Theil erhalten?

Antwort: A 454 Thlr., B 390 Thlr., C 390 Thlr.

Aufgabe 22. 1854 fl. sind unter 3 Personen so zu theilen, daß B 100 fl. mehr erhält als A, und C wieder 280 fl. mehr als B. Wie viel muß Jeder bekommen?

Ansatz und Berechnung.

A erhält 1 Theil,
B erhält 1 Theil + 100 fl.
C erhält 1 Theil + 380 fl. (= 100 + 280 fl.)

Also sind 3 Theile + 480 fl. = 1854 fl.

Da 3 Theile + 480 fl. = 1854 fl., so sind 3 Theile ohne 480 fl. = 1854 fl. — 480 fl.

1854 fl.	Also erhält A . . . . 448 fl.
— 480 fl. Voraus.	B 458 + 100 fl. = 558 fl.
3 | 1374 fl. | 458 fl.	C 458 + 380 fl. = 838 fl.
	Zusammen 1854 fl.

Aufgabe 23. Unter 120 Personen sind 8 Männer mehr als Frauen und 8 Frauen mehr als Kinder. Wie viele Männer, Frauen und Kinder sind es? Antw.: 32 Kinder, 40 Frauen, 48 Männer.

Aufgabe 24. Zwei Brüder sollen 100 Nüsse also unter sich theilen, daß der jüngere 10 weniger bekommt als der ältere. Wie viel gebührt einem Jeden? Antw.: Dem ält. Bruder 55, dem jüng. 45.

Aufl. Wie groß müßte die zu vertheilende Summe sein, wenn der jüngere Bruder auch so viel erhalten sollte, als der ältere? Antwort: 100 + 10 = 110. Dann würde auf jeden die Hälfte von 110 = 55 kommen. Der jüngere Bruder soll aber 10 weniger erhalten. Also bekommt er 55 — 10 = 45.

Aufgabe 25. Von 1200 fl. soll B 120 fl. weniger als A, C 150 fl. weniger als B, und D 180 fl. weniger als C erhalten. Wie viel hat Jeder zu bekommen?

Ansatz und Berechnung.

A erhält 1 Theil;
B „ 1 Theil — 120 fl.;
C „ 1 Theil — 270 fl.; (näml. 1 Thl. — 120 — 150 fl.);
D „ 1 Theil — 450 fl.; (näml. 1 Thl. — 270 — 180 fl.).

Also sind 4 Theile — 840 = 1200 fl.

Bekommt Einer so viel als der Andere? (Nein, sondern ꝛc.) Wie groß müßte die zu vertheilende Summe sein, damit auch B, C und D so viel erhalten könnten als A? (Sie müßte 1200 + 840 fl. betragen.) Wie viel würde dann Jeder davon bekommen? (Den 4. Theil.) Das ist zwar in der That nicht so, aber wir nehmen vorläufig an, daß es so sei, und zuletzt ziehen wir denen, die weniger als 1 ganzen Theil enthalten sollen, wieder so viel ab, als ihnen weniger gebührt.

1200 fl.	Also erhält A . . . . . . 510 fl.
+ 840	B 510 — 120 = 390 fl.
4 | 2040 | 510 fl.	C 510 — 270 = 240 fl.
	D 510 — 450 = 60 fl.
	Zusammen 1200 fl.

Aufgabe 26. Vier Brüder haben 1000 Thlr. so unter sich zu theilen, daß jeder jüngere 25 Thlr. weniger bekomme als der nächst ältere. Wie viel kommt auf eines Jeden Theil?

Antwort: A $287\frac{1}{2}$, B $262\frac{1}{2}$, C $237\frac{1}{2}$, D $212\frac{1}{2}$ Thlr.

Aufgabe 27. Von 1000 Dukaten soll B 125 Stück weniger und C 125 Stück mehr erhalten, als A. Wie viel wird Jeder bek.?

Berechnung:

A erhält 1 Theil;
B „ 1 Theil — 125 Stück.
C „ 1 Theil + 125 Stück.
Also sind 3 Theile = 1000 Duk.

Was B weniger als 1 Theil bekommt, erhält C mehr als 1 Theil. Mehr und weniger heben sich darum gegen einander auf.

3 | 1000 Duk. | $333\frac{1}{3}$; A erhält also . . . . . $333\frac{1}{3}$ Duk.
B „ $333\frac{1}{3}$ — 125 = $208\frac{1}{3}$ „
C „ $333\frac{1}{3}$ + 125 = $458\frac{1}{3}$ „
Zusammen 1000 Duk.

Aufgabe 28. Ein Wald von 240 Mrg. ist auf 3 Bauernhöfe also zu vertheilen, daß auf den zweiten 36 Mrg. weniger und auf den dritten 48 Mrg. mehr als auf den ersten fallen.

Berechnung.

Der 1. Hof erhält 1 Theil;
„ 2. „ „ 1 Theil — 36 Mrg.;
„ 3. „ „ 1 Theil + 48 Mrg.
Also sind 3 Theile + 12 Mrg. = 240 Mrg.

Die 36 Mrg., welche der 2. Hof weniger als 1 Theil erhält, bekommt der 3. mehr und noch 12 Mrg. Die 240 Mrg. sind daher in 3 gleiche Theile und 12 Mrg. zu theilen.

240 Mrg.
— 12
3 | 228 | 76 Mrg.

Also erhält der 1. Hof . . . 76 Mrg.
„ 2. „ 76—36= 40 „
„ 3. „ 76+48=124 „
Zusammen 240 Mrg.

Aufgabe 29. A legt eine Summe Geldes, B legt 125 fl. weniger, C 150 fl. mehr, D wieder 180 fl. weniger als A. Sie gewinnen 1500 fl. Wie viel wird auf Jeden kommen?

Antwort: Auf A $413\frac{3}{4}$ B $288\frac{3}{4}$, C $563\frac{3}{4}$, D $233\frac{3}{4}$ fl.

Aufgabe 30. 3 Brüder wollen 14 Tgw. Wiesen so unter sich theilen, daß der eine 3 Theile — 3 Tagw., der andere 2 Theile — — 1 Tgw. und der dritte 1 Theil + 1 Tgw. erhalte Wie viel wird auf Jeden kommen? Antwort: Auf den Einen $5\frac{1}{2}$, auf den Andern $4\frac{2}{3}$, auf den Dritten $3\frac{5}{6}$ Tgw.

Aufgabe 31. A gibt 20 fl. auf 4 Monat, B 24 fl. auf 3 Mon. und C 40 fl. auf $1\frac{1}{2}$ Monat in den Handel. Sie gewinnen 120 fl. Wie viel gebührt Jedem?

Antw.: Dem A $45\frac{15}{53}$, B $40\frac{10}{53}$, C $33\frac{51}{53}$ fl.

Auflösung. Man denke sich die Sache also: A legt 20 fl. ein. Nach 1 Monat nimmt er diese 20 fl. zurück und bezahlt dafür andere 20 fl. Nach Abfluß des 2. Monats zieht er auch diese 20 fl. ein und gibt wieder andere 20 fl. dafür hin. Eben so thut er nach Verfluß des 3. Monats. Nach dem 4. Monat nimmt er die zuletzt eingelegten 20 fl. zurück und zahlt nichts mehr. Man kann nun sagen: A hat 20 fl. auf 4 Monate, sowie A hat 4mal 20 fl. oder 80 fl. auf 1 Monat eingelegt.

Also sind 20 fl. auf 4 Mon. eingel. = 4 × 20 oder 80 fl. auf 1 Mon.
24 fl. auf 3 Mon. eingel. = 3 × 24 oder 72 fl. auf 1 Mon.
40 fl. auf $1\frac{1}{2}$ Mon. eingel. = $1\frac{1}{2}$ × 40 od. 60 fl. auf 1 Mon.

Folglich sind 20+24+40 fl. auf verschied. Zeiten = 212 fl. auf 1 Mon.

Nun heißt die Aufgabe: Mit 212 fl. werden 120 fl. gewonnen; wie viel mit 80 fl.? mit 72 fl.? mit 60 fl.?

Aufgabe 32. A, B, C und D machen ein Geschäft. A gibt dazu 3000 fl. auf 4 Monat, B 4000 fl. auf 5 Monat, C 2500 fl. auf $6\frac{1}{2}$ Monat und D 3600 fl. auf $7\frac{2}{3}$ Monat. Ihr Gewinn = 1590 fl. Wie viel hat Jeder davon anzusprechen?

Antw.: A 251 fl. $32\frac{1436}{1517}$ kr., B 419 fl. $14\frac{1382}{1517}$ kr.
C 340 fl. $38\frac{554}{1517}$ kr., D 578 fl. $33\frac{1179}{1517}$ kr.

Aufgabe 33. A, B, C und D unternehmen, 12 Mrg. Land urbar zu machen. A stellt dazu 4 Arbeiter auf 20 Tage, B 5 Arbeiter auf 18 Tg., C 6 Arb. auf 17 Tg. und D 7 Arb. auf 16 Tge. Wie viel von dem Lande muß Jedem werden? Antw.: Dem A $2\frac{1}{2}$, dem B $2\frac{13}{16}$, dem C $3\frac{3}{16}$, dem D $3\frac{1}{2}$ Mrg.

Auflösung:

A	stellt	4 Arb. auf 20 Tg.	= 20 × 4 oder	80 Arb.	auf 1 Tg.
B	„	5 Arb. auf 18 Tg.	= 18 × 5 oder	90 Arb.	
C	„	6 Arb. auf 17 Tg.	= 17 × 6 oder	102 Arb.	
D	„	7 Arb. auf 16 Tg.	= 16 × 7 oder	112 Arb.	

4 + 5 + 6 + 7 Arb. auf verschiedene Zeiten = 484 Arb. auf 1 Tag.

Nun heißt die Aufgabe: A, B, C und D bekommen für ihre 384 Arb. 12 Mrg.; wie viel erhält A für seine 80 Arbeiter? B für seine 90 Arb.? 2c.

Aufgabe 34. Eine Stadt hat 3500 Mann Soldaten auf 8 Tage, ein Marktflecken 1800 Mann auf 7 Tage, ein Dorf 750 M. auf 9 Tage und ein Einzelhof 60 Mann auf 10 Tg. in Quartier und Verpflegung. Dafür erhalten sie 6000 fl. vergütet. Wie ist diese Summe zu vertheilen?

Antw.. Der Stadt gebühren $3503\frac{621}{959}$ fl., dem Marktflecken $1576\frac{616}{959}$ fl., dem Dorfe $844\frac{604}{959}$ fl., dem Einzelhofe $75\frac{75}{959}$ fl.

Aufgabe 35. A kauft für 2600 fl. Waare und handelt 2 Jahre lang damit. Da tritt B in seine Gesellschaft mit 2000 fl., und wieder nach 2 Jahren tritt C mit 1800 fl. ein. Nach 10 Jahren, vom Anfang an gerechnet, theilen sie ihren Gewinn von 4800 fl. Wie viel hat jeder davon anzusprechen?

Antwort: A $2363\frac{7}{11}$ fl., B $1454\frac{6}{11}$ fl., C $981\frac{9}{11}$ fl.

Aufl.: A hatte 2600 fl. 10 Jahre, B 2000 fl. 10 — 2 = 8 Jahre, C 1800 fl. 8 — 2 = 6 Jahre in dem Handel. Das Uebrige bekannt.

Aufgabe 36. Am 1. Juli 1839 fieng A ein Geschäft mit 1500 Thlrn. an; am 1. Dez. 1840 vereinigte sich B mit ihm und legte 1800 Thlr. ein, und am 16. Sept. 1843 schloß sich C mit 2000 Thlr. an. Am 1. Febr. 1848 schloßen sie ihr Geschäft, das ihnen 7200 Thlr. reinen Gewinn abwarf. Wie viel kann Jeder auf seinen Theil in Anspruch nehmen? Antwort: A $2685\frac{15}{1381}$ Thlr.; B $2690\frac{310}{1381}$ Thlr.; C $1824\frac{1056}{1381}$ Thlr.

Aufl. Das Erste ist, zu suchen, wie lange Jeder an dem Geschäfte betheiligt war und die gefundene Zeit in Monate zu verwandeln.

Das Zweite ist, die Einlagen auf die Größe zu bringen, die erforderlich ist, um denselben Gewinn in 1 Monat abzuwerfen.

Das Dritte endlich ist, aus der Summe der dadurch erhaltenen Produkte und dem gegebenen Gewinn den Gewinn zu den einzelnen Produktion zu berechnen.

III. Mischungs-Rechnung.

Die Mischungs-Rechnung lehrt, wie zu verfahren ist, um bei dem Vermischen verschiedenartiger Stoffe oder verschiedener Sorten eines Stoffes zu finden, welchen Werth die durch das Mischen entstehende neue Sorte habe und wie viel oder auch in welchem Verhältnisse von jeder gegebenen Sorte zu nehmen sei, um eine gewisse Mittelsorte zu erhalten.

A. Aus der gegebenen Quantität (oder Menge) der Mischung und aus dem gegebenen Verhältnisse, in welchem die zu mischenden Sorten zu einander stehen sollen, ist die Menge zu bestimmen, welche von jeder Sorte zu nehmen ist.

Beispiel 1. A hat unter 60 Pfd. Kornmehl 40 Pfd. Weizenmehl gemischt. Wie viel muß er von beiden Sorten nehmen, um noch 30 Pfd. gemischtes Mehl von gleicher Qualität oder Güte zu erhalten?

Aufl. Wie viel soll die neue Mischung betragen? (30 Pfd.) Aus was für Sorten Mehl soll sie gebildet werden? (Aus Korn- und Weizenmehl.) Von welcher Güte sollen die 30 Pfd. Mischung sein? (Von derselben Güte als jene Mischung, welche aus 60 Pfd. Kornmehl und 40 Pfd. Weizenmehl entstand.) Wie viel beträgt diese Mischung? (60 + 40 oder 100 Pfd.) Soll die Qualität der neuen Mischung dieselbe sein, als die Qualität der 100 Pfd. Mischung, so muß man zu 100 Pfd. Mischung wieder 60 Pfd. Kornmehl und 40 Pfd. Weizenmehl, zu 50 Pfd. Mischung die Hälfte von 60 und von 40 Pfd., zu 1 Pfd. Mischung $\frac{1}{100}$ von 60 und von 40 Pfd. nehmen 2c.

Es gibt also zwei Rechnungen:

a) Zu 100 Pfd. Mischung 60 Pfd. Kornmehl, wie v. zu 30 Pfd. Mischung?
b) Zu 100 Pfd. Mischung 40 Pfd. Weizenmehl, „ „ 30 Pfd. Mischung?

Mündlich.

a) Zu 100 Pfund Mischung 60 Pfd. Kornmehl; zu 10 Pfd. Mischung $^1/_{10}$ × 60 oder 6 Pfd., zu 30 Pfd. Mischung 3 × 6 oder 18 Pfd. Kornmehl. — Zu 100 Pfd. Mischung 40 Pfd. Weizenmehl; zu 10 Pfd. Mischung $^1/_{10}$ × 40 oder 4 Pfd., zu 30 Pfd. Mischung 3 = 4 oder 12 Pfd. Weizenmehl. — 18 Pfd. Kornmehl + 12 Pfd. Weizmehl = 30 Pfd. Mischung.

b) 60 = 3 × 20, und 40 = 2 × 20. Die Mischung besteht sonach aus 3 × 20 + 2 × 20 oder 5 × 20 Pfd., mithin aus 5 gleichen Theilen, wovon 3 auf das Kornmehl und 2 auf das Weizenmehl kommen. Will A 30 Pfd. Mischung von gleicher Qualität erhalten, so muß er also $^3/_5$ × 30 oder 18 Pfd. Kornmehl und $^2/_5$ × 30 oder 12 Pfd. Weizenmehl dazu nehmen.

Schriftlich.

Zweisatz.	Proportion.
100 Pfd. Misch. 60 Pfd. K.=M.	100 : 30 = 60 Pfd. K.=M. : x
30 Pfd. Misch. ?	x = 18 Pfd. Kornmehl.
100 Pfd. Misch. 40 Pfd. W.=M.	100 : 30 = 40 Pfd. W.=M. : x.
30 Pfd. Misch. ?	x = 12 Pfd. Weizenmehl.

Beispiel 2. Zu Glockengut werden 78 Theile Kupfer und 22 Theile Zinn genommen; wie viel von jedem dieser Metalle wird zu einer Glocke von 75 Ctr. Gewicht genommen werden müssen?

Aufl. 78 + 22 = 100. Unter 100 Theilen des Glockengutes müssen 78 Theile Kupfer und 22 Theile Zinn enthalten sein. Die Glocke soll 75 Ctr. wiegen. Theilt man 75 Ctr. in 100 gleiche Theile, so kommt auf 1 Theil $^3/_4$ Ctr. Die 78 Theile Kupfer betragen daher 78 × $^3/_4$ Ctr. = 58$^1/_2$ Ctr., und die 22 Theile Zinn = 22 × $^3/_4$ Ctr. oder 16$^1/_2$ Ctr.

Zweisatz.		Proportion.
a. 100 Th.	75 Ctr.	a. 100 : 78 = 75 Ctr. : x
78 Th.	?	x = 58 Ctr. 50 Pfd.
b. 100 Th.	75 Ctr.	b. 100 : 22 = 75 Ctr. : x
22 Th.	?	x = 16 Ctr. 50 Pfd.

Aufgaben zum mündlichen Rechnen, s. Kopf= oder Denkr. des Verf. S. 38.

Aufgaben zum Zifferrechnen:

1) Das Tombak besteht aus 56 Theilen Kupfer, 1 Theil Zinn und 25 Theilen Messing; wie viel von jedem müssen zu 1 Ctr. Tombak genommen werden? (68$^{12}/_{41}$ Pfd. Kupfer, 1$^9/_{41}$ Pfd. Zinn und 30$^{20}/_{41}$ Pfd. Messing.)

2) Schießpulver besteht gewöhnlich aus 15 Theilen Salpeter, 2 Theilen Schwefel und 3 Theilen Kohle; wie viel von jedem dieser Ingredienzien ist zu 100 Pfd. Schießpulver nöthig? (75 Pfd. Salpeter, 10 Pfd. Schwefel und 15 Pfd. Kohle.)

3) Kanonengut besteht aus 2 Theilen Messing, 3 Theilen Zinn und 36 Theilen Kupfer, wie viel von jedem ist zu einer Kanone erforderlich, die 1200 Pfd. wiegen soll?

(58$^{22}/_{41}$ Pfd. Messing, 87$^{33}/_{41}$ Pfd. Zinn u. 1053$^{27}/_{41}$ Pfd. Kupfer.)

4) Reines Wasser besteht aus 85 Theilen Sauerstoff und 15 Theilen Wasserstoff; wie viel von jedem dieser Stoffe sind in einem Gefäße von 75 Kubikfuß enthalten? ($63\frac{3}{4}$ Kubikfuß Sauerstoff und $11\frac{1}{4}$ Kubikfuß Wasserstoff.)

5) Zu Porzellan nimmt man 100 Theile Thon, 8 Theile Kiesel und 4 Theile Gyps; wie viel von jedem muß zu einer Masse von 120 Pfd. genommen werden? ($118\frac{146}{253}$ Pfd. Thon, $\frac{240}{253}$ Pfd. Kiesel und $\frac{120}{253}$ Pfd. Gyps.)

B. Aus dem Werthe (oder der Qualität) der vermischten Sorten ist der Werth von einem Theile der Mischung zu finden.

Beispiel 1. A mischt 2 Sorten Wein und nimmt von der einen Sorte so viel, als von der andern. Wie viel ist 1 Ms. des Mischlings werth, wenn von der einen Sorte eine Maas 1 fl. 24 kr. und von der andern 42 kr. kostet?

Aufl. Der Wein ist bereits gemischt. Die Mischung enthält gleichviel von jeder Sorte. In 1 Ms. derselben befindet sich daher ½ Ms. der bessern und ½ Ms. der geringeren Sorte; in 2 Ms. Mischung befindet sich 1 Ms. von jeder Sorte. 2 Ms. der Mischung kosten daher so viel, als 1 Ms. der besseren und 1 Ms. der geringeren Sorte zusammen, nämlich 1 fl. 24 kr. + 42 kr. = 2 fl. 6 kr. Kosten aber 2 Ms. Mischling 2 fl. 6 kr., so kostet 1 Ms. die Hälfte davon, nämlich 1 fl. 3 kr.

Beispiel 2. A mischt 3 Sorten Kaffee, das Pfd. zu 32 kr., zu 40 kr. und zu 48 kr.; wie viel ist 1 Pfd. der Mischung werth, wenn er von jeder Sorte gleichviel nimmt?

Aufl. 32 + 40 + 48 = 120; die 3 Pfd. Mischung kosten zusammen 120 kr.; 1 Pfd. kostet also ⅓ von 120 kr. = 40 kr.

Beispiel 3. Ein Kaufmann mischt 7 Pfd. Tabak, das Pfd. zu 36 kr., und 9 Pfd. Tabak, das Pfd. zu 48 kr. untereinander. Wie theuer muß er das Pfd. der Mischung verkaufen, um keinen Schaden zu haben?

Ausr. 7 Pfd. à 36 kr. = 7 × 36 kr. = 252 kr.
9 Pfd. à 48 kr. = 9 × 48 kr. = 432 kr.
16 Pfd. der Mischung = 684 kr., mithin 1 Pfd. = $42\frac{3}{4}$ kr.

Aufgaben.

6) Ein Gastwirth mischt 1 Eim. Wein zu 13 fl. unter 1 Eim. zu 16 fl.; wie hoch kommt der Eimer Mischling? (Auf 14 fl. 30 kr.)

7) Ein andermal mischt er 1 Eimer zu 8 fl., 1 Eimer zu 12 fl. und 1 Eimer zu 25 fl. unter einander. Wie hoch kommt die Maas der Mischung, den Eimer zu 60 Maas gerechnet? (Auf 15 kr.)

8) A kauft 4 Eimer à 9 fl., 5 Eimer à 11 fl. 36 kr. und 7 Eimer à 12 fl. 24 kr. und füllt dieß in ein Faß zusammen. Wie viel kostet ihn die Maas der Mischung, den Eimer zu 64 Ms. gerechnet? (10 kr. $2\frac{3}{8}$ pf.)

9) Ein Wollhändler mischt 3 Sorten Wolle, von A kostet der Ctr. 80 fl., von B 75 fl., von C 60 fl.; was kostet ein Centner des Gemisches? ($71\frac{2}{3}$ fl.)

10) Ein Oekonom mischt 2 Sorten Korn, von denen die eine 10 fl. 48 kr. und die andere 12 fl. 36 kr. kostet; wie theuer wird ein Scheffel gemischtes Korn. (11 fl. 42 kr.)

11) Ein Kaufmann hat viererlei Sorten Tabak, und zwar 40 Pfd. à 24 kr., 36 Pfd. à 30 kr., 42 Pfd. à 45 kr. und 24 Pfd. à 54 kr. Diesen Tabak mengt er unter einander; was ist 1 Pfd. dieses Gemenges werth. ($36\frac{57}{71}$ kr.)

12) Unter 4 Ms. á 24 kr. und 8 Ms. à 30 kr. werden 2 Ms. Wasser gemischt; was kostet 1 Ms. der Mischung?

Ausr. 4 Ms. à 24 kr. = 96 kr.
8 Ms. à 30 kr. = 240 kr.
2 Ms. Wasser = 0 kr.

14 Ms. Mischung = 336 kr., mithin 1 Ms. = 24 kr.

Anm. Die Aufgaben unter A gehören ihrer Berechnung nach zur Gesellschafts- oder Theilungs-Rechnung, der Sache nach zur Mischungsrechnung. Sie werden daher bald dahin und bald dorthin eingereiht. Die Aufgaben unter B gehören zu der sogenannten Durchschnittsrechnung; sie bieten keine Schwierigkeiten dar. Anders verhält sichs mit den Aufgaben, welche jetzt folgen und Gegenstand der eigentlichen Mischungsrechnung sind. Sie nehmen die Denkkraft sehr in Anspruch, haben aber eben darum auch viel Anziehendes für denkende Köpfe.

C Aus dem Werthe der Sorten und der Mischung ist zu bestimmen, in welchem Verhältnisse die zu mischenden Sorten zu einander stehen sollen.

1) Die Menge der Mischung ist nicht bestimmt.

A hat 2 Sorten Kaffee, das Pfund zu 30 und zu 40 kr. Er will aus beiden eine Sorte mischen, von welcher das Pfd. 35 kr. kosten soll. In welchem Verhältnisse wird er von beiden Sorten nehmen müssen?

Nimmt A 1 Pfund der besseren Sorte à (40 kr.), so ergibt sich im Preise ein Ueberschuß von 5 kr. Nimmt er 1 Pfd. der geringeren Sorte (à 30 kr.), so ergibt sich ein Mangel von 5 kr. Ueberschuß und Mangel heben sich gegenseitig auf. Unvermischt kosten die 2 Pfd. 40 + 30 kr. und vermischt 2 × 35 kr., in beiden Fällen 1 fl. 10 kr. A wird daher, um 2 Pfd. Mischung zu erhalten, von jeder Sorte 1 Pfd., um 4 Pfd. Mischung zu erhalten, von jeder Sorte 2 Pfd., mithin von jeder Sorte gleichviel nehmen.

In welchem Verhältnisse wird A von den beiden Sorten (à 30 kr. und 40 kr.) nehmen müssen, wenn 1 Pfd. der Mischung 32 kr. werth sein soll?

An dem Pfunde der besseren Sorte ergibt sich ein Ueberschuß von 8 kr., an dem Pfunde der geringeren Sorte ein Mangel von 2 kr. Um den Ueberschuß von 8 kr. auszugleichen, sind 4×2 kr. Mangel, also 4 × 1 Pfd. der geringeren Sorte erforderlich. A muß daher zu 1 Pfd. der besseren Sorte 4 Pfd. von der geringeren nehmen.

Wie aber, wenn die Mischung einen Werth von 36 kr. haben soll?

a. Von der besseren Sorte ausgehend. 1 Pfd. der besseren Sorte gibt 4 kr. Ueberschuß. Wie viel muß ich nun von der geringeren Sorte nehmen, um diesen Ueberschuß auszugleichen? An 1 Pfunde der geringeren Sorte ergibt sich ein Mangel von 6 kr. Ein ganzes Pfd. von dieser Sorte ist nicht erforderlich. Ein Kreuzer Ueberschuß wird aufgehoben durch $1/6$ Pfd., und 4 kr. Ueberschuß werden aufgehoben durch $4 \times 1/6$ oder $2/3$ Pfd. der geringeren Sorte. Die Mischung besteht also aus 1 Pfd. der besseren Sorte und aus $2/3$ der geringeren, mithin aus $3/3 + 2/3$ Pfd. oder aus 5 gleichen Theilen, wovon 3 Theile auf die bessere Sorte und 2 Theile auf die geringere kommen.

b. Von der geringeren Sorte ausgehend. An dem Pfunde der geringeren Sorte ergibt sich ein Mangel von 6 kr. Wie viel muß ich nun von der besseren Sorte nehmen, um diesen Mangel zu decken? An dem Pfunde der besseren Sorte ergibt sich ein Ueberschuß von 4 kr. Um den Mangel von 6 kr. auszugleichen, ist daher so viel mal 1 Pfd. von der besseren Sorte erforderlich, als 4 kr. in 6 kr. enthalten sind, nämlich $1 1/2$. Die Mischung besteht sonach aus 1 Pfd. der geringeren Sorte und aus $1 1/2$ Pfd. der besseren, mithin aus $2/2 + 3/2$ Pfd. oder aus 5 gleichen Theilen, wovon wieder 2 Theile auf die geringere Sorte kommen und 3 Theile auf die bessere.

c. Wir suchen, wie viel von jeder Sorte zu nehmen ist, damit sich 1 Kreuzer Ueberschuß und 1 Kreuzer Mangel ergibt. An 1 Pfd. der besseren Sorte ergibt sich ein Ueberschuß von 4 kr.; zu 1 kr. Ueberschuß gehört also $1/4$ Pfd. dieser Sorte. An 1 Pfd. der geringeren Sorte ergibt sich ein Mangel von 6 kr., zu 1 kr. Mangel gehört daher $1/6$ Pfd. dieser Sorte. Die Mischung besteht hiernach aus $1/4$ Pfd. der besseren Sorte und aus $1/6$ Pfd. der geringeren, im Ganzen also aus $1/4 + 1/6$ oder $3/12 + 2/12$ Pfd., d. i. aus 3 Theilen der besseren Sorte und aus 2 Theilen der geringeren.

d. Wir suchen, wie viel von jeder Sorte zu nehmen ist, damit sich ein Vielfaches von Ueberschuß und Mangel ergibt. Der Ueberschuß $= 4$ kr., der Mangel $= 6$ kr.; $4 \times 6 = 24$ kr. Ein Pfund der besseren Sorte gibt 4 kr. Ueberschuß; um einen Ueberschuß von 24 kr. zu erhalten, sind so viele Pfund dieser Sorte erforderlich, als 4 kr. in 24 kr. enthalten sind, nämlich 6.— Ein Pfund der geringeren Sorte gibt einen Mangel von 6 kr.; soll sich ein Mangel von 24 kr. ergeben, so muß man so viele Pfund von dieser Sorte nehmen, als 6 kr. in 24 kr. enthalten sind, nämlich 4.

Hierauf gründet sich das schriftliche Verfahren.

				2
Bessere Sorte	40	+ 4	6	3 Theile.
Mischung.	(36)			
Geringere Sorte	30	— 6	4	2 "

An der besseren Sorte ergibt sich ein Ueberschuß von 4 kr., an der geringeren Sorte ein Mangel von 6 kr. Ueberschuß und Mangel decken sich, wenn man den Ueberschuß von 4 kr. 6mal, und den Mangel von 6 kr. 4mal setzt, mithin 6×1 Pfd. oder 6 Theile von den besseren und 4×1 Pfd. oder 4 Theile von der geringeren Sorte nimmt. — Daß sich das Mischungs-Verhältniß nicht ändert, wenn man 6 und 4 durch 2 hebt, ist leicht einzusehen.

2) Die Menge der Mischung ist bestimmt.

Beispiel: A will aus 2 Sorten Wein, die Maas zu 32 kr. und zu 18 kr., eine Mittelsorte zu 24 kr. mischen. Wie viel hat er von jeder Sorte zu nehmen, um 36 Eimer Mischung zu erhalten?

Zuerst suchen wir das Verhältniß, in welchem die zu mischenden Sorten zu einander stehen müssen.

			2
32	+ 8	6	3
(24)			
18	— 6	8	4

Eine Maas der besseren Sorte gibt 8 kr. Ueberschuß, 1 Maas der geringeren Sorte 6 kr. Mangel. Ich setze den Ueberschuß 6mal, den Mangel 8mal. (6×1 Ms. der besseren Sorte geben 6×8 oder 48 kr. Ueberschuß, und 8×1 Ms. der geringeren Sorte geben 8×6 oder 48 kr. Mangel.) So gleicht sichs aus. Von der besseren Sorte werden also 6 Theile genommen, wie von der geringeren 8, oder von jener 3, wie von dieser 4. Die ganze Mischung besteht also aus $3 + 4$ oder 7 gleichen Theilen.

Die Frage ist jetzt: 7 Theile = 36 Eimer; wie viel kommt auf 3 Theile? Wie viel auf 4 Theile?

7 Th.	36 Eim.	$7 : 3 = 36$ Eim. $: x$
3 Th.	?	$x = 15\frac{3}{7}$ Eim.
7 Th.	36 Eim.	$7 : 4 = 36$ Eim. $: x$
4 Th.	?	$x = 20\frac{4}{7}$ Eim.

3) Die Menge der Mischung und der einen Sorte ist bestimmt.

Beispiel 1. Es hat Jemand Weingeist von 80 Grad und von 50 Grad; wie viel von der geringeren Sorte muß er unter 96 Quart der besseren mischen, um 120 Quart von 72 Grad zu erhalten?

Der Spiritus oder Weingeist hat 50 oder 80 Grad, wenn unter 100 Raumtheilen (etwa Kubikzoll) 50 oder 80 Theile Weingeist oder Alkohol und die übrigen Theile Wasser sind.

				2
Ausr.	80	+ 8	22	11
	72			
	50	— 22	8	4

Die Mischung besteht aus 15 gleichen Theilen und zwar aus 11 Theilen von der besseren Sorte und aus 4 Theilen von der geringeren. Die 11 Theile der besseren Sorte = 96 Quart; wie viel Quart betragen die 4 Theile von der geringeren Sorte?

$11 : 96 = 8\frac{8}{11}$; $4 \times 8\frac{8}{11} = 32 + 2\frac{10}{11} = 34\frac{10}{11}$ Quart.

Probe:

Bessere Sorte	96 Qrt. à 80^0	$= 96 \times 80^0 = 7680^0$	$= 9425\frac{5}{11}{}^0$
Geringere Sorte	$34\frac{10}{11}$ Qt. à 50^0	$= 34\frac{10}{11} \times 50^0 = 1745\frac{5}{11}$	

Mischung: $96 + 34\frac{10}{11} = 130\frac{10}{11}$ Qrt. á $72^0 = 130\frac{10}{11} \times 72^0 = 9425\frac{5}{11}{}^0$.

Beispiel 2. Wie viel Wasser muß man zu 12 Ms. Wein à 30 kr. setzen, um eine Mischung zu 24 kr. zu erhalten?

Der Werth des unvermischten Weins ist 12 × 30 oder 360 kr. Will man für die Mischung gleichviel lösen, so muß man so viele Maas ausschenken, als 24 in 360 enthalten sind, nämlich 15; folglich sind 15 — 12 = 3 Ms. Wasser nöthig.

Oder: Wir suchen zuerst das Verhältniß der Mischung:

				6
Guter Wein	30	+ 6	24	4
Mittelsorte	(24)			
Wasser	0	— 24	6	1

Die vorhandenen 12 Ms. Wein bilden 4 Theile, wie 1 Theil auf das Wasser kommt. $^1/_4$ von 12 Ms. = 3 Ms.; also 3 Ms. Wasser.

Aufgaben:

13) B hat 2 Sorten Wein, zu 10 und 15 Thlr. Daraus will er 8 Eimer zu 12 Thlr. mischen. Wie viel muß er von jeder Sorte nehmen. ($4^4/_5$ Eim. zu 10 Thlr. und $3^1/_5$ Eim. zu 15 Thlr.)

14) C braucht 10 Eimer Wein zu 24 Thlr. Den will er aus 2 Sorten mischen, welche 20 und 36 Thlr. kosten. Wie viel soll er von jeder Sorte nehmen? ($7^1/_2$ Eimer à 20 Thlr. und $2^1/_2$ Eimer à 36 Thlr.)

15) D will aus zweierlei Wein, zu 12 und 30 kr. die Ms., einen Mischling zu 18 kr. machen. Wie viel muß er von jeder Sorte nehmen, um 48 Ms. von dieser Mischung zu erhalten?

Antw.: 32 Ms. à 12 kr. und 16 Ms. á 30 kr.

16) Zu 8 Eimer Wein à 18 fl. sollen so viele Eimer Wein à 10 fl. kommen, daß der Eimer Mischling 16 fl. werth sei. Wie viel muß von der geringeren Sorte genommen werden? ($2^2/_3$ Eim.)

17) Wie viel Wasser wird E zu 54 Ms. Branntwein à 36 kr. gießen müssen, damit er ohne Schaden zu haben, die Ms. zu 24 kr. geben kann? Antwort: 27 Ms.

18) Zwei Sorten Thee à Pfd. $3^1/_2$ fl. und $2^3/_4$ fl. werden gemischt, so daß man 24 Pfd. á 3 fl. erhält; wie viel ist von jeder Sorte genommen worden? Antwort: 8 Pfd. zu $3^1/_2$ fl. und 16 Pfd. zu $2^3/_4$ fl.

19) Aus 3 Sorten Wein, A zu 25 fl., B zu 18 fl. und C zu 12 fl. will man eine Sorte zu 16 fl. mischen; wie dann dies geschehen?

Berechnung.

A 25	+ 9 } 11	4 Theile.	
B 18	+ 2 }	4	
(16)			
C 12	— 4	11	
		19	

1 Eimer von A gibt 9 fl. Ueberschuß, 1 E. von B gibt 2 fl. Ueberschuß, 1 E. von C gibt 2 fl. Mangel. Somit ergeben sich 9 + 2 oder 11 fl. Ueberschuß und 4 fl. Mangel. Um Ueberschuß und Mangel auszugleichen, so setzen wir den Ueberschuß 4mal und den Mangel 11

mal. Wir nehmen also 4 Eimer von A 4 Eimer von B und 11 Eimer von C, $(4 \times 9 + 4 \times 2 = 11 \times 4.)$

Anm. Das ist die gewöhnliche Weise. Man könnte aber auch erst aus A und B eine Mischung zu 19 fl. machen und dann aus der neuen Sorte mit C die verlangte Mischung bilden. Eben so könnte man zuerst aus A und B eine Mischung zu 20, oder zu 21, zu 22, zu 23, zu 24 fl. machen und die neue Sorte mit C zusammensetzen. Ferner könnte man zuerst aus A und C oder aus B und C Mittelsorten von 13, 14 oder 15 fl. bilden und diese dann mit der dritten Sorte vermischen. Nimmt man hierzu noch, daß sich bei der einen oder der anderen Sorte für 1 Eimer eine andere Zahl setzen und dem entsprechend Ueberschuß gegen Mangel ausgleichen läßt; so ergibt sich, daß die Lösung einer einzigen Aufgabe dieser Art ins Unendliche geht, ohne daß je zwei Resultate nothwendig zusammenfallen.

20) Man will aus 4 Sorten Tabak, A zu 1 fl. 12 kr., B zu 1 fl., C zu 45 kr. und D zu 30 kr., eine Mischung zu 48 kr. machen; wie kann es geschehen?

Berechnung.

					3
A	72	+ 24	36	21	7
B	60	+ 12		21	7
	(48)				
C	45	— 3	21	36	12
D	30	— 18		36	12
					38

1 Pfd. von A gibt 24 kr. Ueberschuß, 1 Pfd. von B 12 kr. Ueberschuß, 1 Pfd. von C 3 kr. Mangel, 1 Pfd. von D 18 kr. Mangel. Somit ergibt sich ein Ueberschuß von $24 + 12 = 36$, und ein Mangel von $3 + 18 = 21$. Wir nehmen den Ueberschuß 21mal, den Mangel 36mal. So gleicht sichs aus. Wird durch 3 gehoben, so haben wir dann 7 Pfd. von A, 7 Pfd. von B, 12 Pfd. von C und 12 Pfd. von D. $(7 \times 24 + 7 \times 12 = 12 \times 3 + 12 \times 18.)$

Gold und Silber.

Bei den Gold- und Silberarbeitern ist die Gewichtseinheit für die edlen Metalle noch die alte kölnische Mark.

1 Mark Silber = 16 Loth = 288 Gran.
1 „ = 18 Gran.
1 Mark Gold = 24 Karat = 288 Gran.
1 „ = 12 Gran.

Eine Mark reines Silber oder Gold, ohne Zusatz, heißt eine feine Mark; eine Mark gemischtes Silber oder Gold heißt eine rauhe Mark. Enthält eine rauhe Mark Silber 12 Loth reines Silber und 4 Loth Zusatz, so sagt man, das Silber sei 12löthig. Und enthält eine rauhe Mark Gold 16 Karat reines Gold und 8 Karat Zusatz, so sagt man, das Gold sei 16karatig.

Aufgabe 1. Wie viel reines Silber ist in 4 Mark 10 Lth. 12löthigem Silber enthalten?

Aufl. 1 Mark 12 löthiges Silber enthält 12 Loth reines Silber. 4 Mark 10 Lth. oder $4\frac{5}{8}$ Mark 12löthiges Silber enthalten also $4\frac{5}{8}$ mal 12 Loth reines Silber. $4\frac{5}{8}$ mal 12 Loth $= 48 + 7\frac{1}{2}$ Loth $= 3$ Mark $7\frac{1}{2}$ Loth. Also enthalten 4 Mark 10 Loth 12löthiges Silber 3 Mark $7\frac{1}{2}$ Loth reines Silber.

Aufgabe 2. Wie viel reines Silber enthalten 8 Mark 12 Lth. 10löthiges Silber? Antwort: 5 Mark $7\frac{1}{2}$ Loth.

Aufgabe 3. Wie viel reines Gold ist in 2 Mark 12 Karat 18karatigem Golde? Antwort: 1 Mark 21 Karat.

Aufl. 1 Mark 18karatiges Gold enthält 18 Karat reines Gold. 2 Mark 12 Karat oder $2\frac{1}{2}$ Mark 18karatiges Gold enthalten daher $2\frac{1}{2}$ mal 18 Karat feines Gold. $2\frac{1}{2}$mal 18 Karat $= 36 + 9 = 45$ Karat $=$ 1 Mark 21 Karat. Also ꝛc.

Aufgabe 4. 3 Mark 20 Karat 16karatiges Gold enthalten wie viel feines Gold? Antw.: 2 Mark $13\frac{1}{3}$ Karat.

Aufgabe 5. Ein Silberarbeiter schmelzt 3 Mark 6 Loth 8löthiges und 2 Mark 10 Lth. 12löthiges Silber zusammen. Wie viel löthig wird die Mischung?

Aufl. 3 Mark 6 Loth 8 löth. Silber $= 3\frac{3}{8} \times 8 = 27$ Lth. feines Silber.
2 Mark 10 Loth 12 löth. Silber $= 2\frac{5}{8} \times 12 = 31\frac{1}{2}$ Lth. feines Silb.

Die 6 Mark legirtes Silber enthalten also $58\frac{1}{2}$ Lth. feines Silber.

Folglich kommt auf 1 Mark $\frac{1}{6}$ von $58\frac{1}{2}$ Loth $= 9\frac{3}{4}$ Loth. Die Mischung wird also $9\frac{3}{4}$ löthig.

Aufgabe 6. 4 Mark 2 Loth 12löthiges, 7 Mark 8 Loth 10löthiges und 3 Mark 7 Loth 8löthiges Silber zusammengeschmolzen, gibt ein wie viel löthiges Silber? Antw.: $10\frac{22}{241}$ löthiges Silber.

Aufgabe 7. Man schmelzt 8 Mark feines Silber und 3 Mark Kupfer zusammen. Wie viel löthig wird die Mischung?

Aufl. 8 Mark Silber $+$ 3 Mark Kupfer zusammengeschmolzen, geben 11 Mark Mischung. Diese enthalten 8 Mark oder $8 \times 16 = 128$ Loth feines Silber, also kommt auf 1 Mark der Mischung $\frac{1}{11}$ von $128 = 11\frac{7}{11}$ Loth.

Aufgabe 8. Ein Goldarbeiter schmelzt 1 Mark 10 Karat 14 karatiges und 1 Mark 18 Karat 16karatiges Gold zusammen. Wie vielkaratig wird die Mischung? Antw.: $15\frac{2}{19}$ karatig.

Aufgabe 9. Wiederum schmelzt er 3 Mark 16 Karat 12karatiges, 1 Mark 22 Karat 10karatiges und 1 Mark feines Gold zusammen. Von welchem Gehalt wird die Mischung? ($13\frac{19}{79}$ karatig.)

Aufgabe 10. A hat 8= und 15löthiges Silber. Daraus will er 12 löthiges legiren. In welchem Verhältniß muß er mischen? Wie viel muß er von jeder Sorte nehmen, um 2 Mark Mischung zu erhalten?

Ansatz und Berechnung.

15	+ 3	4
(12)		
8	− 4	3
		7

Die Mischung soll 12löthig sein; 1 Mark 15löthig gibt 3 Loth feines Silber Ueberschuß, 1 Mark 8 löthig gibt 4 Loth feines Silber Mangel; ich setze den Ueberschuß 4mal und den Mangel 3mal; 4×1 Mark der besseren Sorte geben 4×3 oder

12 feines Silber Ueberschuß, und 3 × 1 Mark der geringeren Sorte geben 3 × 4 oder 12 Loth feines Silber Mangel. So gleicht sich's also aus.

Das Mischungsverhältniß ist gefunden. Nun suchen wir, wie viel von beiden Sorten zu nehmen ist, um 2 Mark Mischung zu erhalten. Vom 15löthigen Silber sind 4 Theile zu nehmen, wie vom 8 löthigen Silber 3; die 2 Mark Mischung besteht daher aus 4 + 3 oder 7 gleichen Theilen. $\frac{1}{7}$ von 2 Mark = $\frac{2}{7}$ Mark; also nimmt A 4 × $\frac{2}{7}$ M. = $1\frac{1}{7}$ Mark 15löthiges und 3 × $\frac{2}{7}$ = $\frac{6}{7}$ Mark 8löthiges Silber.

Aufgabe 11. Aus 9= und 14löthigem Silber sollen 3 Mark 12 Loth 12löthiges legirt werden, wie viel ist von jeder Sorte dazu einzuschmelzen? Antw.: $1\frac{1}{2}$ Mk. 9löthig und $2\frac{1}{4}$ Mk. 14löthig.

Aufgabe 12. Ein Goldschmied braucht 2 Mark 14karatiges Gold. Er hat aber nur 12= und 18karatiges. Wie viel muß er von jeder Sorte nehmen?

Antwort: $1\frac{1}{3}$ Mark 12karatig und $\frac{2}{3}$ Mark 18karatig.

Aufgabe 13. Aus 10= und 16karatigem Golde sind 3 Mark 13karatiges Gold zu legiren. Wie viel ist von beiden Sorten zu nehmen? Antw.: $1\frac{1}{2}$ Mark 10karatig und $1\frac{1}{2}$ Mark 16karatig.

Aufgabe 14. Ein Silberarbeiter will aus 4 Mark 13 Lth. 8löthigem Silber 10löthiges machen. Wie viel feines Silber muß er beimischen? Antwort: 1 Mark 9 Loth 12 Gran.

Aufl. Wir suchen zuerst das **Verhältniß** der Mischung.

Feines Silber 16	+ 6	2	1
(10)			
8löthiges Silber 8	— 2	6	3

Das vorhandene 8löthige Silber bildet 3 Theile, wie 1 solcher auf das feine Silber kommt. $\frac{1}{3}$ von 4 Mark 13 Loth = 1 Mark 9 Loth 12 Gran; also ꝛc.

Aufgabe 15. Ein Goldarbeiter hat $18\frac{1}{2}$ karatiges Gold. Wie viel 22karatiges Dukatengold und Zusatz muß er zusammenschmelzen, um 5 Mark Mischung zu bekommen?

Ansatz und Berechnung.

Gold 22	+ $3\frac{1}{2}$	$18\frac{1}{2}$	37
$18\frac{1}{2}$			
Zusatz 0	— $18\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	7
			44

Das Dukatengold bildet 37 Theile, wie der Zusatz 7.

44 Theile 5 Mark 44 : 37 = 5 Mark : x
37 Theile ? x = 4 M. $4\frac{10}{11}$ Karat.

44 Theile 5 Mark 44 : 7 = 5 Mark : x
7 Theile ? x = $19\frac{1}{11}$ Karat.

IV. Prozent-Rechnung.

Der Werth der Schnittwaaren wird meistens per Elle, der Flüssigkeiten per Maas und Eimer, der Materialwaaren per Ctr., Pfd., Lth., Qt., vieler zählbaren Dinge per Stück, Dutzend, Mandel und Schock festgesetzt. Zins und Rabatt, oft auch Gewinn und Verlust, sowie die chemischen Bestandtheile mancher Dinge pflegt man vom Hundert (= pro cent = $^{0}/_{0}$) zu bestimmen. Was also z. E. bei den Schnittwaaren die Elle ist, das ist in den Fällen, wo der Werth nach Procenten bestimmt zu werden pflegt, das Hundert. Und wie dort der Werth gewöhnlich von 1 Elle gegeben und von einer größeren oder kleineren Länge zu berechnen ist, oder umgekehrt; so ist hier entweder der Werth vom Hundert gegeben und von einer größeren oder kleineren Summe zu suchen, oder es ist der Werth von einer größeren oder kleineren Summe als 100 gegeben und vom Hundert zu berechnen.

Mündlich.

1) Ein Handelsmann verkauft für 200 fl. Waaren und gewinnt damit 42 fl.; wie viel Prozent, d. i. wie viel gewinnt er mit 100 fl.? (Gewinnt man mit 200 fl. 42 fl., so gewinnt man mit 100 fl. die Hälfte von 42 fl., nämlich 21 fl.; also ist der Gewinn 21 $^{0}/_{0}$.) — 2) Ein Weinhändler kauft für 800 fl. Wein, verliert er aber beim Verkauf 75 fl.; wie viel Prozent also? (Verliert man mit 800 fl. 75 fl., so verliert man mit 100 fl. $^{1}/_{8}$ von 75 fl. = $9^{3}/_{8}$ fl., der Verlust = $9^{3}/_{8}$ $^{0}/_{0}$.) — 3) Von 400 Pfd. Kartoffeln erhält man nur 98 Pfd. getrocknete Scheiben; wie viel Prozent? ($^{1}/_{4}$ von 98 Pfd. = $24^{1}/_{2}$ Pfd.) — 4) 1000 Pfd. Winterreps geben 330 Pfd. Oel, wie viel Proz.? ($^{1}/_{10}$ von 330 = 33 $^{0}/_{0}$.) — 5) 1200 Pfd. Rohflachs ergeben 210 Pfd. geschwungenen Flachs, wie viel Prozent? ($^{1}/_{12}$ von 210 = $17^{1}/_{2}$ $^{0}/_{0}$.) — 6) Von 2500 Mann Soldaten fielen in einem Gefechte 200 Mann, wie viel Prozent beträgt der Verlust? ($^{1}/_{25}$ von 200 = 8 $^{0}/_{0}$.)

---

7) 50 Pfd. Leinsamen geben 14 Pfd. Oel; wie viel Prozent? (Geben 50 Pfd. Leinsamen 14 Pfd. Oel, so geben 100 oder 2 × 50 Pfd. Leinsamen 2 × 14 oder 28 Pfd.) — 8) $33^{1}/_{3}$ Pfd. Sonnenblumen geben 5 Pfd Oel; wie viel Prozent? (15 $^{0}/_{0}$) — 9) 25 Pfd. Bucheckern geben 4 Pfd. Oel; wie viel Proz.? (16 $^{0}/_{0}$) — 10) 20 Pfd. Kartoffeln enthalten 14 Pfd. Wasser; wie viel Prozent? (70 $^{0}/_{0}$) — 11) Von 10 Pfd. Rindfleisch gehen durchs Kochen 2 Pfd., durchs Braten $1^{1}/_{2}$ Pfd. ab; wie viel beträgt der Verlust Prozent? — (20 $^{0}/_{0}$, 15 $^{0}/_{0}$.) — 12) Mit 5 kr. gewinnt man $1^{1}/_{2}$ kr.; wie viel Prozent? (30 $^{0}/_{0}$) — 13) $66^{2}/_{3}$ Pfd. Schweinefleisch enthalten 16 Pfd. nährenden Stoff, wie viel Prozent? ($66^{2}/_{3}$ = 2 × $33^{1}/_{3}$, 100 = 3 × $33^{1}/_{3}$. Man geht also von $66^{2}/_{3}$ auf $33^{1}/_{3}$ und dann auf 100; $66^{2}/_{3}$ Pfund enthalten 16 Pfund Nahrungsstoff, $33^{1}/_{3}$ = $^{1}/_{2}$ v. 16 Pfd. = 8 Pfd., 100 Pfd. = 3 × 8 oder

24 Pfd.) — **14)** Mit 75 kr. gewinnt Jemand 36 kr.; wie viel Proz.? (48 %.) — **15)** Von 40 Kindern starben in ihrem ersten Lebensjahre 7, wie viel Prozent? ($17\frac{1}{2}$ %.) — **16)** Eine Hausfrau mischt unter 50 Pfd. Kornmehl 30 Pfd. Gerstenmehl; wie viel Prozent Gerstenmehl sind unter der Mischung? ($37\frac{1}{2}$ %.) — **17)** Ein Fabrikherr erhöht den Tagelohn seiner Arbeiter von 48 kr. auf 54 kr., um wie viel Prozent also? (48 macht 6, 4 macht $\frac{1}{2}$, 100 macht $12\frac{1}{2}$.) — **18)** Der Bauer A erntet von einem Ackerfeld 15 Schff. Korn, sein Nachbar von einem gleichgroßen Acker 18 Schff.; wie viel Prozent erntet dieser mehr, als jener? (15 macht 3, 5 macht 1, 100 macht 20 $\times$ 1 = 20, also 20 %.)

---

19) 150 Pfd. Weizenkörner gaben $1\frac{7}{8}$ Pfd. Asche, die in Wasser löslich war; wie viel Prozent? (150 = $1\frac{7}{8}$ Pfd., 50 = $\frac{1}{3}$ von $1\frac{7}{8}$ = $\frac{5}{8}$ Pfd., 100 = 2 $\times$ $\frac{5}{8}$ Pfund = $1\frac{1}{4}$ Pfd.; also $1\frac{1}{4}$ %.) — **20)** 125 Pfd. getrocknete Kartoffelknollen enthalten 8 Pfd. lösliche Asche; wie viel Prozent? ($6\frac{2}{5}$ %.) — **21)** A stieg von 450 fl. Gehalt auf 525 fl.; wie viel Prozent beträgt seine Einnahme jetzt mehr? ($16\frac{2}{3}$ %.) — **22)** Von 750 fl. Capital rettete A bei einem Concurse 600 fl.; wie viel betrug sein Verlust Prozent? (750 — 600 = 150; an 750 verliert A 150 fl., an 50 fl. also $\frac{1}{15}$ von 150 fl. = 10 fl., an 100 fl. 2 $\times$ 10 = 20 fl.) — **23)** $1\frac{1}{4}$ Mtz. Aussaat geben 18 Mtz. Ernte; wie viel Prozent also? (Erntet man von $1\frac{1}{4}$ oder $\frac{5}{4}$ Mtz. 18 Mtz., so macht es auf $\frac{1}{4}$ Metz $3\frac{3}{5}$ Mtz., auf 1 Mtz. 4 $\times$ $3\frac{3}{5}$ = $14\frac{2}{5}$ Mtz. und auf 100 $\times$ $14\frac{2}{5}$ = 1440 Mtz. — **24)** Aus $12\frac{1}{2}$ Pfd. rohem Hanfe erhält man 7 Pfd. langen Hanf; wie viel Prozent? (56 %.)

---

1) A kauft 1 Mrg. Wiesen um 400 fl. und berechnet, daß ihm so sein Geld 8 % abwirft, wie viel Gulden also? (Werfen 100 fl. 8 fl. ab, so 400 fl. 4 $\times$ 8 oder 32 fl.) — **2)** Das Fleisch hat durchschnittlich 26 % nährende Stoffe; wie viel Pfd. Nahrungsstoff enthalten demnach 200 Pfd. Fleisch? 500 Pfd. Fl.? 50 Pfd. Fl.? 25 Pfd. Fl.? (52, 130, 13, $6\frac{1}{2}$ Pfd. Nahrungstheile.) — **3)** Im Allgemeinen rechnet man von dem in die Mühle gegebenen Getreide: auf die Mahlgebühr oder Mitze 10 %, auf das Verstäuben 6 %, auf Kleie 14 % und auf Mehl 70 %; wie viel Pfd. macht jedes von 1 Schff. Weizen zu 300 Pfd.? (30 Pfd. Mitze, 18 Pfd. Mehlstaub, 42 Pfd. Kleie, 210 Pfd. Mehl.) — **4)** Durch Eintrocknen gehen beim Aufspeichern von Körnerfrüchten in dem ersten Jahre 3 % verloren; wie viel wird von 80 Schff. neuer Frucht nach 12 Monaten noch vorhanden sein? (100 Schff. machen 3, 20 machen $\frac{3}{5}$, 80 machen 4 $\times$ $\frac{3}{5}$ = $2\frac{2}{5}$; 80 — $2\frac{2}{5}$ = $77\frac{3}{5}$.) — **5)** Neues Wiesenheu verliert in den ersten 5 Mon. $11\frac{1}{2}$ % am Gewichte; wie viel beträgt der Verlust von 15 Wagen Heu à 30 Ctr. in dieser Zeit? (15 $\times$ 30 = 450; $4\frac{1}{2}$ $\times$ $11\frac{1}{2}$ = $51\frac{3}{4}$.) — **6)** Ein Landmann hat seine Früchte auf dem Halme gegen Hagelschlag mit 1275 fl. versichern

lassen und zahlt dafür 4% an Prämie; wie viel also? (1275 = $12\frac{3}{4}$ Hundert; $12\frac{3}{4} \times 4 = 51$.)

---

a. 50 procent	= 50 von 100	= ½ vom Ganzen.	
$33\frac{1}{3}$ "	= $33\frac{1}{3}$ v. 100	= ⅓ " "	
25 "	= 25 von 100	= ¼ " "	
20 "	= 20 von 100	= ⅕ " "	
$12\frac{1}{2}$ "	= $12\frac{1}{2}$ v. 100	= ⅛ " "	
10 "	= 10 von 100	= $\frac{1}{10}$ " "	
5 "	= 5 von 100	= $\frac{1}{20}$ " "	
4 "	= 4 von 100	= $\frac{1}{25}$ " "	
2 "	= 2 von 100	= $\frac{1}{50}$ " "	
1 "	= 1 von 100	= $\frac{1}{100}$ " "	

b) ½ vom Ganzen	= 50 proc.	$\frac{1}{7}$ vom Ganzen	= $14\frac{2}{7}$ proc.
⅓ " "	= $33\frac{1}{3}$ "	⅛ " "	= $12\frac{1}{2}$ "
¼ " "	= 25 "	$\frac{1}{9}$ " "	= $11\frac{1}{9}$ "
⅕ " "	= 20 "	$\frac{1}{10}$ " "	= 10 "
⅙ " "	= $16\frac{2}{3}$ "	$\frac{1}{15}$ " "	= $6\frac{2}{3}$ "

$\frac{1}{20}$ vom Ganzen	= 5 proc.
$\frac{1}{25}$ " "	= 4 "
$\frac{1}{30}$ " "	= $3\frac{1}{3}$ "
$\frac{1}{40}$ " "	= $2\frac{1}{2}$ "
$\frac{1}{50}$ " "	= 2%

Wird, wie folgt, durchgesprochen und eingeübt.

50% gewinnen heißt, mit 100 fl. 50 fl., mit 100 kr. 50 kr., mit 100 Thlr. 50 Thlr., mit 100 pf. 50 pf., überhaupt also mit 100 50 oder die Hälfte gewinnen; wer also 50% gewinnt, der gewinnt mit 200 fl. die Hälfte von 200 fl., mit 300 fl. die Hälfte von 300 fl., mit 400 Thlrn. die Hälfte von 400 Thlrn., mit 48 kr. ½ × 48 kr., mit 13 Gr. ½ × 13 Gr., mit 6 pf. ½ × 6 pf., also immer die Hälfte vom Ganzen. —

1) A verliert durch einen Bankrott die Hälfte seines Vermögens; wie viel Prozent also? (50%.) — 2) Ein Wohlthäter schenkt zur Armenstiftung seines Ortes ⅜ seines Geldes, wie viel Prozent? (⅛ von 100 = $12\frac{1}{2}$, ⅜ = 3 × $12\frac{1}{2}$ = $37\frac{1}{2}$; also $37\frac{1}{2}$ %.) — 3) Ein Kaufmann gewinnt mit 10 kr. 4 kr., wie viel Theile vom Ganzen also und wie viel Proz.? (4 = ⅖ von 10; ⅖ von 100 = 40; also 40%.) — 4) Der Kopf, die Zunge und die Füße eines Ochsen betragen $\frac{1}{20}$, die Haut $\frac{1}{12}$ des lebenden Gewichts; wie viel Prozent? (5%, $8\frac{1}{3}$ %.) — 5) Bei einem Schweine rechnet man, daß das Fleischgewicht 75% des lebenden betrage; welchen Theil also? (¾.) 6) Das Hammelfleisch verliert beim Braten 24%, welchen Theil also vom Ganzen? (1% = $\frac{1}{100}$, 24% = $\frac{24}{100}$ = $\frac{6}{25}$.) — 7) In England leben 50% der Einwohnerzahl in Städten, im Königreiche Sachsen $33\frac{1}{3}$ %, in Frankreich 25%, in Bayern 24%; welche Theile also vom Ganzen? (½, ⅓, ¼, $\frac{6}{25}$.)

Bestandtheile einiger Feldfrüchte, nach Procenten bestimmt.

	Nahrungstheile.					Wasser.	Faser ꝛc.
	Eiweiß	Stärke	Zucker	Fett	Summe		
Erbsen	24%	36%	10%	2%	72%	15%	13%
Weizen	18	60	5	1	84	14	2
Korn	12	56	10	2	80	14	6
Mais	10	58	3	8	79	15	6
Reis	6	75	1	1	83	14	3
Kartoffel	4	20	3	0	27	70	3

Der Erbse fast gleich stehen Bohne und Linse, dem Korne fast gleich Gerste und Haber. Der vorzüglichste Nahrungstheil ist das Eiweiß.

Lufttrocken enthalten die Erbsen 24 % oder $^{24}/_{100}$ = $^{6}/_{25}$ Eiweiß,
36 % oder $^{36}/_{100}$ = $^{9}/_{25}$ Stärkemehl,
10 % oder $^{10}/_{100}$ = $^{1}/_{10}$ Zuckerstoff ꝛc.

Schriftlich.

Bestimmt eben so die verschiedenen Nahrungstheile

1) Vom Weizen! — 2) Vom Korn! — 3) Vom Mais! — 4) Von dem Reis und von den Kartoffeln? —

5) Durchschnittlich wiegt der bayer. Scheffel Erbsen (Linsen und Bohnen) 310 Pf., Weizen 300 Pfd., Korn 275 Pfd., Gerste 260 Pfd., Kartoffeln 285 Pfd. Wie viele Nahrungstheile enthält ein Scheffel dieser Feldfrüchte?

a) Bei der Erbse sind unter 100 Gewichtstheilen immer 72 Theile, also $^{72}/_{100}$ oder $^{18}/_{25}$ Nahrungsstoff. Wiegt daher 1 Schff. dieser Frucht 310 Pfd., so enthält er

$$^{18}/_{25} \times 310 \text{ Pfd.} = \frac{5580}{25} = 223^{1}/_{5} \text{ Pfd. Nahrungsstoff.}$$

b. Befinden sich unter 100 Gewichtstheilen Erbse 72 Theil nährende Stoffe; so sind unter 100 Pfd. Erbsen 72 Pfd. Nahrungstheile, unter 200 Pfd. Erbsen 2 × 72 Pfd., unter 50 Pfd. Erbsen $^{1}/_{2}$ × 72 Pfd., unter 1 Pfd. Erbsen $^{1}/_{100}$ × 72 Pfd. enthalten. (Sowie sich daher 100 Pfd. Erbsen zu 310 Pfd. Erbsen verhalten, eben so ꝛc.)

100 Pfd. E.	72 Pfd. N.	100 Pfd. E. : 310 Pfd. E. = 72 Pfd. x
310 Pfd. E.	?	x = 223$^{1}/_{5}$ Pfd.

6) Ein Tagwerk Acker ertrage 3$^{1}/_{2}$ Schff. Erbsen, oder 4 Schff. Weizen, oder 6 Schff. Korn, oder 7 Schff. Gerste, oder 12 Sch. Kartoffeln. Wie viele Nahrungstheile im Ganzen liefert der Acker bei jeder dieser Fruchtgattungen?

Aufl. 3$^{1}/_{2}$ Scheffel Erbsen wiegen 3$^{1}/_{2}$mal 310 Pfd. = 1085 Pfd. Die Aufgabe heißt also: 100 Pfd. Erbsen enthalten 72 Pfd. Nahrungsstoff; wie viel enthalten 1085 Pfd.? ꝛc.

7) Ein Schff. Erbsen sei so schwer als 1 Schff. Kartoffel und koste 20 fl.; wie viel ist ein Schff. Kartoffeln werth, wenn man alle Nahrungstheile in Anschlag bringt?

Aufl. 1 Schff. Erbsen enthält unter 100 Gewichtstheilen 72 Theile Nahrungsstoff, 1 Sch. Kartoffel aber nur 27. Die Aufgabe ist daher: 72 Theile kosten 20 fl.; wie viel kosten 27 Theile? Antwort: 7 fl. 30 kr.

8) Ein Schff. Weizen wiegt 320 Pfd., 1 Schff. Korn 300 Pfd.; wie viele Nahrungstheile enthalten beide? Der Schff. Korn koste 12 fl. 30 kr.; w. v. ist demnach der Schff. Weizen werth? (14 fl.)

9) Ein Grundstück erträgt 36 Schff. Kartoffel (à 285 Pfd.); wie viel Pfd. Stärkmehl können daraus gewonnen werden? (2052)

10) Wie viel Pfd. Stärkmehl liefern 20 Schff. Weizen, der Schff. zu 325 Pfd. gerechnet? (3900.)

Die Heizkraft der Holzarten, nach Prozenten bestimmt:

1) Pappelholz	40%;	5) Roßkastanie	56%;	9) Ahornholz	66%;
2) Lindenholz	45 ;	6) Buchenholz	60 ;	10) Eichenholz	70 ;
3) Lerchenholz	48 ;	7) Birkenholz	62 ;	11) Hainbuche	75 .
4) Fichten u. Tannen	55 ;	8) Eschenholz	64 ;		

Frisches Holz enthält 25 bis 30% Wasser, lufttrockenes Holz 15 bis 20%. Der Wassergehalt vermindert die Heizkraft des Holzes, indem ein Theil der Wärme zur Verdampfung des Wassers verwendet wird. Bei obiger Tabelle ist vorausgesetzt, daß das Holz gleich trocken sei. — Alles Holz enthält auch Luft, das harte Holz etwa $^1/_4$ seines Rauminhaltes, das weiche etwa die Hälfte Je mehr Luft im Holz enthalten ist, desto weniger Holzstoff oder Heizkraft hat dasselbe. —

Pappelholz hat 40% Heizkraft, d. h. 100 Raumtheile (etwa Kubikzoll) desselben enthalten nur 40 Theile eigentliche Holzsubstanz; diese beträgt also $^{40}/_{100}$ oder $^2/_5$ von dem Ganzen.

Bestimme nun so die Heizkraft der verschiedenen Holzarten!

Pappelholz enthält 40% oder $^{40}/_{100} = {}^2/_5$ Heizkraft

Lindenholz enthält 45% oder $^{45}/_{100} = {}^9/_{20}$ Heizkraft u. s. w.

11) Eine Klafter Holz, 126 Kubikfuß groß, ist so zusammen geschlichtet, daß die leeren Räume zwischen den Scheiten $^1/_6$ der ganzen Klafter betragen. Wie viel Kubikfuß eigentlichen Holzstoff enthält eine Klafter Pappelholz? Lindenholz? 2c.

Aufl. $^1/_6$ von 126 Kubikfuß = 21 Kubikfuß; 126 — 21 = 105 Nun heißt die Aufgabe: 100 Kubikfuß Pappelholz enthalten 40 Kub.-Fuß eigentlichen Holzstoff; wie viele deßgleichen enthalten 105 Kubikfuß Pappelholz?

12) Eine Klafter Fichtenholz kostet 10 fl.; wie viel ist eine Klafter Pappelholz werth? Wie viel ein Klafter Lindenholz?

55 Theile Holzstoff kosten 10 fl.; wie viel kosten 45 Antw.: $8^2/_{11}$ fl.

13) Wie viele Klafter Tannenholz haben gleichen Werth mit 25 Klft. Eichenholz? (25 × 70, dividirt durch 55 = $31^9/_{11}$ Klftr.)

14) Gewöhnlich beträgt die Anzahl der werktagschulpflichtigen Kinder 14% der Bevölkerung. Wie groß wird die Anzahl der Schulkinder im Königreich Bayern sein, das $4^1/_2$ Millionen Seelen zählt? Antwort: 630000.

15) 5 Pfd. Kartoffeln enthalten 1 Pfd. Stärkmehl; wie viel proc.?

a. Wenn 5 Pfd. Kartoffeln 1 Pfd. Stärke enthalten, so machts auf 100 oder 20 × 5 Pfd. Kartoffeln 20 × 1 Pfd. oder 20 Pfd. Stärke. — b) Gewinnt man 1 Pfd. Stärkemehl aus 5 Pfd. Kartoffeln, so machts $^1/_5$ vom Ganzen, von 100 Pfd. K. also $^1/_5$ × 100 Pfd. = 20 Pfd.

16) 4 Pfd. Weizen enthalten 3 Pfd. Stärkemehl; wie viel pr. c.?

17) 10 Pfd. Runkelrüben enthalten 1 Pfd. Zuckerstoff, wie viel %?

18) 50 Pfd. Zuckerrohr geben 9 Pfd. Zucker; wie viel %?

19) 20 Pfd. Eichenrinde enthalten 3 Pfd. Gerbestoff; wie viel %?

20) Von 4 Pfd. frischer Butter erhält man 3 Pfd. Schmalz; wie v. %?

21) Von den $4^1/_2$ Mill. Einwohnern des Kgr. Bayern gehören 72000 dem Militärstande an, wie viel pr. c.? Antw.: $1^3/_5$ %.

22) In einer Gemeinde von 1200 Seelen sterben in 1 Jahre 90 Personen; wie viel proc.? Antw.: $7^1/_2$ %.

23) **A** hat sich ein Haus um 7500 fl. gekauft und nimmt jährlich 320 fl. Miethzins davon ein. Wie viel proc. wirft ihm dasselbe ab? Antwort: $4^4/_{15}$ %.

24) **B** kauft eine Wiese um 800 fl.; ihr jährlicher Heuertrag ist durchschnittlich 85 Ctr. Wie viel proc. wirft sie ihm ab, der Centner Heu zu 48 kr. gerechnet?

Aufl. 85 Ctr. betragen 85mal $^4/_5$ fl. = 68 fl.; 800 fl. werfen also 68 fl. Ertrag ab, mithin kommt aufs Hundert $^1/_8$ von 68 fl = $8^1/_2$ fl. Die Wiese erträgt also $8^1/_2$ %.

25) **C** kauft einen Acker um 1250 fl. Im ersten Jahre erträgt derselbe 18 Schff. 4 Mtz. Korn, im zweiten Jahre 21 Schff. 5 Mtz. Haber, im 3. Jahre liegt er in der Brache. Das Stroh rechnet **C** für die Bewirthschaftung des Feldes. Den Scheffel Korn verkauft er aber zu 12 fl. 30 kr. und den Scheffel Haber zu 5 fl. 45 kr. Wie viel proc. erträgt ihm das auf den Acker verwendete Kapital? Antw.: $9^{57}/_{100}$ %.

Berechnung.

1. Jahr	$18^2/_3$ Schff. Korn	à	$12^1/_2$ fl.	=	$233^1/_3$ fl.
2. Jahr	$21^5/_6$ Schff. Haber	à	$5^3/_4$ fl.	=	$125^{13}/_{24}$ fl.
3. Jahr	. . . .			=	— "
In 3 Jahren also	. . . .				$358^7/_8$ fl.; in 1 Jahr $119^5/_8$ fl.

Das ist die jährliche Rente aus 1250 fl. Nun heißt es: 1250 fl. Kapital werfen $119^5/_8$ fl. ab; wie viel kommt auf 100 fl. Kapital?

V. Gewinn- und Verlust-Rechnung.

Werden erkaufte Gegenstände wieder verkauft, so beträgt der Erlös daraus entweder eben so viel, oder mehr, oder weniger als der Einkaufspreis. Der Mehrerlös ist Gewinn, der Mindererlös Verlust. Gewinn und Verlust sind also der Unterschied zwischen der Ausgabe für den Einkauf und der Einnahme aus dem Verkaufe. Demnach kommen bei der Gewinn- und Verlustrechnung zunächst dreierlei Werthe vor: der Einkaufspreis, der Verkaufspreis und der Unterschied zwischen beiden — Gewinn und Verlust. Sind zwei dieser Stücke gegeben, so läßt sich das dritte durch Rechnung finden. Also sind, da jedes derselben in Frage stehen kann, 3 Formen von Aufgaben möglich. Sie lassen sich, wenn man den Einkaufspreis mit a, den Verkaufspreis mit b und den Unterschied mit c bezeichnet, wie folgt, darstellen:

Gegeben,	gesucht.	Gegeben,	gesucht.	Gegeben,	gesucht.
a, b.	c.	a, c.	b.	b, c	a.

Gesetzt, man habe Gelegenheit, bei einem Geschäfte mit je 25 fl. 8 und bei einem anderen Geschäfte mit je 40 fl. 13 zu gewinnen. So entsteht die Frage: welches derselben bietet den größeren Gewinn? Um dieß bestimmen zu können, so muß man wissen, wie viel in beiden Fällen mit einer gleichen Summe gewonnen wird. Als solche läßt sich jede beliebige Zahl annehmen. Gewöhnlich setzt man 100. Man sucht also den Gewinn pro cent. Gewinnt man mit 25 fl. 8, so werden mit 100 oder 4 mal 25 4 mal 8 oder 32 gewonnen. Gewinnt man aber mit 40 fl. 13, so beträgt der Gewinn von 100, d. i. von $2^1/_2$ mal 40, $2^1/_2$ mal 13 oder $32^1/_2$, mithin $^1/_2$ % mehr als im vorigen Falle. — Der Gewinn und Verlust pro cent ist daher in besonderen Fällen eben so wohl zu wissen nöthig, als der Gewinn und Verlust überhaupt. Er ist der vierte Begriff in der Gewinn- und Verlustrechnung und kann in den vorhin bezeichneten 3 Formen an die Stelle jedes der drei Werthe treten. Dadurch lassen sich, wie folgende Uebersicht ergibt, wieder 3 mal 3 oder 9 verschiedene Formen von Aufgaben bilden.

Gegeben,	gesucht.	Gegeben,	gesucht.	Gegeben,	gesucht.
a, b.	%.	a, c.	%	b, c.	%.
a, %.	c.	a, %	b.	b, %	a.
%, b.	c.	% c.	b.	%, c.	a.

Die Mannigfaltigkeit der Aufgaben dieser Art wird aber noch vermehrt, wenn man die Angaben zum Theil auf die ganze Quantität, zum Theil auf einen Theil derselben, und die Prozente auf eine bestimmte Zeit bezieht.

A. Mündlich.

1) B kauft die Elle zu 2 fl. 30 kr. und verkauft sie wieder um 3 fl. Wie viel beträgt sein Gewinn a) überhaupt? b) Prozent?

Aufl. Von den 3 fl., die B aus der Elle löst, gehen die 2 fl. 30 kr. weg, welche ihn die Elle selbst gekostet hat. Es bleiben ihm daher 3 fl. — 2 fl. 30 kr. = 30 kr. übrig. Das ist sein Gewinn überhaupt.

Hieraus berechnet sich der Gewinn Prozent. Die Aufgabe heißt: Mit 2 fl. 30 kr. werden 30 kr. gewonnen; wie viel mit 100? — Der Einkaufspreis besteht in Gulden und Kreuzern. Die Frage: wie viel Prozent? kann daher genommen werden: wie viel mit 100 kr.? und auch: wie viel mit 100 fl.? Um zu finden, wie viel mit 100 kr. gewonnen werden, so muß ich 2 fl. 30 kr. zu Kreuzer machen. Um aber zu finden, wie viel B mit 100 fl. gewinnt, so muß man die 2 fl. 30 kr., so wie die 30 kr. Gewinn in Gulden verwandeln.

a) 2 fl. 30 kr. = 150 kr. Mit 150 kr. gewinnt B 30 kr., wie viel mit 100 kr.? Das läßt sich auf verschiedene Weise berechnen.

α) Man schließt von 150 kr. auf 50 kr. und von 50 kr. auf 100 kr. Gewinnt B mit 150 kr. 30 kr., so gewinnt er mit 50 kr. $^1/_3$mal 30 = 10 kr. und mit 100 kr. 2mal 10 oder 20 kr. Er gewinnt also 20 %.

β) Man sucht, wie sich 100 kr. zu 150 kr. verhalten. 100 kr. = $^2/_3$mal 150 kr. Gewinnt also B mit 150 kr. 30 kr.; so gewinnt er mit 100 kr. $^2/_3$ mal 30 oder 20 kr. = 20 %.

γ) Man sucht, wie sich der Gewinn zum Einkaufspreis verhält. 30 kr. bilden $^1/_5$ von 150 kr. Gewinnt B mit 150 kr. $^1/_5$ von 150 kr., so gewinnt er mit 100 kr. $^1/_5$ von 100 kr.; $^1/_5$ von 100 kr. = 20 kr. = 20 %.

b) 2 fl. 30 kr. = $2^1/_2$ fl., und 30 kr. = $^1/_2$ fl. Nun heißt es: Mit $2^1/_2$ fl. gewinnt man $^1/_2$ fl.; wie viel mit 100 fl?

Die Berechnung kann wieder auf dreierlei Weise ausgeführt werden.

2) Es kauft Jemand das Pfund um 1 fl. 20 kr. und gibt es wieder für 1 fl. 10 kr. Wie groß ist sein Verlust a) überhaupt? b) pro cent? Antwort: $12^1/_2$ %.

3) A kauft 36 Ellen um 126 fl. und verkauft die Elle um 3 fl. Wie viel beträgt sein Gewinn oder Verlust a) per Elle? b) im Ganzen? c) pro cent? (30 kr.; 18 fl.; $14^2/_7$ %.)

4) Ein Kaufmann bekommt 40 Pfd. Gewürz, das Pfd. zu 8 fl. 36 kr. und nimmt vom Lth. 6 kr. Gewinn; wie viel beträgt sein Erlös a) für 1 Pfd.? b) für 40 Pfd.?

Aufl. Für 1 Pfd. ist der Erlös 8 fl. 36 kr. + 32 × 6 kr.; für 40 Pfd. 40mal so viel.

5) Ein Melber kauft 5 Ctr. Mehl, den Ctr. zu 10 fl. 48 kr.; die Mehlpreise fallen, und er muß das Pfd. mit $1^1/_2$ kr. Schaden verkaufen. Wie viel wird er für die 5 Ctr. lösen?

Aufl. Aus 1 Ctr. löst er 10 fl. 48 kr. — 100mal $1^1/_2$ kr.; aus 5 Ctr. 5mal so viel.

6) Ein Landmann kauft eine Wiese um 320 fl. und verkauft sie wieder mit 15 % Gewinn. a) Wie viele Gulden beträgt sein Mehrerlös? b) Wie theuer hat er das Grundstück verkauft?

7) A verkauft ein Haus, das ihn 1500 Thlr. gekostet, mit $7\frac{1}{2}$ % Verlust. a) Wie viele Thaler beträgt der Mindererlös? b) Wie theuer hat er das Haus wieder verkauft?

8) B kauft den Scheffel Korn um 20 fl.; wie soll er den Metzen geben, um 12 % zu gewinnen?

Aufl. Mit 100 will B 12, mit 20 fl. also $\frac{1}{5}$mal 12 = $2\frac{2}{5}$ fl gewinnen. Er muß daher den Scheffel um 20 + $2\frac{2}{5}$ = $22\frac{2}{5}$ fl., mithin den Metzen um $\frac{1}{6}$ von $22\frac{2}{5}$ fl. verkaufen.

9) Wie theuer hat C das Pfd., das ihn selbst 3 fl. 20 kr. gekostet, wieder verkauft, da er 25 % dabei verlor?

Aufl. 3 fl. 20 kr. = 200 kr.; mit 100 kr. verlor C 25 kr. mit 200 kr. also 2 × 25 kr. = 50 kr.; folglich hat er das Pfd. nur um 200 — 50 = 150 kr. oder 2 fl. 30 kr. wieder verkauft. — Oder: C verlor 25 %, das heißt: für 100 kr., die er ausgegeben, erhält er im Verkaufe nur 75 kr., mithin bekam er für 200 kr. nur 2 × 75 oder 150 kr. = 2 fl. 30 kr. — Oder: Wer 25 % verliert, der verliert genau $\frac{1}{4}$ seines Einkaufspreises. C verlor also $\frac{1}{4}$ von 3 fl. 20 kr., nämlich 50 kr.; mithin gab er das Pfund um 3 fl. 20 kr. — 50 kr. = 2 fl. 30 kr. — Oder: Verlor er $\frac{1}{4}$, so betrug sein Erlös $\frac{3}{4}$, d. i. $\frac{3}{4}$ von 3 fl. 20 kr. = 2 fl. 30 kr.

10) Ein Getreidehändler konnte für 20 Schff. Korn eine gewisse Summe Geldes haben; aber er gab nicht ab. Darauf fielen die Preise. Er verlor nun am Schff. 8 fl. 45 kr. und löste im Ganzen noch 425 fl. Wie viel war ihm zuvor für sein Getreid geboten?

Aufl. Für 20 Schff. bekam er 425 fl., für 1 Schff. also 21 fl. 15 kr. Er konnte daher zuvor für 1 Schff. $21\frac{1}{4}$ fl. + $8\frac{3}{4}$ fl. = 30 fl., für 20 Schff. also 20 × 30 fl. haben. — Oder!

11) A verkauft den Centner Heu mit 36 kr. Mehrerlös um 1 fl. 24 kr.; wie viel macht der Gewinn pro cent?

Aufl. Der Gewinn per Centner = 36 kr.; der Einkaufspreis ist 1 fl. 24 kr. — 36 kr. = 48 kr. Mit 48 kr. gewinnt er also 36 kr., d. i. $\frac{3}{4}$mal 48 kr.; mithin beträgt sein Gewinn vom Hundert $\frac{3}{4}$mal 100 oder 75. A gewinnt demnach 75 %.

12) Eine Quantität Kaffee wird mit 56 Thlr. Verlust um 344 Thlr. verkauft? Wie viel pro cent werden verloren?

Aufl. Mit 344 + 56 = 400 Thlr., welche die Quantität Kaffee gekostet, wurden 56 Thlr. verloren; wie viel mit 100 Thlr.?

Antwort: 14 Thlr., also 14 %.

13) Man verkauft eine Waare für 240 fl. und gewinnt dabei 20 %; a) wie groß ist der ganze Gewinn? b) wie theuer wurde die Waare eingekauft?

Aufl. Die Waare wurde für 240 fl. und zwar mit Vortheil verkauft. Der Erlös besteht daher in dem Einkaufspreis und dem Gewinn. Die Aufgabe verlangt, daß beide ausgeschieden werden. Um dieß thun zu können, so muß man wissen, wie sie sich zu einander verhalten. Das sagt der Ausdruck 20 %. Mit 100 werden 20 gewonnen. Der Gewinn beträgt daher $\frac{1}{5}$ von dem Einkaufspreise. Einkaufspreis und Gewinn bilden also $\frac{5}{5}$ + $\frac{1}{5}$ oder 6 gleiche Theile, und diese be-

stehen in 240 fl. Mithin beträgt 1 Theil $^1/_6$ von 240 fl. = 40 fl. Das ist der Gewinn. Der Einkaufspreis = 5 × 40 oder 200 fl. (Probe.)

14) Ein Faß Wein wurde für 350 Thlr. mit 30% Verlust verkauft; a) wie viel beträgt der ganze Verlust? b) wie theuer war das Faß im Einkaufe?

Aufl. Hier wurden 30%, d. i. $^3/_{10}$ des Einkaufspreises verloren; mithin wurde der Wein um $^7/_{10}$ des Einkaufspreises verkauft. Diese $^7/_{10}$ = 350 Thlr. Es entsteht daher die Frage:

a) $^7/_{10}$ des Einkaufspreises = 350 Thlr.; $^3/_{10}$ =? Antwort: 150 Thlr.
b) $^7/_{10}$ des " = 350 Thlr.; $^{10}/_{10}$ =? Antwort: 500 Thlr.

15) A gewinnt an der Elle 42 kr. oder 15%; a) wie theuer hat er dieselbe eingekauft? b) wie hoch verkauft er sie?

Aufl. a) 15% oder $^3/_{20}$ des Einkaufspreises = 42 kr.; $^1/_{20}$ desselben = 14 kr.; also beträgt der ganze Einkaufspreis 20mal 14 kr. = 4 fl. 40 kr. — b) Der Verkaufspreis ist daher 4 fl. 40 kr. + 42 kr. = 5 fl. 22 kr.

16) B verliert an dem Centner 16 fl. oder 8%; a) wie theuer hat er denselben eingekauft? b) wie viel löste er dafür?

17) Ein Kleinhändler erhält im Einkaufe für 1 kr. 10 Stück Nähnadel, gibt für 1 kr. aber nur 6 wie viel nimmt er Gewinn Prozent?

Aufl. Er löst aus 6 Nadeln 1 kr., aus 1 Nadel $^1/_6$ kr. und aus 10 Nadeln 10mal $^1/_6$ = $1^2/_3$ kr. Was er für 1 kr. gekauft, das verkauft er wieder für $1^2/_3$ kr.; er gewinnt daher mit 1 kr. $^2/_3$ kr., mit 100 kr. also 100mal $^2/_3$ = $66^2/_3$ kr.

18) Derselbe erhält ferner für 1 fl. 18 Ellen Band; wie viel wird man für das gleiche Geld von ihm bekommen, da er diese Waare mit $33^1/_8$% Gewinn verkauft?

Aufl. $33^1/_3$ = $^1/_3$ von 100; $33^1/_3$% gewinnen heißt also: den 3. Theil vom Einkaufspreis gewinnen. Unser Kaufmann gibt daher die 18 Ellen, die ihn 1 fl. gekostet haben, nur um 1 + $^1/_3$ fl. wieder ab. Erhält man aber für $1^1/_3$ (= $^4/_3$) fl. 18 Ellen, so bekommt man für $^1/_3$ fl. den 4. Theil von 18 Ellen = $4^1/_2$ Ellen; mithin für 1 fl. 3mal $4^1/_2$ Ellen = $13^1/_2$ Ellen.

19) Ein Gastwirth kauft den Eimer Wein zu 25 fl. und schenkt denselben, die Maas zu 36 kr., in 4 Wochen aus, wie viel beträgt sein Gewinn a) überhaupt? b) Prozent? c) Prozent pro anno (d. i. aufs Jahr)?

Aufl. a) Sein Gewinn überhaupt = 64 × 36 kr. — 25 fl. = $13^2/_5$ fl. b) Sein Gewinn Prozent = 4 × $13^2/_5$ fl. = $53^3/_5$ fl. c) Sein Gewinn Prozent pro anno = 13 × $53^3/_5$ = $696^4/_5$.

20) Wie viel Proz. pr. a. werden gewonnen, wenn man eine Waare mit 48 fl. bezahlt und nach 4 Monaten für 60 fl. verkauft?

B. Schriftlich.

1) C kauft 25 Ellen zu 40 fl. und gibt die Elle zu 2 fl. 24 kr., wie viel hat er Gewinn?

Verkauf: 25 × $2^2/_5$ fl. = 60 fl.
Einkauf: . . . . . = 40 fl.
Gewinn = 20 fl.

2) D kauft das Pfund Saffran zu 35 fl. und gibt das Qt. zu 20 kr.; w. v. gewinnt er an dem Pfunde? ($43^2/_3 - 35 = 7^2/_3$ fl.)

3) Ein Seiler kauft 500 Pfd. Flachs. Er bekommt für 1 Thlr. 4 Pfd., gibt aber nur 3 Pfd. Wie viel hat er im Ganzen übrig?

Aufl. a. Eingekauft wurden die 500 Pfd. für so vielmal 1 Thlr., als 4 Pfd. in 500 Pfd. enthalten sind, und verkauft für so vielmal 1 Thlr., als 3 Pfd. in 500 Pfd. liegen. b) Der Seiler zahlt für 1 Pfd. $^1/_4$ Thlr. und löst für 1 Pfd. $^1/_3$ Thlr.; er gewann also an jedem Pfd. $^1/_3$ Thlr. — $^1/_4$ Thlr. = $^1/_{12}$ Thl.; $500 \times {}^1/_{12} = 41^2/_3$ Thlr.

4) Ein Weinwirth kauft den alten Eimer von 72 Ms. um 15 fl. und will 9 fl. daran gewinnen; wie muß er die Ms. geben?

Um (15 + 9 fl.) getheilt durch 72, = 20 kr.

5) N kauft 100 Stück Wellenholz um 10 fl. 30 kr., verkauft sie einzeln wieder und verliert 1 fl. 20 kr. Wie hat er das Stück gegeben?

Um (10 fl. 30 kr. — 1 fl. 20 kr.), getheilt durch 100 = 5 kr. 2 pf.

6) Ein Kaufmann löst aus 185 Ellen 693 fl. 45 kr. und gewinnt dabei 70 fl., wie hoch ist ihn die Elle gekommen? Auf (693 fl. 45 kr. — 70 fl.), getheilt durch 185, = 3 fl. $22^{11}/_{37}$ kr.

7) Ein Weinhändler verkauft 15 Eimer Wein um 1200 Thlr.; wie viel hat ihn derselbe gekostet, da er an jedem Eimer 22 Thlr. gewinnt? 1200 Thlr. — (15 × 22 Thlr.) = 870 Thlr.

8) E kauft die Klafter Holz für 7 fl. 15 kr. und verkauft sie wieder für 9 fl.; wie viel beträgt sein Gewinn Prozent? ($24^4/_{29}$ %.)

9 fl. — $7^1/_4$ fl. = $1^3/_4$ fl.; $7^1/_4$ fl. thun $1^3/_4$ Gewinn, was thun 100 fl.?

9) Ein Weinwirth kauft den Eimer Wein für 15 fl. und schenkt die Maas zu 24 kr.; wie viel Prozent nimmt er Gewinn? ($70^2/_3$ %.)

64 × 24 kr. — 15 fl. = $10^3/_5$ fl.; 15 fl. thun $10^3/_5$ fl. Gewinn, was thun 100 fl.?

10) F kauft $4^1/_2$ Ctr. Zucker à 40 fl. und gibt das Pfd. zu 24 kr.; auf den Ctr. wiegt er 3 Pfd. ein; wie groß ist sein Gewinn oder Verlust? Antw.: 3 %.

a) Was kostet den F die Waare? $4^1/_2 \times 40$ fl. = 180 fl.

b) Wie viel verliert er durch Einwiegen? $4^1/_2 \times 3$ Pfd. = $13^1/_2$ Pfd.

c) Wie viel löst er? 450 — $13^1/_2$ = $436^1/_2$ Pfd. à $^2/_5$ fl. = $174^3/_5$ fl.

d) Wie groß ist sein Verlust überhaupt? 180 fl. — $174^3/_5$ fl. = $5^2/_5$ fl.

e) Wie viel Prozent? 180 fl. thun $6^2/_5$ fl. Verlust; was thun 100 fl.?

11) G kauft 21 Eimer Wein à 21 Thlr. und verkauft denselben wieder mit 25 % Gewinn; wie viel Thlr. gewinnt er im Ganzen?

25 % = $^1/_4$ vom Ganzen; $^1/_4$ von 21 × 21 Thlrn. = $110^1/_4$ Thlr.

12) Ein Handelsmann kauft das Pfd. Saffran für $31^1/_2$ fl., muß aber aus Noth wieder verkaufen und verliert 15 % daran; wie theuer hat er verkauft?

15 % = $^3/_{20}$; $^3/_{20} \times 31^1/_2$ fl. = $4^{29}/_{40}$ fl. Verlust; $31^1/_2$ fl. — $4^{29}/_{40}$ fl. = $26^{31}/_{40}$ fl.

13) A kauft die Elle Zeug für $3^3/_4$ fl.; wie muß er sie wieder

geben, um 20% zu gewinnen? (Um $3\frac{3}{4}$ fl. + $\frac{1}{5} \times 3\frac{3}{4}$ fl. = $4\frac{1}{2}$ fl.

14) Ich kaufe den Ctr. Oel für 24 fl.; wie muß ich 1 Pfd. verkaufen, um 18 % zu gewinnen? Antwort: Zu $16\frac{124}{125}$ kr.

a) 100 fl. Einkauf thun 118 fl. Verkauf, was thun 24 fl. Eink.? ($28\frac{8}{25}$ fl.)
b) 100 Pfd. zu $28\frac{8}{25}$ fl.; wie viel kostet 1 Pfd.?

15) Es verkauft Jemand die Elle für 3 fl. 45 kr. und gewinnt 15% dabei; wie theuer hat er dieselbe eingekauft? (3 fl. $15\frac{15}{23}$ kr.)

100 fl. Einkauf + 15 fl. Gewinn = 115 fl. Verkauf. Nun heißts: 115 fl. Verkauf thun 100 fl. Einkauf; was thun $3\frac{3}{4}$ fl. Verkauf?

16) Eine Elle andern Tuches verkauft er für 2 fl. 42 kr. und verliert 15% dabei; wie viel hat ihn dieselbe gekostet? (3 fl. $10\frac{10}{17}$ kr.)

100 Einkauf — 15 fl. Verlust = 85 fl. Verkauf: Nun heißts: 85 fl. Verkauf thun 100 fl. Einkauf; was thun $2\frac{7}{10}$ fl. Verkauf?

17) **A** und **B** kaufen den Eimer zu 13 fl. 30 kr. **A** gibt denselben wieder zu 18 fl. 12 kr., **B** zu 21 fl. 24 kr. Jener verkauft das Jahr hindurch 200 Eimer, dieser 75 Eim. a) Wie viel nimmt Jeder an dem Eimer Gewinn? Wie viel **B** mehr als **A**? b) Wie viel nimmt Jeder Prozent? Wie viel **B** mehr als **A**? c) Wie viel gewinnt Jeder pro anno? Wessen Gewinn übersteigt im Ganzen den des Andern und um wie viel?

Antwort: a) A nimmt am Eimer 4 fl. 42 kr., B 7 fl. 54 kr. Gewinn, B also 3 fl. 12 kr. mehr als A. b) A gewinnt $34\frac{22}{27}$ %, B $58\frac{14}{27}$ %; B gewinnt also $23\frac{19}{27}$ % mehr als A. c) A gewinnt pro anno 940 fl., B 592 fl. 30 kr.; A gewinnt also im Ganzen 347 fl. 30 kr. mehr als B.

18) Zwei Kaufleute, **B** und **C**, bekommen die Elle Tuch zu 3 fl. 30 kr. **B** begnügt sich mit 12 % Gewinn, **C** nimmt 20 %. Dagegen verkauft **B** in 5 Monat eben so viel als **C** in $1\frac{1}{2}$ Jahr. a) Um wie viel baares Geld gibt **B** die Elle billiger als **C**? b) Wie viel beträgt eines Jeden Gewinn Prozent pro anno?

Antw. a) C gibt die Elle um 4 fl. 12 kr., B um 3 fl. $55\frac{1}{5}$ kr., mithin um $16\frac{4}{5}$ kr. wohlfeiler als C. b) Der Gewinn Prozent pro anno beträgt bei B $28\frac{4}{5}$, bei C $13\frac{1}{3}$.

Was folgt hieraus? Derjenige wird auf die Länge die besten Geschäfte machen, welcher gute Waare führt und sich im Einzelverkaufe mit einem mäßigen Gewinne begnügt.

VI. Zins-Rechnung.

A hat eine Summe Geldes baar vorräthig. Da er dieselbe für sich nicht mit Vortheil zu verwenden weiß, so leiht er sie dem **B**, der sie in Grundstücken oder im Handel nutzbringend anlegt. Dafür gibt **B** dem **A** jährlich eine bestimmte Vergütung. Diese nennt man den Zins, und ihre Größe wird vom oder für das Hundert, mithin nach Procenten festgesetzt. Besteht also das dargeliehene Geld, Kapital genannt, in 300 fl., und hat **B** dafür jährlich 4 vom Hundert (4%) zu zahlen; so beträgt der Jahreszins 3 × 4 fl. oder

12 fl. — Weil bei der Zinsberechnung der Zins vom Hundert, gleichwie bei der Längenmessung der Fuß, als Maßstab dient; so nennt man ihn den Zinsfuß. — Der Ausdruck von 100 ist unbenannt. Man muß sich aber jedesmal dieselbe Münzsorte dazu denken, in welcher das Kapital besteht, wovon der Zins zu berechnen ist. 4% kann also heißen:

von je 100 Gulden Kapital jährlich 4 fl. Zins,
von je 100 Thalern Kapital jährlich 4 Thaler Zins,
von je 100 Groschen Kapital jährlich 4 Groschen Zins rc.

Noch ist zu bemerken, daß man den Darleiher auch Gläubiger oder Kreditor und den, welcher das geliehene Geld empfängt, den Schuldner nennt.

Die Zahl der Prozente bezeichnet den Zins von 100 gewöhnlich auf ein Jahr. Ist nun das Kapital größer oder kleiner als 100 fl. oder Thlr. und die Zeit = 1 Jahr, so hängt der gesuchte Zins allein von dem Kapitale ab; ist hingegen das Kapital = 100 fl. oder Thlr. rc. und die Zeit über oder unter 1 Jahre, so ist der gesuchte Zins allein von der Zeit abhängig. In beiden Fällen ist daher die Zinsrechnung eine einfache. Ist aber der Zins zu suchen aus einem Kapitale, das größer oder kleiner ist als 100, und zugleich auf eine Zeit, welche mehr oder weniger als 1 Jahr beträgt; ist also der gesuchte Zins durch Kapital und Zeit zugleich bedingt: so ist die Zinsrechnung eine zusammengesetzte. — Uebrigens kann nicht nur der Zins, sondern auch das Kapital, der Zinsfuß und die Zeit in Frage stehen.

A. Einfache Zinsrechnung.

a) Der Zins ist zu berechnen.

Mündlich.

1) Wie viel Zins geben 200 fl. (300 kr., 400 Thlr.) zu $3\frac{1}{2}$%?

100 fl. Kapital geben $3\frac{1}{2}$ fl. Zins; 200 fl. K. geben $2 \times 3\frac{1}{2}$ fl. od. 7 fl. Zs.

2) Welchen Zins tragen 50 kr. ($33\frac{1}{3}$ fl., 25 Thlr.) zu $4\frac{1}{2}$%?

100 kr. geben $4\frac{1}{2}$ kr. Zins, 50 kr. die Hälfte davon, nämlich $2\frac{1}{4}$ kr.

3) Wie viel Zins werfen 65 Thlr. (40 kr., 75 fl.) zu 5% ab?

a) 65 Thlr. = 50 + 10 + 5 Thlr., macht $\frac{1}{2} \times 5$ Thlr. + $\frac{1}{10} \times 5$ Thlr. + $\frac{1}{20} \times 5$ Thlr. Zins.

b) 1 Thlr. gibt $\frac{1}{100}$ von 5 Thlr. = $\frac{1}{20}$ Thlr. Zs., 65 Thlr. $65 \times \frac{1}{20}$ Thlr.

c) 5 Thlr. geben $\frac{1}{20}$ von 5 Thlr. = $\frac{1}{4}$ Thlr. Zins, 65 Thlr. $13 \times \frac{1}{4}$ Thlr.

d) 5% = $\frac{1}{20}$ vom Ganzen; $\frac{1}{20}$ von 65 Thlrn. = $3\frac{1}{4}$ Thlr.

4) Wie viel Zins tragen 495 fl. (375 Thlr., 250 kr.) zu 4%?

a) 495 fl. = 400 fl. + 50 + 25 + 20 fl.; 400 fl. geben 4×4 od. 16 fl. rc.

b) 495 fl. = 500 fl. — 5 fl. und geben daher 5×4 fl. — $\frac{1}{20} \times 4$ fl. Zs.

5) Welchen Zins tragen 100 fl. zu $4\frac{3}{4}$% in 5 (7, 9) Jahren?

100 fl. tragen in 1 Jahr $4\frac{3}{4}$ fl. Zins, in 5 J. also $5 \times 4\frac{3}{4}$ fl. = $23\frac{3}{4}$ fl.

6) Wie viel Zins werfen 100 Thlr. zu $3\frac{3}{4}$% ab in 6 Mon.?

In 1 Jahr $3\frac{3}{4}$ Thlr., in 6 Monaten die Hälfte davon, nämlich $1\frac{7}{8}$ Thlr.

7) Welchen Zins geben 100 kr. zu 3% in 8, (9, 10, 11 Mon.)

a) In 12 Mon. 3 kr., in 1 Mon. $\frac{1}{12} \times 3$ kr. $= \frac{1}{4}$ kr., in 8 Mon. $8 \times \frac{1}{4}$ kr.
b) Auf 12 Mon. 3 kr., auf 4 Mon. $\frac{1}{3} \times 3$ kr. $= 1$ kr, auf 8 M. 2×1 kr.
c) 8 M. $= \frac{2}{3}$ Jahre; auf 1 J. 3 kr., auf $\frac{2}{3}$ Jahre $\frac{2}{3} \times 3$ kr.
d) 8 Mon. $6 + 2$ M.; auf 6 Mon. $\frac{1}{2} \times 3$ kr., auf 2 Mon. $\frac{1}{6} \times 3$ kr.

8) Wie viel Zins tragen 100 Gr. zu 6% in 2 J. 4 Mon.?

a) In 2 Jahren 2×6 Gr. $= 12$ Gr.; in 4 Mon. $\frac{1}{3} \times 6$ Gr. $= 2$ Gr. 2c.
b) 2 J. 4 Mon. $= 28$ M.; auf 1 M. $\frac{1}{12} \times 6$ Gr., auf 28 M. 28mal 2c.
c) 2 J. 4 Mon. $= 2\frac{1}{3}$ J.; auf $2\frac{1}{3}$ J. machts $2\frac{1}{3} \times 6$ Gr. $= 14$ Gr.

Aufgaben zur weiteren Uebung s. Kopf- oder Denkrechnen S. 34 ff.

Schriftlich.

Beispiel: Wie viel Zins werfen 855 fl. Kap. zu $4\frac{1}{2}$ % ab?

Nach dem Zweisatze.

100 fl. Kap. $4\frac{1}{2}$ fl. Zins.
855 fl. " ?

100 fl. K.
1 "
855 "

$$\frac{9 \times 855}{2 \times 100}$$

100 fl. K. $3\frac{1}{2}$ fl. Z.
855 fl. " ?

100 fl. K.		$4\frac{1}{2}$ fl.
1 " "	100	
855 " "		855
	2	9
	200	7696

Nach der Proportion.

Je größer das ausgeliehene Kapital ist, desto größer ist der jährliche Zins. Doppeltes Kapital, doppelter Zins; 3faches Kapital, 3facher Zins 2c. Sowie sich also 100 fl. Kapital zu 855 fl. Kap. verhalten, eben so verhält sich der jährliche Zins aus 100 fl. zu dem Zinse aus 855 fl.

100 fl. K. : 855 fl. K. $= 4\frac{1}{2}$ fl. Zs. : x.

1) Wie viel Zins geben in einem Jahre

400 fl. Kpt. zu 4 %?	500 Kpt. zu $3\frac{1}{2}$ % ?
800 fl. " " 3 %?	700 " " $4\frac{1}{4}$ % ?
1200 fl. " " 5 %?	1800 " " $4\frac{3}{4}$ % ?

2) Wie viel beträgt der jährliche Zins

von 36 fl. Kpt. zu 3 %?	von 64 fl. Kpt. zu $4\frac{1}{2}$ % ?
" 75 fl. " " 4 %?	" 45 fl. " " $3\frac{3}{4}$ % ?
" 80 fl. " " 5 %?	" 58 fl. " " $5\frac{1}{4}$ % ?

3) Wie groß ist der Jahreszins aus

135 fl. Kpt. zu $3\frac{1}{2}$ %?	3750 fl. Kpt. zu $3\frac{1}{4}$ % ?
357 fl. " " $4\frac{1}{2}$ %?	5895 Thl. " " $4\frac{3}{4}$ % ?
725 Thlr. " " 4 %?	12580 fl. " " 5 % ?

b) Das Kapital ist zu berechnen.

Beispiel. Welches Kapital trägt jährlich zu 4% $18\frac{1}{2}$ fl. Zs?

Mündlich. Hier ist das Kapital zu $18\frac{1}{2}$ fl. Zins zu suchen. Um dieß thun zu können, so muß das Kapital zu einem andern Zinse gegeben sein. Das ist der Fall. Der Ausdruck 4% zeigt an, daß zu 4 fl. Zins 100 fl. Kapital gehören. Die Aufgabe heißt also: Zu 4 fl. Zins gehören 100 fl. Kapital; welches Kapital gehört zu $18\frac{1}{2}$ fl. Zins? Dieß läßt sich auf verschiedene Weise finden.

a) Muß man, um 4 fl. Zins zu erhalten, 100 fl. Kapital ausstehen haben, so braucht man zu 1 fl. Zins den 4. Theil von 100 fl. = 25 fl. Kapital, zu $18\frac{1}{2}$ fl. Zs., also $18\frac{1}{2} \times 25$ fl. Kap.; 18×25 fl. = 450 fl.; $\frac{1}{2} \times 25$ fl. = $12\frac{1}{2}$ fl.; $450 + 12\frac{1}{2} = 462\frac{1}{2}$ fl.

b) So vielmal 4 fl. Zins, so vielmal 100 fl. Kpt. Zu $18\frac{1}{2}$ fl. Zins sind daher so vielmal 100 fl. Kap. erforderlich, als 4 fl. in $18\frac{1}{2}$ fl. Zins enthalten sind. 4 in $18\frac{1}{2}$ = $\frac{8}{2}$ in $\frac{37}{2}$ = 8 in 37 = $4\frac{5}{8}$mal. $18\frac{1}{2}$ fl. sind also $4\frac{5}{8} \times 4$ fl.; folglich bedarf man zu $18\frac{1}{2}$ fl. Zins $4\frac{5}{8} \times 100$ fl. Kpt.; $4\frac{5}{8} \times 100$ fl. = $462\frac{1}{2}$ fl.

4 fl. Zs.	100 fl. K.	4 fl. Zs. : $18\frac{1}{2}$ fl. Zs. = 100 fl. : x
$18\frac{1}{2}$ fl. Zs.	?	x = $462\frac{1}{2}$ fl.

4) Welches Kapital trägt jährlich

zu 4 %	48 fl. Zs.?	zu $3\frac{1}{2}$%	50 fl. Zs.?
zu 3 %	100 fl. Zs.?	zu $4\frac{1}{2}$%	96 Thlr. Zs.?
zu 5 %	324 fl. Zs.?	zu $3\frac{3}{4}$%	120 fl. Zs.?

c) Der Zins Prozent ist zu suchen.

Beispiel 1. A nimmt von 800 fl. Kapital jährlich 36 fl. Zins ein; zu wie viel Prozent ist das Kapital ausgeliehen?

Aufl. Hier ist der Zins pro cent, d. i. vom Hundert zu berechnen und der Zins von 800 fl. ist bekannt. 800 fl. Kpt. tragen 36 fl. Zins. Mithin kommt auf das Hundert der 8. Theil von 36 fl. Der 8. Theil von 36 fl. ist $4\frac{1}{2}$ fl. Das Kapital ist demnach zu $4\frac{1}{2}$ vom Hundert, d. i. zu $4\frac{1}{2}$ % ausgestellt.

Beispiel 2. Von 75 Thlr. Kpt. erhält man 3 Thlr. $22\frac{1}{2}$ Gr. Jahreszins, wie viel %?

Mündlich. Um aus dem gegebenen Zinse von 75 Thlr. Kapital den Zins pro cent oder vom Hundert zu finden, so schließe ich von 75 Thlr. auf 25 Thlr. und von 25 Thlr. auf 100 Thlr. 75 Thlr. Kpt. geben $3\frac{3}{4}$ Thlr. Zins; 25 Thlr. Kpt. geben $1\frac{1}{4}$ Thlr. Zins; 100 Thlr. Kpt. = $4 \times 1\frac{1}{4}$ = 5 Thlr. Zins. Die 75 Thlr. Kpt. sind demnach zu 5% ausgeliehen. — Oder: 75 : 100 = $1\frac{1}{3}$, $1\frac{1}{3} \times 3\frac{3}{4} = 5$.

75 Thlr. K.	$3\frac{3}{4}$ Thlr. Zs.	75 Thlr. : 100 Thlr. = $3\frac{3}{4}$ Thr. Z. : x
100 Thlr. K.	?	

Bei welchen procenten geben

725 fl. Kp. 29 fl. Zs.? (4%.)	1250 Th. Kp. $62\frac{1}{2}$ Thl. Zs.? (5%.)
875 fl. Kp. 35 fl. Zs.? (4%.)	1534 fl. Kpt. $69\frac{3}{100}$ fl. Zs.? ($4\frac{1}{2}$ %.)
365 fl. Kp. $14\frac{3}{5}$ fl. Zs.? (4%.)	2004 fl. Kp. $100\frac{1}{5}$ fl. Zs.? (5%.)

d) die Zeit ist zu berechnen.

Beispiel: In welcher Zeit tragen 100 fl. zu $4\frac{1}{2}$ % 25 fl. Zs.?

Sollen 100 fl. $4\frac{1}{2}$ fl. Zs. abwerfen, so müssen sie 1 Jahr ausstehen; um $\frac{1}{2}$ fl. Zs. zu tragen $\frac{1}{9} \times 1$ Jahr $= \frac{1}{9}$ Jahr; um 25 fl. Zins zu tragen, $50 \times \frac{1}{9} = 5\frac{5}{9}$ Jahre oder 5 Jahre $6\frac{2}{3}$ Mon. — Oder: 100 fl. K. tragen $4\frac{1}{2}$ fl. Zins in 1 Jahre, $2 \times 4\frac{1}{2}$ fl. Zins in 2×1 J., $3 \times 4\frac{1}{2}$ fl. Zs. in 3×1 Jahr, 25 fl. Zins also in so vielmal 1 Jahr, als $4\frac{1}{2}$ fl. Zins in 25 fl. enthalten sind rc.

$4\frac{1}{2}$ fl. Zs.	1 Jahr	$4\frac{1}{2}$ fl. Zins. : 25 fl. Zs. = 1 J. : x
25 fl. Zs.	?	x = $5\frac{5}{9}$ Jahre.

In welcher Zeit geben 100 fl.

zu $4\frac{3}{4}$ % 18 fl. Zins? (In 3 J. $9\frac{9}{19}$. M.)
zu $3\frac{1}{2}$ % $27\frac{3}{4}$ fl. Zins? (In 7 J. $1\frac{1}{7}$ Mon.)

In welcher Zeit geben 100 Thlr.

zu 5% 23 Thlr. Zins? (In 4 J. $7\frac{1}{5}$ M.)
zu 4% $11\frac{2}{3}$ Thlr. Zs.? (In 2 J. 11 M.)

B. Zusammengesetzte Zinsrechnung.

a) Der Zins ist zu berechnen.

Beispiel 1. Was tragen 640 fl. zu $3\frac{1}{2}$ % in 4 Jahren Zs.?

Mündlich. Bevor ich berechne, was der Zins auf 4 Jahre beträgt, suche ich, wie viel derselbe auf 1 Jahr macht. 640 fl. Kapital tragen zu $3\frac{1}{2}$ % $6\frac{2}{5} \times 3\frac{1}{2}$ fl. = 22 fl. 24 kr. Beträgt der Zins auf 1 Jahr 22 fl. 24 kr., so macht er auf 4 Jahre 4×22 fl. 24 kr. = 88 fl. + 1 fl. 36 kr. = 89 fl. 36 kr.

Oder: Ich suche zuerst den Zins von 100 fl. auf 4 Jahre. Derselbe ist $4 \times 3\frac{1}{2} = 14$ fl. Also beträgt der Zins aus 640 fl. auf diese Zeit $6\frac{2}{5} \times 14$ fl.

Zweisatz.

100 fl.	1 J.	4 fl. Zs.
640 fl.	4 J.	?

100 fl.	1 J.	$\frac{4 \times 640 \times 4}{100}$
1 „	1 „	
640 „	1 „	
— „	4 „	

100 fl.	1 J.	4 fl. Zs.
640 fl.	4 J.	?

100 fl.		4 fl.
1 „	100	
640 „ (1 J.)		640
4 „		4

Proportion.

100 fl. K. : 640 fl. K. = 4 fl. Zs. : x
1 J. : 4 J.

100 fl. K. : 2560 fl. K. = 4 fl. Zs. : x

Je mehr Kap., desto mehr Zins.
Je länger das K. aussteht, desto mehr Zins wirft es ab.

Was 640 fl. in 2 Jahren Zins tragen, das tragen 2×640 fl. in 1 Jahre, und was 640 fl. in 4 Jahren Zins abwerfen, das geben

4 × 640 oder 2560 fl. in 1 Jahre. Die Aufgabe ist jetzt: 100 fl. geben in 1 Jahre 4 fl. Zins, was geben 2560 fl. in 1 Jahre? Die zusammengesetzte Zinsrechnung ist also in eine einfache verwandelt.

Beispiel 2. Wie viel Zins geben 730 fl. K. zu 5% in 7 M.?

Mündlich. Man sucht zuerst, wie viel Zins 730 fl. in 1 Jahre geben, und leitet hieraus den Zins für 7 Monate ab. — Oder man sucht zuerst, was 100 fl. Kap. in 7 Mon. Zins abwerfen, und sodann, was 730 fl. K. in dieser Zeit ertragen.

Zweisatz.

100 fl. K.	12 M.	5 fl. Zs.	
730 fl. K.	7 M.	?	
100 fl.	12 M.	$\frac{5 \times 730 \times 7}{100 \times 12}$	
1 "	— "		
730 "	— "		
— "	1 "		
— "	7 "		

100 fl. K.	12 M.	5 fl. Zs.		
730 fl. "	7 "	?		
100 fl. K.				5 fl.
1 " "			100	
730 " " (12 M.)				730
	1 "		12	
	7 "			7

Proportion.

100 fl. K. :	730 fl. K.	= 5 fl. Zs. : x		Je mehr Kap., desto mehr Zins, je weniger lang das Kapital aussteht, desto weniger Zins.
12 Mon. :	7 Mon.			
1200 fl. :	5110 fl.	= 5 fl. Zs. : x		

Was 100 fl. Kap. in 12 Mon. Zins tragen, das tragen 12 × 100 oder 1200 fl. Kap. in 1 Mon., und was 730 fl. Kapital in 7 Mon. Zins abwerfen, das werfen 7 × 730 oder 5110 fl. Kap. in 1 Monat ab.

Beispiel 3. Wie viel beträgt der Zins aus 875 fl. Kpt. zu 5% auf 3 Jahre 10 Mon. und 15 Tage? Antw.: 135 fl. $37\frac{1}{2}$ kr.

Mündlich und schriftlich.

In 1 Jahre geben 875 fl. zu 4% $8\frac{3}{4}$ × 4 = 35 fl. Zs.

in 3 Jahren	3 × 35 fl.	=	105 fl.
in 6 Mon.	$\frac{1}{2}$ × 35 fl.	=	17 fl. 30 kr.
in 3 Mon.	$\frac{1}{4}$ × 35 fl.	=	8 fl. 45 kr.
in 1 Mon.	$\frac{1}{3}$ × 8 fl. 45 kr.	=	2 fl. 55 kr.
in $\frac{1}{2}$ Mon.	$\frac{1}{2}$ × 2 fl. 55 kr.	=	1 fl. $27\frac{1}{2}$ kr.

also in 3 Jahren 10 Mon. 15 Tg. = 135 fl. $37\frac{1}{2}$ kr.

Zweisatz.

100 fl. K. 12 M. 4 fl. Zs.
875 fl. K. $46\frac{1}{2}$ M. ?

Proportion.

100 fl. K. :	875 fl. K.	= 4 fl. Zs. : x
12 M. :	$46\frac{1}{2}$ M.	
100 fl. :	875 fl.	= 4 fl. : x
24 M. :	93 Mon.	

Wie viel Zins ertragen

1) 400 fl. K. zu 4 % in 5 J.? 365 fl. zu $3\frac{1}{2}$ % in $2\frac{1}{2}$ J.
1200 fl. K. zu 6 % in 7 J.? 720 fl. zu $4\frac{1}{2}$ % in $5\frac{3}{4}$ J.
2740 Thl. K. zu 5 % in 6 J.? 1470 fl. zu 5 % in $7\frac{5}{6}$ J.

2) 300 fl. K. zu $2\frac{1}{2}$ % in 8 M.? 580 fl. zu 4 % in $5\frac{3}{5}$ M.?
960 fl. K. zu $3\frac{3}{4}$ % in 10 M.? 740 fl. zu 5 % in $9\frac{2}{3}$ M.?
4800 fl. K. zu 4 % in 7 M.? 284 fl. zu $3\frac{1}{2}$ % in $8\frac{1}{2}$ M.?

3) 1750 fl. K. zu 4 % in 7 M. 24 Tg.? (Antw.: $45\frac{1}{2}$ fl.)
4) 8520 fl. zu $3\frac{1}{2}$ % in 8 Mon. 25 Tag.? (216 fl. $30\frac{6}{73}$ kr.)
5) 370 fl. zu 5% vom 15. Aug. bis 20. Dezbr.? ($6\frac{61}{144}$ fl.)
6) 735 fl. zu $2\frac{3}{4}$ % vom 25. Juli 1853 bis 1. März 1854?
Antw.: Auf 219 Tg. 12 fl. 7 kr. $2\frac{219}{365}$ pf.
7) 480 fl. zu $3\frac{1}{3}$ % v. 1. Mai 1852 — 15. Sept. 1854? (38 fl.)
8) 3150 fl. zu $4\frac{1}{4}$ % v. 12 Febr. 1851 — 22. Aug. 1854?
Antwort: 472 fl. 16 kr. $3\frac{1}{2}$ pf.

b) Das Kapital ist zu berechnen.

Beispiel 1. Welches Kapital wirft zu 5 % in 6 Jahren 480 fl. Zins ab?

Wie zu einem gegebenen einfachen Jahreszins das Kapital gefunden wird, ist uns bekannt. Hier soll das Kapital zu dem gegebenen 6fachen Jahreszins berechnet werden. Wie thut man dieß? Man führt den 6fachen Jahreszins auf den einfachen zurück und sucht dann zu diesem das Kapital. — Der 6jährige Zins = 480 fl.; der 1jährige also = 80. Nun ist die Frage: Welches Kapital gibt zu 5% jährlich 80 fl. Zins? Zu 5 fl. Zins gehören 100 fl. Kapital; mithin gehört zu 80 oder 16 mal 5 fl. Zs. ein Kapital von 16 mal 100 = 1600 fl.

Beispiel 2. Wie groß ist das Kapital, welches zu 4% in 8 Mon. 44 fl. Zins erträgt?

Wie vorhin den Zins für die 5 Jahre, so berechnet man auch hier den Zins für die 8 Monate zuerst auf 1 Jahr. Gibt das Kapital in 8 Monat 44 fl. Zins so gibt es in 4 Mon. 22 fl. und in 12 Mon. 66 fl. Jetzt ist wieder die Frage: Welches Kapital erträgt bei 4 % in 1 Jahre 66 fl. Zins? Da hier 4 fl. Zins 100 fl. Kapital erfordern, so gehören zu 66 oder $16\frac{1}{2}$ × 4 fl. Zins $16\frac{1}{2}$ × 100 fl. Kapital; $16\frac{1}{2}$ × 100 fl. = 1650 fl.

Anm. In beiden Fällen wird die Antwort auch gefunden, wenn man den Zins vom Hundert auf die gegebene Zeit berechnet und dann sucht, wie oft derselbe in dem gegebenen Zinse enthalten ist. Der Quotient gibt das gesuchte Kapital in Hunderten.

Beispiel 3. Es hatte Jemand ein Kapital zu $3\frac{1}{2}$ % ausstehen, welches ihm in 4 Jahren 8 Monaten 392 fl. Zinsen ertrug. Wie groß war dasselbe? Antw.: 2400 fl.

In zwei einfache Zinsrechnungen zerlegt.

Auf $3\frac{2}{3}$ Jahre beträgt der Zins 392 fl.; wie viel auf 1 J.? (84 fl.)
Zu $3\frac{1}{2}$ fl. Zs. gehören 100 fl. K.; wie viel zu 84 fl. Zs. (2400 fl.)

Durch einen Ansatz.

12 Mon.	3½ fl. Zs.	100 fl. K.
56 Mon.	392 fl. Zs.	?

12 M.	3½ fl. Zs.	$\frac{100.\ 12.\ 2.\ 392.}{56.\ 7}$
1 „	— „ „	
56 „	— „ „	
— „	½ „ „	
— „	1 „ „	
— „	392 „ „	

12 M.	3½ fl. Zs.	100 fl. K.
56 M.	392 fl. Zs.	?

12 Mon.			100 fl.
			12
1 Mon.			
56 „	(3½ fl.)	56	
	½ „	7	
	1 „		2
	392 „		392

Sprechweise: Soll das Kapital in 12 Monat 3½ fl. Zs. abwerfen, so muß es 100 fl. betragen, soll es schon in 1 Mon. 3½ fl. Zins abwerfen, so muß es 12 × 100 fl, betragen; soll es aber erst in 56 Mon. 3½ fl. Zs. abwerfen, so genügt $^1/_{56}$ davon. Soll das Kapital in dieser Zeit nur ½ fl. ertragen, so ist wieder nur $^1/_7$ desselben nöthig; soll es 1 fl. ertragen, so muß es 2mal so groß sein, und soll es 392 fl. Zins abwerfen, so muß es wieder 392mal so viel betragen.

Proportion. Zu suchen ist das Kapital, welches dem Zinse von 392 fl. entspricht; gegeben ist das Kapital zu 3½ fl. Zins. Zu 3½ fl. Zins gehören 100 fl. Kpt.; zu 392 fl. Zs. ist ein größeres Kapital erforderlich. Das erste Verhältniß ist daher zunehmend zu setzen.

3½ fl. Zs: : 392 fl. Zs. = 100 fl. K. : x

3½ fl. sind der 1jährige Zins aus 100 fl. Wären auch die 392 fl. einjähriger Zins, so würde das gesuchte Kapital so vielmal 100 fl. betragen, als 3½ fl. in 392 fl. enthalten sind. Die 392 fl. sind aber der Zins auf 4 J. 8 M. Soll ein Kapital bei demselben Zinsfuße in 2 Jahren nur eben so viel Zins ertragen, als ein anderes in 1 Jahre; so braucht es in 1 Jahre nur halb so viel Zins zu geben, als dieses, und braucht daher auch nur halb so groß zu sein. Und soll ein Kapital in 4 Jahren nur eben so viel Zins abwerfen, als ein anderes in 1 Jahr; so braucht es in 1 Jahre nur ¼ mal so viel Zins zu tragen, als dieses und braucht daher auch nur ¼ so groß zu sein. Je größer also die Zeit ist, in welcher ein gewisser Zins abgeworfen werden soll, desto kleiner kann das Kapital sein, das hierzu erforderlich ist, und umgekehrt. Daß die 392 fl. Zs. nicht in 1 Jahre, sondern erst in 4 J. 8 Mon. abgeworfen werden, wirkt daher nicht zunehmend auf das gesuchte Kapital, sondern abnehmend. Wie werden wir demnach setzen müssen?

3½ fl. Zs. : 392 fl. Zs. = 100 fl. K. : x
56 Mon. : 12 Mon.

Welches Kapital erträgt

9) bei 4 % in 3 Jahren 150 fl. Zs.? Antw.: 1250 fl. Kpt.
10) zu 3½ % in 8 Jahren 450 Thlr. Zs.? Antw.: 1607$^1/_7$ Thlr.?
11) zu 5 % in 10 Mon. 48 fl. Zs.? Antw.: 1152 fl. Kpt.

12) bei $4\frac{1}{2}$ % in $1\frac{1}{3}$ J. $176\frac{2}{3}$ fl. Zs.? Antw.: $2944\frac{4}{9}$ fl. K.
13) zu 4 % in $3\frac{1}{2}$ Mon. 420 fl. Zins? Antw.: 36000 fl. K.
14) zu $5\frac{1}{2}$ % in 4 Mon. 88 Thlr. Zs.? Antw.: 4800 Thlr. K.

c. Der Zins procent ist zu berechnen.

Beispiel: Das Kapital von 480 fl. wirft in 4 Jahren 96 fl. Zinsen ab; zu wie proc. ist dasselbe ausgeliehen? Antw.: Zu 5%.

Mündlich. Wie viel pro cent? = wie viel Zins jährlich vom Hundert? Es ist hier also der jährliche Zins von 100 fl. Kapital zu suchen. Gegeben ist was 480 fl. Kapital in 4 Jahren Zins ertragen. Werfen 480 fl. Kpt. in 4 Jahren 96 fl. Zins ab, so macht das auf 1 Jahr den 4. Theil von 96 fl. = 24 fl. 480 fl. Kpt. geben also in 1 Jahre 24 fl. Zins; was geben 100 fl.? 480 = 48 × 10 = 24 × 20. Kommen daher auf 480 fl. Kpt. 24 fl. Zs, so kommt auf 20 fl. Kpt. nur der 24. Theil von 24 fl. = 1 fl.; auf 100 oder 5 × 20 fl. treffen also 5 × 1 fl. = 5 fl. Das Kapital ist demnach zu 5 pro cent ausgeliehen.

Zweisatz.			Proportion.
480 fl. K.	4 J.	96 fl. Zs.	480 fl. K. : 100 fl. K. = 96 fl. Zs. : x
100 fl. K.	1 J.	?	4 J. : 1 J.

Man erhält an Zins.

15) von 120 fl. Kpt. in 3 J. 18 fl.; wie viel %? (5%.)
16) von 72 Thlr. Kpt. in 7 Mon. 3 Thlr.; wie viel %? ($7\frac{1}{7}$ %.)
17) von 7440 fl. in 5 J. 1302 fl.; wie viel %? ($3\frac{1}{2}$ %.)
18) von 4230 Thlr. in 4 J. 846 Thlr.; wie viel %? (5%.)

d. Die Zeit ist zu berechnen.

Beispiel. 625 Thlr. Kapital haben zu 4% in einer gewissen Zeit 180 Thlr. Zs. ertragen. Wie lange sind sie ausgestanden?

Mündlich. 625 Thlr. Kpt. ertragen zu 4% in 1 Jahre $6\frac{1}{4}$ × 4 oder 25 Thlr. Zins. In 2 Jahren ertragen sie 2 × 25 Thlr, in 3 Jahren 3 × 25 Thl. u. s. f. Die 625 Thl. Kpt. werden daher, um 180 Thlr. Zinsen abzuwerfen, so vielmal 1 Jahr ausstehen müssen, als 25 Thlr. in 180 Thlr. enthalten sind. 25 Thlr. sind in 180 Thlr. (= 175 + 5) Thlr. $7\frac{1}{5}$ mal enthalten. Mithin müssen 625 Thlr. Kpt., um 180 Thlr. Zinsen zu tragen, $7\frac{1}{5}$ × 1 Jahr = $7\frac{1}{5}$ Jahr lang ausgestanden sein.

Zweisatz.

100 Thlr. K.	4 Thlr. Zs.	1 J.	100 Thl. K.	4 Th. Z.	1 J.
625 Thlr. K.	180 Thlr. Zs.	?	625 Thl. K.	180 Th. Z.	?

100 Thlr. K.	4 Thlr. Zs.	$\frac{1.100.180}{625.4}$
1 "	— "	
625 "	— "	
— "	1 "	
— "	180 "	

100 Th. K.			1 J
1 "			100
625 "	(4 Thlr. Zs.)	625	
1 " "		4	
180 " "			180

Sprechweise: 100 Thlr. K. müssen, um 4 Thlr. Zins abzuwerfen, 1 Jahr ausstehen; 1 Thlr. Kpt. 100 mal so lang; 625 Thlr. Kpt. den 625. Theil dieser Zeit. Die Ausrechnung würde jetzt ergeben, wie lange 625 Thlr. Kpt. ausstehen müssen, um 4 Thlr. Zins zu ertragen. Um 1 Thlr. Zins zu geben, brauchen sie nur $^1/_4$ dieser Zeit, um aber 180 Thlr. Zins abzuwerfen, 180 mal so lang.

Proportion.

625 Thlr. K. : 100 Thlr. K. = 1 J. : x
4 Thlr. Z. : 180 Thlr. Zs.

100 Thlr. müssen, um einen gewissen Zins abzuwerfen, 1 Jahr ausstehen; 625 Thlr. brauchen, um denselben Zins zu ertragen, nicht so lange. Das Verhältniß der beiden Kapitale muß also abnehmend sein. — Um 4 Thlr. Zs. zu erhalten, muß ich ein gewisses Kapital 1 Jahr ausstellen; um 180 Thlr. Zins zu bekommen, muß ich dasselbe Kapital länger ausleihen. Das Verhältniß, welches die Zinse bilden, ist daher zunehmend zu setzen.

In welcher Zeit ertragen

19) 350 Kpt. zu 4 % 70 fl. Zins? (In 5 Jahren.)
20) 800 Thlr. Kpt. zu 6 % 336 Thlr. Zins? (In 7 Jahren.)
21) 3000 fl. Kpt. zu 5 % 750 fl. Zins? (In 5 Jahren.)
22) 730 fl. Kpt. bei 5 % $182^1/_2$ fl. Zins? (In 5 Jahren.)

C. Kapital und Zins vereinigt.

Beispiel 1. 650 fl. werden zu 5 % ausgeliehen; wie viel betragen Kapital und Zins zusammen in 3 Jahren?

a. Der jährliche Zins = $32^1/_2$ fl., der dreijährige = $97^1/_2$ fl.; 650 + $97^1/_2$ = $747^1/_2$ fl.
b. 100 fl. geben zu 5 % in 3 Jahren 15 fl. Zs. und betragen daher mit dem Zinse 115 fl.; 200 fl. machen mit dem 3jährigen Zinse 2 × 115 fl.; 300 fl. machen 3 × 115 fl.; 650 fl. machen also $6^1/_2$ × 115 fl. = $747^1/_2$ fl.

100 fl. K. 115 fl. K. + Z. 100 fl. K. : 650 K. = 115 fl. : x
650 fl. K. ? x = $747^1/_2$ fl.

Beispiel 2. Ein zu 4 % ausgestelltes Kapital betrug nach $2^1/_2$ Jahre mit dem Zinse 825 fl.; wie groß war das Kapital?

100 fl. machen zu 4 % in $2^1/_2$ Jahre mit dem Zinse 110 fl. Unter 110 fl. Kpt. und Zs. befinden sich also 100 fl. Kapital; wie viel unter 825 fl.? Antw.: So vielmal 100 fl., als 110 fl. in 825 fl. enthalten sind. Oder:

110 fl. 100 fl. K. 110 fl. : 825 fl. = 100 fl. : x
825 fl. ? x = 750 fl. Kapital.

D. Zins aus Zins.

Beispiel. Es entlehnt Jemand 1000 fl. Kpt., gibt 5 % und läßt den fälligen Zins alljährlich wieder zum Kapitale schreiben. Zu welcher Summe wird das Kapital innerhalb dreier Jahre anwachsen?

Erste Berechnung.

Da das Kapital zu 5 % aussteht, so machen 100 fl. desselben mit dem einjährigen Zinse 100 + 5 = 105 fl. In gleichem Maße wächst das ganze Kapital. Es bildet sich daher die Aufgabe:

1) 100 fl. Kpt. machen 105 fl. Kpt. u. Zs.; was 1000 fl. Kpt.?

Antwort: 1050 fl. Im zweiten Jahre sind daher, statt 1000 fl., 1050 fl. zu verzinsen.

2) 100 fl. Kpt. machen 105 fl. Kpt. und Zs.; was thun 1050 fl.?

Antwort: $1102\frac{1}{2}$ fl. Dieß ist die Summe, welche im dritten Jahre zu verzinsen ist.

3) 100 fl. Kpt. machen 105 fl. Kpt. u. Zs.; was thun $1102\frac{1}{2}$ Kpt.?

Antwort: $1157\frac{5}{8}$ fl. Wird also der fällige Zins alljährlich wieder zum Kapital geschlagen und mit demselben verzinst; so machen 1000 Kpt. zu 5 % nach Ablauf dreier Jahre $1157\frac{5}{8}$ fl.

Würde der fällige Zins nicht zum Kapital geschrieben und mit verzinset, so würden Kapital und Zins nach 3 Jahren 1000 fl. + 3 × 50 fl. = 1000 + 150 = 1150 fl. betragen. $1157\frac{5}{8}$ fl. — 1150 fl. = $7\frac{5}{8}$ fl. Diese $7\frac{5}{8}$ fl. sind der eigentliche Zins aus Zins. Sie berechnen sich aus den 50 fl. Zins des ersten Jahres, welche im zweiten und dritten Jahre, und aus den 50 + $2\frac{1}{2}$ fl. Zins des zweiten Jahres, welche im dritten Jahre mit dem ursprünglichen Kapitale zur Verzinsung kommen.

Zweite Berechnung.

Der Zinsfuß = 5, der jährliche Zins also $\frac{1}{20}$ des Kapitals. Kapital und Zins zusammen genommen betragen daher nach jedem Jahre 1 + $\frac{1}{20}$ oder $\frac{21}{20}$ mal so viel als die zinstragende Summe. Mithin machen 1000 fl., wenn der Zins alljährlich wieder zum Kapitale geschlagen und mit verzinset wird,

nach 1 Jahre . . . . . . $\frac{21}{20} \times 1000$ fl.

nach 2 Jahren . . . $\frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times 1000$ fl.

nach 3 Jahren . . $\frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times 1000$ fl.

$$= \frac{9261}{8000} \times 1000 = \frac{9261000}{8000} = \frac{9261}{8} = 1157\frac{5}{8} \text{ fl.}$$

Obgleich abgekürzt, so ist doch auch diese Berechnung, wenn die Ausführung nicht mittelst der Logarithmen geschieht, immerhin noch sehr mühsam. Wir geben daher zum Gebrauche für den Lehrer und zur etwaigen Mittheilung an die Schüler nachfolgende Tabelle, worin der Zinseszins vom Hunderttausend zu 3, $3\frac{1}{2}$, 4, $4\frac{1}{2}$ und 5 % auf 35 Jahre berechnet ist.

100000 fl. machen in

Jahren.	zu 3 %.	zu $3\frac{1}{2}$ %.	zu 4 %.	zu $4\frac{1}{2}$ %.	zu 5 %.
1	103000	103500	104000	104500	105000
2	106090	107123	108160	109203	110250
3	109273	110872	112486	114117	115763
4	112551	114752	116986	119252	121551
5	115927	118769	121665	124619	127628
6	119405	122926	126532	130226	134010
7	122987	127228	131593	136086	140710
8	126677	131681	136857	142210	147746
9	130477	136290	142331	148610	155133
10	134392	141060	148024	155297	162889
11	138423	145997	153945	162285	171034
12	142576	151107	160103	169588	179586
13	146853	156396	166507	177220	188565
14	151259	161869	173168	185194	197993
15	155797	167535	180094	193528	207893
16	160471	173399	187298	202237	218287
17	165285	179468	194790	211338	229202
18	170243	185749	202582	220848	240662
19	175351	192250	210685	230786	252659
20	180611	198979	219112	241171	265330
21	186029	205943	227877	252024	278596
22	191610	213151	236992	263365	292526
23	197359	220611	246472	275217	307152
24	203279	228333	256330	287601	322510
25	209378	236324	266584	300543	338635
26	215659	244596	277247	314068	355576
27	222129	253157	288337	328201	373346
28	228793	262017	299870	342970	392013
29	235657	271188	311865	358404	411614
30	242726	280679	324340	374532	432194
31	250008	290503	337313	391384	453804
32	257508	300671	350806	408998	476494
33	265234	311194	364838	427403	500319
34	273191	322086	379432	446636	525335
35	281386	333359	394609	466735	551602

Anwendung.

Wird gefragt: Wie viel machen 500 fl. zu $3\frac{1}{2}$ % mit Zinseszins in 10 Jahren? so heißt es: 100000 fl. machen in 10 Jahren 141060 fl.; wie viel thun 500 fl.?

100000 fl. 141060 fl. 100000 : 500 = 141060 fl. : x
500 fl. ? x = $705\frac{3}{10}$ fl.

Wird gefragt: Wie groß war anfänglich das Kapital, welches in 24 Jahren zu 5% durch Zins und Zinseszins auf $3870\,^3/_{25}$ fl. anwuchs? so heißt es: das Kapital, welches in 24 J. auf 322510 fl. anwuchs, betrug ursprünglich 100000 fl; wie viel betrug anfänglich das auf $3870\,^3/_{25}$ fl. angewachsene Kapital?

322510 fl. 100000 fl. $322510 : 3870\,^3/_{25} = 100000$ fl. : x
$3870\,^3/_{25}$? $x = 1200$ fl.

VII. Die Rabatt=Rechnung.

A kauft von B Waaren. Der Betrag dafür ist nach einem Jahre zahlbar, d. h. derselbe darf ein Jahr lang unverzinslich stehen bleiben. Mithin kann A die hierzu nöthige Summe noch 1 Jahr zu seinem Nutzen verwenden. Zahlt er aber aus irgend einem Grunde sogleich, so geht dieser Vortheil auf B über. Dafür gewährt dann B dem A einen verhältnißmäßigen Abzug. Dieser Abzug heißt Rabatt.

Wie der Zins, so wird auch der Rabatt pro cento d. i. vom Hundert festgesetzt. Man sagt z. B. es werden 4% Interessen, und: es werden 4% Rabatt gegeben. Der letztere Ausdruck läßt sich aber in einem doppelten Sinne nehmen. A erhält 4% Rabatt, kann heißen:

a) A zahlt anstatt 100 nur $100 - 4 = 96$ (Rabatt in 100);
b) A zahlt anstatt $100 + 4$ oder 104 nur 100 (Rabatt auf 100).

Durch die Rabattberechnung soll sich weder für den einen Theil, noch für den andern ein Gewinn oder Verlust ergeben. Die Summe, welche nach Abzug des Rabattes zu bezahlen ist, soll daher immer genau so viel betragen, daß sie bei den gegebenen Procenten bis zur Verfallzeit so viel Interessen gibt, als der Rabatt ausmacht.

Gewährt B dem A 4% Rabatt in 100, so erhält er anstatt 100 fl. nur $100 - 4 = 96$ fl. 96 fl. machen zu 4% in 1 Jahre $3\,^{21}/_{25}$ fl. Zins. 4 fl. Rabatt hat B gegeben, $3\,^{21}/_{25}$ fl. Zins nimmt er dagegen ein; folglich hat er $^4/_{25}$ fl. Verlust.

Gestattet B dem A 4% Procent Rabatt auf 100, so erhält er für je 104 fl. nur 100 fl. baar. 100 fl. tragen zu 4% in 1 Jahre netto 4 fl. Zins. Der von ihm gegebene Rabatt und der dafür erhaltene Zins heben sich also in diesem Falle gegenseitig auf.

Die Berechnung des Rabattes auf 100 ist demnach nur allein die richtige. Gleichwohl geschieht es, daß die Kaufleute, Wechsler und Buchhändler den Rabatt in 100 berechnen.

Die ursprüngliche Summe, welche nach einer gewissen Zeit zu zahlen ist, nennt man das Kapital, die Schuld oder den künftigen Werth, und die vor dem Zahlungstermine gezahlte und um den Rabatt verkürzte Summe die Baarzahlung, den baaren oder gegenwärtigen Werth.

a) Rabatt in Hundert.

1) Ich kaufe für 125 fl. Bücher, welche erst nach Abfluß von 1 Jahre zu bezahlen sind, aber auch mit 10% Rabatt sogleich bezahlt werden können. Wie viel habe ich zu zahlen, wenn ich das Geld sogleich erlege?

Aufl. Von 100 fl. gehen 10 fl. ab, von 25 fl. also der 4. Theil von 10 $= 2\frac{1}{2}$ fl., und von 125 ($= 5 \times 25$) fl. $5 \times 2\frac{1}{2} = 12\frac{1}{2}$ fl. Ich zahle daher 125 fl. — $12\frac{1}{2}$ fl. $= 112\frac{1}{2}$ fl.

Oder: 125 fl.$= 1\frac{1}{4} \times 100$ fl.; also erhalte ich von 125 fl. auch $1\frac{1}{4} \times 10 = 12\frac{1}{2}$ fl. Rabatt; 125 fl. — $12\frac{1}{2}$ fl. $= 112\frac{1}{2}$ fl.

Oder: Bei 10% in Hundert beträgt der Rabatt $\frac{1}{10}$ der Schuld; $\frac{1}{10}$ von 125 fl. $= 12\frac{1}{2}$ fl. 2c.

Oder: Für 100 fl. zahle ich $100 - 10 = 90$ fl., für 25 fl. $\frac{1}{4} \times 90 = 22\frac{1}{2}$, und für 125 fl. $5 \times 22\frac{1}{2} = 112\frac{1}{2}$ fl.

Oder: Zahle ich für 100 fl. nur 90, so habe ich für 125 fl. $1\frac{1}{4} \times 90 = 90 + 22\frac{1}{2} = 112\frac{1}{2}$ fl. zu entrichten.

2) A kauft für 272 fl. Bücher und erhält da er sogleich bezahlt, 10% Rabatt. Wie viel darf er nur zahlen? ($244\frac{4}{5}$ fl.)

3) Ein Handelsmann bezieht aus einer Fabrik für 1380 fl. Waare, zahlbar nach 6 Monat, oder baar mit 8 % Rabatt. Wie viel beträgt die baare Zahlung?

Aufl. Von 100 fl. gehen 8 fl. ab, von 1380 ($= 13\frac{4}{5} \times 100$) fl. also $13\frac{4}{5} \times 8$ fl $= 104 + 6\frac{2}{5} = 110\frac{2}{5}$ fl. Es bleiben also 1380 fl. — $110\frac{2}{5}$ fl. $= 1269\frac{3}{5}$ fl. zu zahlen.

4) B kauft für 2400 fl. Waaren, welche über 8 Monate zahlbar sind, aber auch mit $\frac{3}{4}$ % monatlichen Rabatt (oder Diskonto) sogleich bezahlt werden können. Wie viel beträgt die baare Zahlung?

Aufl. Auf 1 Monat ist der Rabatt $= \frac{3}{4}$ %, auf 8 Monat also $8 \times \frac{3}{4} = 6$ %; $24 \times 6 = 144$ fl. ganzer Rabatt. 2400 fl. — 144 fl. $=$ 2256 fl. Baarzahlung.

5) C kauft einen Wechsel im Betrage von 800 fl., welcher nach 4 Monat zahlbar ist, mit $\frac{1}{2}$ % monatlichen Rabatt. Wie viel muß er zahlen? Antw.: 784 fl.

6) D kauft einen Wechsel von 1500 Thlr, zahlbar über 3 Monate, mit $\frac{3}{4}$ % monatlichen Rabatt. Wie viel hat er zu zahlen? Antwort: $1466\frac{1}{4}$ Thlr.

b) Rabatt auf Hundert.

1) E kauft einen Acker um 600 fl. mit der Bedingung, daß der Kaufschilling ein Jahr unverzinst stehen bleibe. Einen Tag darauf gehen dem Käufer unerwartet 600 fl. ein und der Verkäufer könnte das Geld jetzt auch recht wohl brauchen. Beide kommen nun dahin überein, daß E jetzt gleich, jedoch nur so viel zahle, daß die gezahlte Summe, zu 5 % verzinst, mit diesem Zinse bis zum Zahlungstermine gerade 600 fl. betrage. Wie viel wird E nur zahlen dürfen?

Aufl.: Zu 5% verzinst machen 100 fl. nach 1 Jahre mit den Zinse 105 fl.; 100 fl. baar haben also den künftigen Werth von 105 fl. Mithin sind umgekehrt 105 fl. Schuld = 100 fl. baar. Die Aufgabe ist daher: E zahlt für 105 fl. Schuld 100 fl. baar; wie viel hat er für 600 fl. Schuld zu zahlen? Antwort: $571^3/_7$ fl.

Oder: Von 105 fl. Schuld erhält E 5 fl. Rabatt; wie viel von 600 fl.? Antwort: $28^4/_7$ fl.; er zahlt also 600 — $28^4/_7$ = $571^3/_7$ fl. baar.

2) Was sind 750 fl., nach einem Jahre zahlbar, bei 4% jetzt werth? Antwort: $721^2/_{13}$ fl.

3) Wie viel beträgt der jetzige Werth von 1250 fl., welche in 1 Jahre bezahlt werden sollen, bei 3%? Antw.: $1213^{61}/_{103}$ fl.

4) B kauft ein Haus für 4500 fl., über 3 Jahre zahlbar, oder baar mit 4% jährlichen Rabatt. B will seine Schuld sogleich abtragen. Wie viel braucht er nur zu zahlen?

Aufl. Der 1jährige Rabatt = 4 fl., der 3jährige Rabatt = 3 × 4 oder 12 fl.; 112 fl. Schuld machen also 100 fl. baar; wie viel machen 4500 fl. Schuld? Antwort: $4017^6/_7$ fl.

5) Ein Vater hat an seinen Stiefsohn einen Pflichttheil von 6400 fl. nach Abfluß von 5 Jahren hinaus zu zahlen. Der Sohn hat aber das Geld zur Begründung eines Geschäfts jetzt nöthig und will seinem Vater bei sofortiger Bezahlung 5% jährlichen Rabatt gestatten. Wie viel wird dieser nun zu zahlen haben? Antwort: 5120 fl.

6) Was sind 1200 Thlr., nach 10 Jahren zahlbar, bei $3^1/_2$% jetzt Werth? Antwort: $8888^8/_9$ Thlr.

D. Die Ketten-Rechnung.

Die Kettenrechnung oder Kettenregel, nach dem holländischen Kaufmann Rees welcher sie besonders in Aufnahme brachte, auch Rees'scher Satz genannt, wird von Manchen unbedingt gelobt, von Manchen unbedingt verworfen. Wir thun weder das Eine, noch das Andere. In Wahrheit empfiehlt sie sich durch ihre Leichtigkeit im Ansatze, durch ihre Uebersichtlichkeit in der Darstellung und, insofern durch sie gewisse Aufgaben, die sonst nur mittelst zwei oder mehrerer Ansätze zu lösen, sind, in einem Ansatze ausgerechnet werden können, durch ihre Kürze. Eben so gewiß ist aber auch, daß der Rees'sche Satz sehr leicht und schnell zum todten Mechanismus heruntersinkt, daß er mit dem Kopfrechnen in gar keiner Verbindung steht und somit der Grundlage entbehrt, welche Klarheit und Dauer verleiht, und daß er weder in allen Fällen vortheilhaft, noch überall, namentlich bei den Aufgaben mit umgekehrten Verhältnissen, ausreichend ist. Da derselbe jedoch seiner oben erwähnten Vortheile wegen im Geschäftsleben immer in Geltung bleiben wird, so kann er auch aus der Schule nicht unbedingt verwiesen werden. Seiner Nachtheile wegen ist er aber auch nicht unbedingt darin einzuführen. Am wenigsten hat man Ursache, dieß zu thun, wenn die Schüler bereits nach dem Zweisatze rechnen. Denn diejenigen Aufgaben, wobei Reduktionen und Resolutionen vorkommen, lassen sich eben so gut durch ihn, als durch den Rees'schen Satz behandeln; solche Aufgaben aber, welche sich nur

durch diesen auf einmal berechnen lassen, kommen im gemeinen Leben selten vor und werden deßhalb zweckmäßiger durch einzelne Schlußrechnungen aufgelöst, als durch die Kettenrechnung, für deren Richtigkeit der Rechner am Ende doch keine andere Garantie hat, als eben nur die vielleicht nie recht begriffene Regel.

I. Einfache Aufgaben mit Resolutionen und Reduktionen.

1) Mit einfachbenannten ganzen Zahlen.

Aufgabe 1. Was kosten 4 Ctr., wenn man für 12 kr. 1 Pfd. kauft?

Ansatz und Berechnung.

?	4 Ctr.
Ctr. 1	100 Pfd.
Pfd. 1	12 kr.
kr. 60	1 fl
5	20
1	80 fl.

„**Was kosten (?) 4 Centner.**“ Da uns die Aufgabe sagt, wie viel 1 Pfd. kostet so müssen wir die 4 Ctr in Pfd. verwandeln; wir setzen daher „**1 Ctr. = 100 Pfd.**“; die 4 Ctr. sind also = 4 × 100 Pfd.

„**1 Pfd kostet 12 kr**“; 4 × 100 Pfd. kosten also 4 × 100 × 12 kr.

Da sich voraussichtlich eine große Anzahl von Kreuzern ergibt, so verwandeln wir sie sogleich in Gulden. Wir setzen daher zum Schlusse noch **60 kr. = 1 fl.**

Das ist der Ansatz. Er wird gelesen: Was kosten 4 Ctr., wenn 1 Ctr. = 100 Pfd., 1 Pfd. = 12 kr. und 60 kr. = 1 fl.?

4 Ctr. oder 4 × 100 Pfd. kosten 4 × 100 × 12 kr. oder, was eben so viel ist, 4 × 100 × 12 × 1 fl., dividirt durch 60. 12 gegen 60 aufgehoben, gibt 5; 5 gegen 100 aufgehoben, gibt 20; 20 × 4 = 80. Also kosten 4 Ctr. 80 fl.

Worin besteht nun das Eigenthümliche dieser Rechnungsart?

1) Die Zahlen stehen in 2 senkrechten Reihen untereinander.

2) Als erstes Glied der linken Reihe steht ein Fragezeichen (häufig mit dem Namen der gesuchten Größe) und ihm gegenüber als erstes rechtes Glied die gegebene Größe, wovon der Werth zu suchen ist.

3) Das linke Glied jeder folgenden (wagrechten) Zeile schließt sich durch gleichen Namen an das vorherstehende rechte an.

4) Jede wagrechte Zeile enthält 2 gleiche Werthe.

5) Die rechte Reihe ist als Dividend, die linke als Divisor anzusehen.

Da die Glieder des Ansatzes durch Namen und Werth wie die Glieder einer Kette zusammenhängen, so wird er Kettensatz und das ganze Verfahren Kettenregel oder Kettenrechnung genannt.

2) Das Loth zu 18 kr.; wie theuer sind 3 Ctr.? (2880 fl.)

3) Mit 24 kr. kauft man 1 Qt; wie hoch kommen 5 Pfd.? (256 fl.)

4) Der Bogen Papier zu 3 pf.; wie v. fl. k. der Ballen? (60 fl.)

5) Die Maas Wein zu 48 kr.; wie hoch k. 1 Fdr.? ($614^2/_5$ fl.)

6) 1 Karat f. Gold zu 16 fl.; was kosten 12 köln. Mark? (4608 fl.)
7) Ein Pfd. zu 64 fl.; wie viele Kreuzer kostet 1 Qt.?

Ansatz und Berechnung:

? kr.	1 Qt,	Wie viele kr. kostet 1 Qt., da
4	1 Lth.	4 Qt. = 1 Loth,
32	1 Pfd.	32 Lth. = 1 Pfd.,
1	64 fl.	1 Pfd. = 64 fl.
1	60 kr.	1 fl. = 60 kr.
1	30 kr.	

1 Pfd. ist = 32 × 4 Qt. und kostet 64 × 60 kr. Um also zu finden, was 1 Qt. kostet, so muß man mit 4 × 32 in 64 × 60 kr. dividiren. 4 und 32 können gegen 64 und 60 aufgehoben werden, wodurch sich ohne weiteres Rechnen sogleich die Antwort ergibt.

8) Für 160 fl. kauft 4 Ctr.; wie hoch kommt 1 Lth.? (3 pf.)
9) Was kostet die Maas, das Fuder zu 350 fl.? (27 kr. $1\frac{1}{8}$ pf.)
10) A verdient in 8 Jahren 1372 fl.; wie viel in 1 Monat? Antwort: 14 fl. $17\frac{1}{2}$ kr.
11) 6 Ries Papier zu 15 fl.; wie hoch kommt 1 Bch.? ($7\frac{1}{2}$ kr.)
12) Die Mark fein Silber zu 24 fl.; wie theuer 1 Gran? (5 kr.)
13) 24 Pfd. kosten 70 fl.; was kosten 7 Loth? (38 kr. $1\frac{1}{8}$ pf.)

Ansatz und Berechnung:

?	7 Lth.	Was kosten 7 Loth; wenn
32	1 Pfd.	32 Loth = 1 Pfd. und
24	70 fl.	24 Pfd. dem Werthe nach = 70 fl.?
1	60 kr.	24 Pfd. oder 24 × 32 Loth kosten 70 fl.;
32	1225 kr.	7 Loth kosten so viel mal 70 fl., als 24

× 32 Loth in 7 Loth enthalten sind, mithin 7 × 70 fl., dividirt durch 24 × 32. Es ist leicht einzusehen, daß der Divisor größer wird, als der Dividend. Weil sich deßhalb ganze Gulden nicht ergeben, so verwandelt man die 70 fl. sogleich in Kreuzer. Dieß geschieht, indem man noch setzt: 1 fl. = 60 kr. Dann hebt man 24 gegen 60 und 70 auf.

14) 8 Pfd. zu 45 kr.; was kosten 15 Ctr.? (140 fl. $37\frac{1}{2}$ kr.)
15) Wie viel Geld braucht B in 4 Tg.; da er in 13 Wochen 50 fl. nöthig hat? Antwort: 2 fl. $11\frac{79}{91}$ kr.
16) 12 Ms. zu 54 kr.; wie hoch kommen 6 Eimer? ($28\frac{4}{5}$ fl.)

2) Mit Brüchen.

Beispiel. Ein Dampfschiff legt in $4\frac{1}{6}$ Std. $64\frac{4}{5}$ Seemeilen zurück; wie weit kommt dasselbe in $18\frac{3}{4}$ Std.? Antw. $291\frac{3}{5}$ Seemeilen.

Ansatz und Berechnung.

? M.	$18\frac{3}{4}$ St.	Wie viele Meilen macht das Schff. in $18\frac{3}{4}$ Std.?
$4\frac{1}{6}$	$64\frac{4}{5}$ M.	In $4\frac{1}{6}$ Std. macht es $64\frac{4}{5}$ M.; also macht es in $18\frac{3}{4}$ Std. so vielmal $64\frac{4}{5}$ M., als $4\frac{1}{6}$ Std.
4	75	in $18\frac{3}{4}$ Std. enthalten sind, mithin
25	6	$18\frac{3}{4} \times 64\frac{4}{5}$ M., div. durch $4\frac{1}{6}$.
5	334	

$18\frac{3}{4} = \frac{75}{4}$; statt $\frac{75}{4}$ setze ich 75; hierdurch wird ein Faktor des Dividenden, mithin dieser selbst, 4mal so groß; soll der Quotient derselbe bleiben, so muß auch der Divisor 4mal so groß gemacht werden, und dieß geschieht, indem ich 4 als Faktor auf die linke Seite setze. — So mit allen Brüchen. — Hierauf werden die Faktoren des Divisors gegen die Faktoren des Dividenden so viel als möglich wieder gehoben.

17) 4 Personen verdienen $\frac{11}{12}$ fl., was 25 Personen? ($5\frac{35}{48}$ fl.)
18) C verdient in 27 Tg. $12\frac{2}{3}$ fl., wie viel in 6 Tg.? ($2\frac{22}{27}$ fl.)
19) Wie theuer sind 7 Schff., $\frac{3}{4}$ Mtz. zu 50 kr.? ($46\frac{2}{3}$ fl.)
20) 5 Pfd. zu 44 kr.; wie theuer sind $4\frac{1}{2}$ Loth? ($1\frac{19}{80}$ kr.)
21) $18\frac{3}{4}$ Pfd. zu $10\frac{2}{5}$ Thlr., was thun 25 Pfd.? ($13\frac{13}{15}$ Thlr.)
22) $3\frac{1}{8}$ Ellen Zeug zu $8\frac{1}{2}$ fl.; was kosten $\frac{3}{4}$ Ellen? ($2\frac{1}{25}$ fl.)

3) Mit mehrfach benannten Zahlen.

Beispiel. Für 8 Lth. 2 Qt. löst man 13 kr. 3 pf.; wie viel für 12 Pfd. 20 Loth? Antwort: 10 fl. $53\frac{1}{2}$ kr.

I. Vorarbeit.

a. Durch Resolviren.

8 Lth. 2 Qt. = 34 Qt.
13 kr. 3 pf. = 55 pf.
12 Pfd. 20 Lth. = 404 Lth.

b Durch Reduciren.

8 Lth. 2 Qt. = $8\frac{1}{2}$ Lth.
13 kr. 3 pf. = $13\frac{3}{4}$ kr.
12 Pfd. 20 Lth. = $12\frac{5}{8}$ Pfd.

II. Ansatz.

a.

? fl.	404 Lth.
1	4 Qt.
34	55 pf.
4	1 kr.
60	1 fl.
102	1111 fl.

b.

? fl.	$12\frac{5}{8}$ Pfd.
1	32 Lth.
$8\frac{1}{2}$	$13\frac{3}{4}$ kr.
60	1 fl.
102	1111 fl.

23) Was kosten 3 Pfd., 18 Lth. zu 12 fl. 36 kr. ($67\frac{1}{5}$ fl.)
24) Wie theuer sind 4 Eimer 48 Ms., 1 Fdr. zu 240 fl.? (95 fl.)
25) Eine französische Kilogramme ist nahe 1 Pfd. 24 Loth bayer. Gewicht. Wie viele Kilogramme sind 6 bayr. Ctr.? ($342\frac{6}{7}$ K.)
26) Was thun 28 Loth 2 Qt., 1 Ctr. zu 36 fl. 20 kr.? ($19\frac{133}{320}$ kr.)
27) Wie viel für 42 kr. 2 pf., wenn 8 Rth. 8 Fß. 18 fl. kosten? Antwort: $4\frac{5}{54}$ Fuß.

Wie jede der bisherigen Aufgaben auf einmal auch durch den Zweisatz gerechnet werden kann, zeigen die Beispiele 7 und 8 Seite 247 und Beispiel 7 S. 257. Die folgenden Aufgaben lassen sich sowohl durch den Zweisatz, als durch die Proportion nur durch 2 oder mehrere Ansätze rechnen.

II. Zusammengesetzte Aufgaben.

Beispiel. Wie viele Konventionsthlr. erhält man für 125 prß. Thlr., da 10 Konventionsthlr. = 24 fl. und 7 fl. = 4 prß. Thlr.? (Antwort: $91\frac{7}{48}$ Krthlr.)

Aufl. Wir verwandeln die 125 prß. Thlr. in Gulden und die Gulden in Konvthaler.

? Kvthlr.	125 pr. Thlr.	Wie viele Kvthlr. = 125 pr. Thlr?
4	7 fl.	So oft 4 pr. Thlr. in 125 pr. Thlr. enthalten sind, so vielmal 7 fl. kommen; also sind 125 pr. Thlr. = 125 × 7 fl. dividirt durch 4.
24	10 Kvthlr.	So oft in diesen Gulden 24 fl. ent-
96	8750	halten sind, so viel mal 10 Kvthlr.

kommen; also sind 125 pr. Thlr. = 125 × 7 × 10 Kvthlr., dividirt durch 4 × 24.

Das Fragesglied oben links und das Schlußglied unten rechts sind nun gleichnamig. Die Kette ist geschlossen, der Ansatz fertig.

Dieselbe Aufgabe

durch den Zweisatz: durch die Proportion:

a. 4 Thlr. 7 fl. a. 4 Thlr. : 125 pr. Thlr. = 7 fl. : x
125 „ ? $x = 218^3/_4$ fl.

b. 24 fl. 10 Kvthlr. b. 24 fl. : $218^3/_4$ fl. = 10 Kvthlr. : x
$218^3/_4$ fl. ? $x = 91^7/_{48}$ Kvthlr.

28) Ein Landmann hat 12 Mrg. Wiesen; von jedem Morgen erntet er 3 Fuhr Heu; jede Fuhr wiegt 18 Ctr.; jeden Ctr. verkauft er um 45 kr. Wie groß ist sein Erlös? Antwort: 486 fl.

29) Es hat Jemand 20 Tagwerk Feld mit Korn bestellt. Von jedem Tagwerk erntet er 115 Garben; von je 45 Garben bekommt er 1 Schff. Körner, welcher 270 Pfd. schwer ist. Der Müller liefert für 280 Pfd. Korn 240 Pfd. reines Backmehl; 3 Pfd. Mehl geben 4 Pfd. Brod; 6 Pfd. Brod kosten 24 kr. Wie viele Gulden macht der Ertrag der 20 Tagw.? ($1051^3/_7$ fl.)

30) Ein Nürnberger kauft in Hamburg 242 Pfd. Gewürz; 116 Pfd. in Hamburg thun 100 Pfd. in Nürnberg; von 25 Pfd. wiegt er 1 Pfd. ein; das Pfund gibt er für 48 kr. Wie viel löst er aus den 242 Pfd., die er in Hamburg eingekauft? (160 fl. $13^7/_{29}$ kr.)

Ansatz.

? fl.	242 Pfd. Hbg.	Wie viel fl. thun 242 Pfd. von Hamburg, wenn
116	100 Pfd. Nbg.	116 Pfd. von Hambg. = 100 Pfd. zu Nbg.,
25	24 Pfd.	25 Pfd. Einkauf = 24 Pfd. Verkauf,
1	48 kr.	1 Pfd. im Werthe = 48 kr. und
60	1 fl.	60 kr. = 1 fl.
145	23232 fl.	

31) Vier Fässer mit Oel wiegen 4 Ctr. 13 Pfd., 3 Ctr. 21 Pfd. 5 Ctr. 16 Pfd. und 3 Ctr. 75 Pfd. Wie viel ist dafür zu zahlen, wenn 10 % Tara gerechnet und für den Ctr. Netto 25 fl. $22^1/_2$ kr. entrichtet werden? Antw.: 371 fl. $6^9/_{16}$ kr.

32) Zwei Kisten Waare wiegen 8 Ctr. 70 Pfd. und 6 Ctr. 48 Pfd. Vom Ctr. Brutto werden $13^1/_2$ Pfd Tara abgerechnet. Wie viel muß man zahlen, wenn der Centner Netto $36^5/_6$ fl. kostet? Antwort: 483 fl. $38^{847}/_{1000}$ kr.

33) Ein Kaufmann erhält 3 Tonnen mit Honig. Sie wiegen 6 Ctr. 45 Pfd., 3 Ctr. 13 Pfd. und 5 Ctr. 48 Pfd. Was ist dafür zu zahlen, wenn man 12% Tara rechnet, und 14 Pfd. Netto 3 fl. 54 kr. kosten? Antwort: 369 fl. $10^{174}/_{175}$ kr.

34) Von 4 Kisten Seife wiegt die eine 3 Ctr. weniger 13 Pfd., die andere 4 Ctr. 1 Pfd, die dritte 4 Ctr. weniger 28 Pfd. und die vierte 3 Ctr. weniger 11 Pfd. Wenn nun 11% Tara abgerechnet werden und das Pfd. Netto $14^1/_2$ kr. kostet; wie viel ist zu zahlen? Antwort: 290 fl. $8^{169}/_{200}$ kr.

35) F läßt sich 3 Ctr. 75 Pf. Baumwolle á Pfd. 20 kr. kommen. Er findet aber, daß der Centner 12 Pfd von einer Sorte enthält, welche er nur zu 8 kr. brauchen kann. Wie viel wird er demnach im Ganzen zahlen? Antwort: 116 fl.

Ansatz und Berechnung:

a) für die bessere Sorte

? fl.	$3^3/_4$ Ctr.
1	88 Pfd.
1	20 kr.
60	1 fl.
1	110

b) für die geringere Sorte

? fl.	$3^3/_4$ Ctr.
1	12 Pfd. Fusti
1	8 kr.
60	1 fl.
1	6

36) Drei Fässer Waare wiegen 759 Pfd.; die Tara = 84 Pfd., und 100 Pfd. Netto enthalten 18 Pfd. einer geringeren Sorte; das Pfd. derselben wird zu 1 fl 12 kr. und das Pfd. guter Waare zu 1 fl. 48 kr. gerechnet. Wie viel kostet das Ganze?
Antwort: 1112 fl. 6 kr.

37) Ein Faß Waare hat 360 Pfd. Bruttogewicht. Von 100 Pfd. Brutto werden 10 Pfd. Tara abgerechnet, und unter 100 Pfd. Waare befinden sich 15 Pfd. einer geringeren Sorte. Wie viel ist zu bezahlen, wenn das Pfd. der besseren Sorte 1 fl. 24 kr. und das Pfd. der geringeren 50 kr. kostet? Antwort: 426 fl. $3^3/_5$ kr.

38) In Europa leben 210200000 Menschen, welche jährlich 568200000 Kilogrammen Zucker verzehren. Wie viel bayr. Pfd. kommen im Durchschnitt auf 1 Person? (1 Kilog. = 1000 Grammen und 560 Grammen = 1 bayer. Pfd.)
Antwort: 4 Pfd. 26 Lth. $1^{6331}/_{7357}$ Qt.

Münz-, Maß- und Gewichts-Reduktion.

A. Münzen.

I. Die Münzen der deutschen Bundesstaaten unter sich.

Die gemeinschaftlichen Silbermünzen für ganz Deutschland sind der einfache und der doppelte Vereinsthaler. Von jenem enthalten 30, von diesem 15 Stücke ein Zollpfund feines Silber. Wegen des Zusatzes wiegen aber schon 27 einfache oder $13^1/_2$ doppelte Thlr.

ein Pfund. Der einfache Vereinsthaler und der preuß. Thaler sind von gleichem Werthe. Die norddeutschen Staaten prägen auch noch Sechstelthaler, Zwölftelthaler und Groschenstücke, die süddeutschen dagegen Gulden, halbe Gulden ꝛc. und zwar werden aus dem Zollpfunde f. S. in Oesterreich 45, in den übrigen süddeutschen Staaten $52\frac{1}{2}$ Gulden geprägt. Daher sind

30 Vereinsthlr.	= 45 fl. österreich.	= $52\frac{1}{2}$ fl. bayer. ꝛc.
1 "	= $1\frac{1}{2}$ fl. "	= $1\frac{3}{4}$ fl. "
2 "	= 3 fl. "	= $3\frac{1}{2}$ fl. "
4 "	= 6 fl. "	= 7 fl.

1) Der Vereinsthaler und der Gulden des $52\frac{1}{2}$ fl.-Fußes

a. Mündlich.

1 Vereinsthlr. = $1\frac{3}{4}$ fl.	1 fl. = $\frac{4}{7}$ Vereinsthlr.
2 " = $3\frac{1}{2}$ fl.	2 fl. = $1\frac{1}{7}$ "
3 " = $5\frac{1}{4}$ fl.	3 fl. = $1\frac{5}{7}$ "
4 " = 7 fl.	7 fl. = 4 "

Aufgabe 1. 35 Vereinsthaler, wie viele Gulden?

Berechnung: 35 Vereinsthr. = 32 + 3 Vereinsthlr.; 1 Vereinsthlr. = 1 fl. + 30 kr. + 15 kr. = 1 + $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{4}$ fl.; 32 Vereinsthlr. also 32 + 16 + 8 = 56 fl.; 3 Vereinsthlr. = 5 fl. 15 kr.; 56 fl + 5 fl. 15 kr. = 61 fl. 15 kr. —

Oder: 4 Vereinsthlr. = 7 fl.; 32 oder 8 × 4 Vereinsthlr. = 8 × 7 oder 56 fl.; 3 Vereinsthaler = 5 fl. 15 kr.; 56 fl. + 5 fl. 15 kr. = 61 fl. 15 kr.

Anm. Dergleichen Aufgaben, von den leichteren zu den schwierigeren übergehend, gebe man so lange bis sie mit Fertigkeit gerechnet werden. Und wie hier, so thue man auch in den folgenden Fällen.

Aufgabe 2. A will 100 fl. mit Vereinsthlrn. zahlen; wie viele dergleichen wird er dazu brauchen?

Berechnung: 1 fl. = $\frac{4}{7}$ Vereinsthlr., 100 fl. = 100 × $\frac{4}{7}$ = $\frac{400}{7}$ Vereinsthlr.; $\frac{400}{7}$ = $\frac{350}{7}$ + $\frac{50}{7}$ = 50 + $7\frac{1}{7}$ oder $57\frac{1}{7}$; also ꝛc. — Oder: 7 fl. = 4 Vereinsthlr.; so vielmal 7 fl., so vielmal 4 Vereinsthr.; 100 = $14\frac{2}{7}$ × 7; demnach sind 100 fl. = $14\frac{2}{7}$ × 4 Vereinsthlr.; $14\frac{2}{7}$ × 4 = $57\frac{1}{7}$. Also braucht A $57\frac{1}{7}$ Vereinsthlr. oder 57 Vereinsthlr. und 15 kr.

Schriftlich.

Beispiel. 750 Vereinsthr., wie viele Gulden?

Zweisatz:

4 Vereinsthlr.	7 fl.
750 "	?

Proportion:

4 Thlr. : 750 Thlr. = 7 fl. : x
x = $1312\frac{1}{2}$ fl.

Kettensatz:

? fl.	750 Thlr.
4	7 fl.

Probe:

? Thlr.	$1312\frac{1}{2}$ fl.
7	4 Thlr.

Aufgaben.

840 Vereinsthlr. = 1470 fl.	365 fl. = $208\frac{4}{7}$ Vereinsthlr.
765 " = $1438\frac{3}{4}$ fl.	580 fl. = $331\frac{3}{7}$ "
1200 " = 2100 fl.	1500 fl. = $857\frac{1}{7}$ "

2) Der Vereinsthaler und der österreich. Gulden.

1 Vereinsthlr. = $1\frac{1}{2}$ fl. österr.	1 öster. fl. = $\frac{2}{3}$ Vereinsthlr.
2 „ = 3 fl.	3 „ fl. = 2 „

Aufgabe 1. 25 Vereinsthaler, wie viele österreichische Gulden?

Berechnung: 1 Vereinsthaler = $1\frac{1}{2}$ fl.; 25 Vereinsthlr. = 25 × $1\frac{1}{2}$ fl. Oder: 2 Vereinsthlr. = 3 fl.; 25 oder $12\frac{1}{2}$ × 2 Vereinsthaler. = $12\frac{1}{2}$ × 3 fl.; $12\frac{1}{2}$ × 3 fl. = $37\frac{1}{2}$ fl. Also ꝛc.

Aufgabe 2. 50 österreich. Gulden, wie viele Vereinsthlr.?

Berechnung: 1 öster. fl. = $\frac{2}{3}$ Vereinsthlr., 50 öster. = 50 × $\frac{2}{3}$ = $\frac{100}{3}$ oder $33\frac{1}{3}$ Vereinsthlr. — Oder: 3 österr. fl. = 2 Vereinsthlr.; 50 oder $16\frac{2}{3}$ × 3 österr. fl. = $16\frac{2}{3}$ × 2 Vereinsthlr.

Aufgaben für das schriftliche Rechnen.

175 Vereinsthlr. = $262\frac{1}{2}$ öster. fl.	365 öster. fl. = $243\frac{1}{3}$ Vthlr.
384 „ = 576 „ „	872 „ „ = $581\frac{1}{3}$ „
1760 „ = 2640 „ „	1540 „ „ = $1026\frac{2}{3}$ „

3) Der Gulden in Oesterreich und der Gulden in Bayern, Würtemberg ꝛc.

1 öster. fl. = $1\frac{1}{6}$ bayer. fl.	4 öster. fl. = $4\frac{4}{6}$ bayer. fl.
2 „ „ = $2\frac{2}{6}$ „ „	5 „ „ = $5\frac{5}{6}$ „ „
3 „ „ = $3\frac{3}{6}$ „ „	6 „ „ = 7 „ „

Aufgaben.

Mündlich.	Schriftlich.
12 öster. fl. = 14 bayr. fl.	374 öster. fl. = $436\frac{1}{3}$ bayr. fl.
30 „ „ = 35 „ „	732 „ „ = 854 „ „
50 „ „ = $58\frac{1}{3}$ „	825 bayr. „ = $707\frac{1}{7}$ öster. fl.
120 „ „ = 140 „ „	648 „ „ = $555\frac{3}{7}$ „ „

4) Kronenthaler und bayerische ꝛc. Gulden.

1 Krthlr. = 2 fl. 42 kr.	3 Krthlr. = 8 fl. 6 kr.	10 Krthlr. = 27 fl.
2 „ = 5 fl. 24 kr.	6 „ = 16 fl. 12 kr.	5 „ = $13\frac{1}{2}$ fl.
4 „ = 10 fl. 48 kr.	9 „ = 24 fl. 18 kr.	7 „ = 18 fl. 54 kr.
8 „ = 21 fl. 36 kr.		

Aufgabe 1. 28 Kronenthaler, wie viele Gulden?

Berechnung: 1 Krthlr. = 2 fl. + $\frac{1}{2}$ fl. + $\frac{1}{5}$ fl.; 28 Krthlr. also = 28 × 2 fl. + 28 × $\frac{1}{2}$ fl. + 28 × $\frac{1}{5}$ fl. = 56 fl. + 14 fl. + $5\frac{3}{5}$ fl. = $75\frac{3}{5}$ fl.

Oder: 10 Krthlr. = 27 fl.; 20 oder 2 × 10 Krthlr. = 2 × 27 oder 54 fl.; 8 Krthlr. = 21 fl. 36 kr.; 54 fl. + 21 fl. 36 kr. = 75 fl. 36 kr.

Oder: 4 Krthlr. = 10 fl. 48 kr.; 28 oder 7 × 4 Krthlr. = 7 × 10 fl. 48 kr. = 7 × 11 fl. — 7 × 12 kr. = 77 fl. — 1 fl. 24 kr. = 75 fl. 36 kr.

Aufgabe 2. Wie viele Kronenthlr. sind zu 100 fl. nöthig?

Berechnung: 27 fl. = 10 Krthlr.; 100 = 81 + 19; 81 oder 3 × 27 fl. = 3 × 10 oder 30 Krthlr.; 19 fl. = 18 fl. 54 kr. + 6 kr. = 7 Krthl. + 6 kr. Also sind 100 fl. nöthig 37 Krthlr. + 6 kr.

Aufgaben für das schriftliche Rechnen.

125 Krthlr. = $337\frac{1}{2}$ fl.	810 fl. = 300 Krthlr.
548 „ = $1479\frac{3}{5}$ fl.	986 fl. = $365\frac{5}{27}$ „
7532 „ = $20336\frac{2}{5}$ fl.	5400 fl. = 2000 „

5) Der Kronenthaler und der Vereinsthaler.

Aufgabe: 1890 Vereinsthlr., wie viele Krthlr.?

a. Man verwandelt die Vereinsthlr. in Gulden und die Gulden in Krthlr.

Zweisatz:		Proportion:
4 Vrthlr.	7 fl.	4 Vrthlr. : 1890 Vthlr. : 7 fl. : x
1890 „	?	x = $3307\frac{1}{2}$ fl.
27 fl.	10 Krthlr.	27 fl. : $3307\frac{1}{2}$ fl. = 10 Krthlr. : x
$3307\frac{1}{2}$ fl.	?	x = 1225 Krthlr.

Kettensatz:

? Krthlr.	1890 Vereinsthlr.
4	7 fl.
27	10 Krthlr.

b. Man sucht zuerst das Verhältniß der beiden Thaler zu einander. — 1 Vereinsthlr. = 105 kr., 1 Krthlr. = 162 kr.

105×162 kr. = 105 Krthlr.,
162×105 kr. = 162 Vereinsthlr.

Da nun $105 \times 162 = 162 \times 105$, so sind auch 105 Krthlr. = 162 Vereinsthlr., durch 3 gehoben: 35 Krthlr. = 54 Vereinsthlr. Nun heißt es: 54 Vereinsthlr. = 35 Krthlr.; was thun 1890 Vereinsthlr.?

Aufgaben.

154 Vthlr. = $99\frac{22}{27}$ Krthlr.	425 Krthlr. = $655\frac{5}{7}$ Vthlr.
365 „ = $236\frac{31}{54}$ „	789 „ = $1217\frac{11}{35}$ „
980 „ = $635\frac{5}{27}$ „	1200 „ = $1851\frac{3}{7}$ „

A kauft 1 Pferd für 273 Karolin; wie viele Krthlr. braucht derselbe, um diesen Betrag zu zahlen? Antwort: $1112\frac{2}{9}$ Krthlr.

B kauft ein Haus für 12750 prß. Thlr. und zahlt diesen Betrag mit Dukaten à 5 fl. 30 kr. Wie viele dergleichen Stücke sind dazu nöthig? Antwort: $4056\frac{9}{11}$ Dukaten.

Mit Aufgeld oder Agio.

Aufgabe 1. Wie viele Kronenthlr. erhält man für 224 fl. in Sechsern, wenn der Wechsler auf den Krthlr. 6 kr. Agio verlangt?

Aufl. Für 1 Krthlr. muß man ohne Agio 2 fl. 42 kr., mit 6 kr. Agio also 2 fl. 48 kr. = $2\frac{4}{5}$ fl. zahlen. Die Aufgabe heißt daher: Für $2\frac{4}{5}$ fl. erhält man 1 Krthlr., wie viel für 224 fl.? Antwort: 80 Krthlr.

Aufgabe 2. Die gemeinschaftlichen Goldmünzen für alle deutsche Bundes-Staaten sind die Krone und die halbe Krone. Von jener enthalten 50, und von dieser 100 Stück ein Zollpfund feines Gold. Das Zollpfund feines Gold kostet zur Zeit 795 bis 800 fl. Eine Krone wird also einen Werth von 16 fl. haben. — Wenn nun Jemand für 1263 fl. 36 kr. Silbergeld Kronen einwechseln will und der Wechsler für jedes Goldstück noch 12 kr. Aufgeld rechnet: wie viele Kronen wird er erhalten? Antwort: 78 Kronen.

Aufgabe 3. Ein Kleinhändler hat für 360 fl. Scheidemünzen. Wie viele Vereinsthlr. wird er dafür erhalten, wenn er 2% Agio gibt?

Durch den Zweisatz oder durch die Proportion.

a. 7 fl. machen 4 Vereinsthlr.; was thun 360 fl.? ($205^5/_7$ Thlr.)

b. Wegen der 2% Agio erhält man für 102 Thlr. Scheidemünzen nur 100 Vereinsthlr.; wie v. für $205^5/_7$ Thlr. Scheidemünzen? Antwort: $201^{81}/_{119}$ Thlr. = 201 Thlr. 1 fl. $11^8/_{17}$ kr.

Durch den Kettensatz.

? Vthlr.	360 fl.
7	4 Vthlr.
102	100 „

Der Eigenthümer der Scheidemünzen gibt 2% Aufgeld, d. h. er gibt 100 + 2 fl. oder Thaler in Scheidemünzen und erhält dafür 100 fl. oder Thlr. in grober Münze. Er bekommt daher für seine 360 fl. weniger Vereinsthl., als wenn er kein Agio zu geben hätte. Darum wird zuletzt noch gesetzt: 102 thun 100.

Würde der Eigenthümer der Scheidemünzen 2% Agio erhalten, so würde er für 100 fl. oder Thlr. 100 + 2, mithin mehr bekommen, als ohne Aufgeld. Dann wäre zu setzen: 100 thun 102.

Aufgabe 4. B besitzt 3600 Stück Dukaten. Er verwechselt sie zu 5 fl. 30 kr. gegen Silbergeld und erhält dabei $1^1/_2$ % Aufgeld. Wie viele Kronenthlr. wird er für seine Dukaten bekommen. Antw.: $7443^1/_3$ Krthlr.

II. Werth verschiedener mehr ausländischer Münzen, nach dem $52^1/_2$ fl. = Fuße.

Staaten.	Geldsorte.	fl.	kr.	pf.
Frankreich . . Belgien . . Schweiz . . .	1 Frank à 100 Centimen	—	28	—
Niederlande . .	1 Gulden à 100 Cent. .	1	—	—
Schweden . .	1 Speciesthlr. à 48 Schilling	2	40	—
Rußland u. Polen	1 Rubel à 100 Kopeken .	1	53	—
	Gold: $^1/_2$ Imperial . .	9	48	—
Dänemark . .	1 Reichsbanko-Thaler . .	1	20	—
	1 Species-Thaler . . .	2	40	—

Staaten.	Geldsorte.	fl.	kr.	pf.
Hamburg . .	1 Mark Courant . . .	—	43	—
	1 „ Banko, Rechnungsmünze	—	52	2
England . . .	1 Schilling à 12 Pence .	—	35	—
	1 Livre oder Pfund . . .	12	—	—
Lombardei . .	1 Scudo à 6 Lire . . .	2	27	—
Kirchenstaat . .	1 „ à 100 Bajochi .	2	30	2
Neapel . . .	1 „ à 100 „ .	2	24	2
Sardinien . .	1 Lire à 100 Centisimi .	—	28	—
Portugal . . .	1 Krone à 1000 Reis . .	2	51	—
Spanien . . .	1 Piaster	2	30	—
	1 Reale	—	7	2
	1 Duros à 20 Realen . .	2	27	—
Türkei . . .	1 Zwanzig-Piasterstück . .	2	5	—
	1 Piaster	—	6	1
Griechenland .	1 Drachma- od. 100 Leptastck.	—	25	1
Nord- u. Mittel-Amerika . .	1 Dollars à 100 Cent .	2	30	—
Brasilien . . .	1 Milreis	1	20	—
	Gold: 1 Eagle à 10 Dollar	24	45	—
Chili	1 Piaster	2	20	—
	1 Unze Gold = 17 Piaster			
China	1 Dollar à 1000 Cask. .	3	37	2
Ostindien . .	1 Rupie à 2 Schilling.	1	10	—

Vorstehende Tabelle läßt sich mannigfach benützen. Z. B. Wie viel betragen 725 Dollar à 2 fl. 30 kr. a) nach unserm Gelde? b) nach dem 45 fl.-Fuß? c) nach dem 30 Thlr.-Fuß? d) in russischen Rubeln à 1 fl. 53 kr.? e) in Mark Banko à $52^1/_2$ kr.?

B. Maße und Gewichte.

An die Stelle der bisher in den verschiedenen Staaten Deutschlands gebräuchlichen Gewichte ist schon vielfach das Zollgewicht getreten. Es ist daher zweckmäßig, die übrigen Gewichte damit zu vergleichen.

Das bayr. Pfd. = 560, das Zollpfund = 500 Grammen. Demnach sind

500 bayr. Pfd. = 560 Zollpfund,
50 „ „ = 56 „
25 „ „ = 28 „

1 bayer Pfd. = $1^3/_{25}$ Zollpfund und 1 Zollpfund = $^{25}/_{28}$ Pfund oder 28 Lth. bayerisch. Beim Zollgewicht hat der Ctr. 100 Pfd.; 1 Pfd. = 30 Loth, 1 Loth = 10 Quntchen, 1 Qt. = Cent, 1 Cent = 10 Korn.

Nachdem nun in mehreren deutschen Staaten, seit 1. Juli 1858 auch in Preußen, das Zollgewicht als allgemeines Landesgewicht eingeführt ist, ist der **Centner** in sämmtlichen Zollvereinsstaaten, dann in Portugal, Spanien (1 Quintal), in Dänemark, in der Schweiz, England, Nordamerika und China (1 Pikull) = 100 **Pfund**. *)

1 Skalpfd. in Schweden = $^8/_{10}$ Zllpf.	1 Kilogramm in Frankr. = 2 Zllpf.
1 Pud in Rußland = 40 "	1 " in Rheinb. = 2 "
1 Okka in der Türkei = $2^1/_2$ "	1 " in Belgien = 2 "
1 Seer in Ostindien = $^8/_{10}$ "	1 " in Sardin. = 2 "
1 ℔ Handelsgew. in Engl. = $1^1/_{10}$ "	1 " in Neapel = 2 "
1 Libbra in d. Lombardei = 2 "	1 Pond in d. Niederl. = 2 "

Das Schiffspfund oder Liespfund

in Mecklenburg, Braunschweig und Lübeck = 280 Zllpfd.
in Bremen . . . = 300 "
in Dänemark und Hamburg . . = 320 "
in Preußen und Sachsen . . = 330 "

Die Schiffslast

in Bremen, Dänemark, Lübeck und Preußen = 4000 "

2 bayr. Ellen = 3 Frankf. Ellen	1 bayr. Schff. = 4 preuß. Schff.
3 " " = 4 würtemb. "	4 " " = 5 würtb. "
4 " " = 5 preuß. "	9 " " = 19 sächs. "
5 " " = 7 badischen "	1 " " = 3 Wiener "
7 " " = 10 Augsb. "	2 " " = 3 bad. Mltrn.
9 " " = 5 franz. "	4 " " = 7 Darmst. "
32 " " = 41 Nürnb. "	1 " " = 2 Mainzer "

Aufgaben.

1) Wie viel beträgt 1 bayr. Elle zu Frankfurt a/M.?

Berechnung. 2 bayr. Ellen = 3 Frkf. Ellen; folglich beträgt 1 bayr. Elle die Hälfte von 3, nämlich $1^1/_2$ Frkft. Ellen.

1 bayr. Elle, wie viele würtembergische, preuß. Ellen ꝛc.?
1 bayr. Scheffel, wie viele würtemb., Kasseler ꝛc. Schff.?

2) 120 Ellen in Bayern thun wie viele Ellen in Baden?

5 bayr. Ellen = 7 badischen.

a) Da 5 bayr. E. = 7 bad., so ist 1 bayr. E. = $1^2/_5$ badische und 120 bayr. Ellen = 120 × $1^2/_5$ = 168 bad. Ellen.

b) Da 5 bayr. Ell. = 7 bad., so sind 120 oder 24 × 5 bayr. Ellen = 24 × 7 oder 168 bad. Ellen.

Zweisatz:		Proportion:
5 bayr. E.	7 bad. E.	5 : 120 = 7 bad. E. : x
120 "	?	x = 168 Ellen.

*) Hiernach ist die Anmerkung S. 126 zu berichtigen.

100 Ellen von Bayern thun wie viele Ellen in Preußen? (125.)
120 Zollpfd. betragen wie viele bayrische? ($99^{27}/_{47}$.)
360 bayr. Scheffel, wie viele Darmst. Malter? (630.)
36 bayr. Pfd., wie viele Pfund Zollgewicht? ($40^{8}/_{25}$.)

3) Ein Pfd. von Bayern thut wie viele Pfd. zu London? ($1^{1}/_{55}$.)

1 bayr. Pfd. = $1^{3}/_{25}$ Zllpfd.; da $1^{1}/_{10}$ Zllpfd. = 1 engl. Pdf., so heißt es jetzt $^{1}/_{10}$ Zollpfd. thun 1 engl. Pfd., was thun $1^{3}/_{35}$ Zollpfd.?

Kettensatz: ? Pfd. englisch	1 Pfd. bayr.
25	28 Zllpfd.
$1^{1}/_{10}$	1 Pfd. englisch

1 Augsburger Elle, wie viele württembergische?
1 Elle zu Berlin thut wie v. Ellen in Nürnberg?
1 Darmstädter Malter, wie viele Kasseler Scheffel?

4) 320 Pfd. in London machen wie viele Pfd. in Bayern?

Da 1 Londoner Pfd. = $1^{1}/_{10}$ Zollpfd., so sind 320 Londoner Pfd. = $320 \times 1^{1}/_{10} = 320 + 32 = 352$ Zollpfd., welche nun in bayr. Pfd. zu verwandeln sind. — Oder:

? bayr. Pfd.	320 London. Pfd.
1	$1^{1}/_{10}$ Zollpfd.
28	25 bayr. Pfd.
$314^{2}/_{7}$ Pfd.	

56 preuß. Ellen, wie viele würtembergische? ($59^{11}/_{15}$.)
175 bad. Malter, wie viele Kasseler Schff.? ($326^{2}/_{3}$.)

5) Der bayr. Schff. Korn kostete im Juni 1854 28 fl.; wie hoch kam da das badische Malter zu stehen? (Auf $18^{2}/_{3}$ fl.)

Da 2 bayr. Schff. = 3 bad. Mltr.; so ist 1 bayr. Schff. = $1^{1}/_{2}$ bad. Mltr.; diese kosteten also auch 28 fl. Also heißt es jetzt: $1^{1}/_{2}$ bad. Malter kosten 28 fl.; was kostet 1 bad. Mltr.? — Oder:

? fl.	1 bad. Mltr.
3	2 bayr. Schff.
1	28 fl.

Die bayr. Elle zu 3 fl. 24 kr.; wie hoch kommt die Augsburger? Antwort: Auf 2 fl. 22 kr. $3^{1}/_{5}$ pf.
Das bayr. Pfd. zu 18 fl. 45 kr.; was kostet 1 Zollpfund? Antw.: 16 fl. 44 kr. $1^{6}/_{7}$ pf.
Das preuß. Pfd. zu 42 kr.; wie theuer das bayrische? Antwort: $47^{1}/_{25}$ kr.

6) Auf der Nürnberger Messe gibt **A** die Elle zu $2^{2}/_{3}$ fl.; wie soll er sie zu Frankfurt geben, um eben so theuer zu verkaufen? Antwort: Um 2 fl. 16 kr. $2^{2}/_{3}$ pf.

7) In Baden werden 5 Mltr. um 36 fl. 20 kr. verkauft. Wie hoch kommen demnach 40 Schff. in Bayern? Antw.: Auf 436 fl.

8) 5 Pfd. Zollgewicht machen bis Z 36 kr. Porto; was kosten 10 Pfd. bayr.? Antw.: 1 fl. 20 kr. $2^{14}/_{25}$ pf.

9) B kauft 20 prß. Ellen zu 27 prß. Thlrn.; wie viele Gulden kosten demnach 36 bayr. Ellen? Antw.: 106 fl. $18^{3}/_{4}$ kr.

Siebenter Cursus.

I. Decimal-Brüche.

1) Begriff.

1 1 1 1

Die Ziffer 1 in der ersten Stelle rechts bedeutet 1 Einer. Die 1 in der zweiten Stelle gilt das 10fache davon, nämlich 1 Zehner. Die 1 in der dritten Stelle gilt wieder das 10fache von der 1 in der zweiten Stelle, nämlich 1 Hunderter u. s. f. — So oft also die Ziffer 1 um eine Stelle weiter gegen die Linke kommt, so oft verzehnfacht sich ihr Werth.

Anders verhält sichs, wenn wir rückwärts gehen. Die 1 in der vierten Stelle bedeutet 1 Tausender. Die 1 in der dritten Stelle gilt den 10. Theil davon, d. i. 1 Hunderter. Die 1 in der zweiten Stelle gilt wieder nur $^1/_{10}$ von der 1 in der dritten Stelle, d. i. 1 Zehner. Und die 1 in der ersten Stelle gilt den 10. Theil von 1 Zehner, nämlich 1 Einer. — Jede 1 um eine Stelle weiter rechts gilt also immer nur $^1/_{10}$ mal so viel als ihre Nachbarin zur Linken.

Mithin wird die 1, welche wir nun (in etwas kleinerer Form) um eine Stelle nach dem Einer setzen,

1 1 1 1 1

wieder nur den 10. Theil von einem Einer, d. i. Zehntel gelten. Eben so wird die 1, die wir um eine Stelle nach dem Zehntel setzen,

1 1 1 1 1 1

wieder nur den 10. Theil von 1 Zehntel, nämlich 1 Hundertel bedeuten. Und die 1, welche um eine Stelle nach dem Hundertel zu stehen kommt, wie hier:

1 1 1 1 1 1 1

wird wieder $^1/_{10}$ von $^1/_{100}$, d. i. $^1/_{1000}$ bezeichnen.

So fort bis zu Milliontel.

Damit die Theile nicht leicht für Ganze angesehen werden, so setzen wir zwischen beide als Gränze einen Strich, wie hier:

1 1 1 1 , 1 1 1 1

Das Komma trennt daher die Ganzen und die Theile von einander. Links stehen die Ganzen, rechts die Brüche.

In gleicher Weise werde auch mit den Ziffern 2, 3, 4 rc. verfahren. Man lasse dieß jedoch von einzelnen Schülern möglichst allein durchführen.

a) Sowie man (also) die Zahlenreihe von den Einern an aufwärts (gegen die Linke) bis ins Unendliche fortführen kann; so läßt sich dieselbe von den Einern an auch abwärts (gegen die Rechte) bis in Unendliche fortbilden.

b) Gleichwie man den Werth der Ziffern auf der linken Seite des Komma, wo sie Ganze bedeuten, aus ihrer Stelle erkennt; so läßt sich auch der Werth der Ziffern auf der rechten Seite desselben, wo sie Theile bezeichnen, aus ihrer Stelle entnehmen. Eine besondere Bezeichnung ihrer Geltung ist nicht nöthig. Die Ziffern in der ersten Stelle **vor** dem Komma gelten Einer, in der 2. Stelle Zehner u. s. f.; in der ersten Stelle **nach** dem Komma gelten sie 10tel, in der zweiten Stelle 100tel, in der dritten Stelle 1000tel rc.

c) Zehntel entstehen, wenn man ein Ganzes in 10 gleiche Theile theilt; 100tel, wenn man $^1/_{10}$ wieder in 10 gleiche Theile zerlegt; 1000tel, wenn man aus $^1/_{100}$ wieder 10 gleiche Theile macht rc. Deßhalb nennt man Brüche mit den Nennern 10, 100, 1000 u. s. f. zehntheilige oder Decimalbrüche, kurz: Decimale.

Fragen:

1) Was gelten die Ziffern in der ersten Decimalstelle? in der 3ten? in der 2ten? rc.
2) Wo stehen die 100tel? die 10tel? die 1000tel? die 10000tel? rc.

2) Uebung im Lesen und Schreiben der Decimalbrüche.

a) Nach den einzelnen Stellen.

(Lesen.)

1,4 = 1 Ganzes und 4 Zehntel.
0,8 = 0 Ganze und 8 Zehntel.
29,45 = 29 Ganze, $^4/_{10}$ und $^5/_{100}$.
0,07 = 0 Ganze, $^0/_{10}$, $^7/_{100}$.
6,543 = 6 Ganze, $^5/_{10}$, $^4/_{100}$, $^3/_{1000}$.
0,002 = 0 Ganze, $^0/_{10}$, $^0/_{100}$, $^2/_{1000}$.
0,7459 = 0 Ganze, $^7/_{10}$, $^4/_{100}$, $^5/_{1000}$, $^9/_{10000}$.
354,0801 = 354 Ganze, $^0/_{10}$, $^8/_{100}$, $^0/_{0000}$; $^1/_{10000}$.
u. s. f.

(Schreiben.)

$^3/_{10}$ . . .	= 0,3	$^3/_{10} + ^8/_{1000}$	= 0,308
$^7/_{100}$ . .	= 0,07	$^5/_{100} + ^9/_{1000}$	= 0,059
$^8/_{10} + ^4/_{100}$	= 0,84	$^2/_{10} + ^4/_{100} + ^6/_{1000}$.	= 0,246
$^5/_{1000}$ . .	= 0,005	7 G. $+ ^5/_{10} + ^3/_{100} + ^7/_{1000}$	= 7,537

u. s. f.

b) Im Zusammenhange.

(Lesen.)

0,43 = 4 Zehntel und 3 Hundertel. Die 4 Zehntel lassen sich auch in Hundertel verwandeln. $^4/_{10} = {}^{40}/_{100}$; $^{40}/_{100} + {}^3/_{100} = {}^{43}/_{100}$. Mithin sind 0,43 = 43 Hundertel.

$$0{,}783 = {}^7/_{10} + {}^8/_{100} + {}^3/_{1000}$$
$$= {}^{700}/_{1000} + {}^{80}/_{1000} + {}^3/_{1000} = 783 \text{ Tausendtel.}$$

$0{,}25 = {}^{25}/_{100}$.	$18{,}5761 = 18\,{}^{5761}/_{10000}$.
$0{,}234 = {}^{234}/_{1000}$.	$1{,}0094 = 1\,{}^{94}/_{10000}$.
$8{,}076 = 8\,{}^{76}/_{1000}$.	$3{,}05897 = 3\,{}^{5897}/_{100000}$.

Man kann demnach, um einen Decimalbruch auszusprechen, die Stellen desselben einzeln, wie auch zusammen lesen. In diesem Falle fügt man einen Nenner mit der Ziffer 1 und so viel Nullen bei, als der Zähler im Ganzen Stellen hat.

(Schreiben.)

$4\,{}^4/_{10} = 4{,}4$.	${}^9/_{10000} = 0{,}0009$.
$37\,{}^{45}/_{100} = 37{,}45$.	${}^{83}/_{10000} = 0{,}0083$.
${}^{38}/_{100} = 0{,}38$.	${}^{245}/_{10000} = 0{,}0245$.
${}^{175}/_{1000} = 0{,}175$.	${}^{4781}/_{10000} = 0{,}4781$.
$14\,{}^{36}/_{1000} = 14{,}036$.	$15\,{}^{23457}/_{100000} = 15{,}23457$.

Bis zur Fertigkeit!

3) Decimalbrüche zu addiren.

Aufgabe 1. Wie viel betragen folgende Zahlen zusammen: 3,84 + 68,075 + 0,4 + 24,6987?

Ausrechnung.

Man setzt die Zahlen so unter einander, daß auf der linken Seite des Decimalkomma Einer unter Einer, Zehner unter Zehner 2c. und auf der rechten Seite desselben Zehntel unter Zehntel, Hundertel unter Hundertel u. s. f. zu stehen kommen.

```
 3,84
68,075
 0,4
24,6987
-------
97,0137
```

Die 7 steht allein. Da ist nichts weiter zu addiren. Ich setze also 7 unter den Strich und zwar in die Stelle der Zehntausendtel, d. i. gerade unter die 7.

8 + 5 = 13, nämlich 13 Tausendtel; 13 Tausendtel = 10 Tausendtel oder 1 Hundertel + 3 Tausendtel. Die 3 Tausendtel unter den Strich, genau unter die Tausendtel; das 1 Hundertel hinüber zu den Hunderteln.

1 + 9 ist 10, und 7 ist 17, und 4 ist 21. Das sind 21 Hundertel oder 2 Zehntel und 1 Hundertel. Das 1 Hundertel unter den Strich, gerade unter die Hundertel; die 2 Zehntel hinüber zu den andern Zehnteln.

2 und 6 ist 8, und 4 ist 12, und 8 ist 20, nämlich 20 Zehntel. 20 Zehntel sind 2 Ganze und 0 Zehntel. 0 Zehntel unter den Strich in die Reihe der Zehntel; die 2 Ganzen hinüber zu den Ganzen.

Bevor ich weiter rechne, setze ich ein Komma, damit die Theile von den Ganzen sogleich geschieden werden.

2 + 4 + 8 + 3 = 17; 17 Einer = 1 Zehner + 7 Einer rc.

Summa: 9 Zehner, 7 Einer, 0 Zehntel, 1 Hundertel, 3 Tausendtel und 7 Zehntausendtel, zusammen: 97 Ganze und 137 Zehntausendtel.

2) 0,7 + 4,18 + 0,005 + 5,679 = 10,564.

3) 28,978 + 0, 28 + 5,375 + 18,7584 = 53,3914.

4) 0,0275 + 1,3982 + 48,6543 + 72,97852 = 123,05852.

5) 234,96 + 0,6748 + 50,004 + 6,20875 + 1,001 = 292,84955.

6) 0,84625 + 0,3849 + 0,097 + 0,7654 + 0,86276 = 2,95631.

7) 3,04758 + 54,793205 + 0,479 + 27,82756 + 375,975643 = 462,171028.

8) 0,445 + 34,75 + 375,97386 + 0,374859 + 48,569832 + 0,81 = 460,923551.

9) 12,654 + 234,7935 + 8,648275 + 0,63 + 42,76543 + 0,96 = 300,451205.

10) Ein Grundbesitzer hat 2,45 Tgw. Wiesen, 13,08 Tgw. Ackerland, 21,72 Tgw. Waldung und 5,84 Tgw. Hopfengarten. Wie viel beträgt sein Grundbesitz im Ganzen? Antw.: 43,09 Tgw.

11) Vier Ballen Waare wiegen einzeln 3,6 Ctr., 2,85 Ctr., 5,08 Ctr. und 4,45 Ctr.; wie viel zusammen? (15,98 Ctr.)

12) Ein Kaufmann erhält 5 Kisten Waare. Die eine wiegt 2 Ctr. 36,5 Pfd.; die andere 1 Ctr. 72,8 Pfd.; die dritte 3 Ctr. 0,9 Pfd.; die vierte 96,7 Pfd. und die fünfte 1 Ctr. 64 Pfd. Wie schwer sind sie zusammen? Antwort: 9 Ctr. 70,9 Pfd.

13) Hiervon beträgt die Tara 22,7 Pfd.; 17,2 Pfd.; 25 Pfd.; 8,9 Pfd. und 13,5 Pfd.; wie viel in Summe? Antw.: 87,3 Pfd.

4) Decimal=Brüche zu subtrahiren.

Aufgabe 1. Um wie viel ist die Zahl 91,2831 kleiner als 173,4284?

Ausrechnung.

$$\begin{array}{r} 173{,}4.284 \\ 91{,}2831 \\ \hline 82{,}1453 \end{array}$$

1 Zehntausendtel von 4 Zehntaus. bleiben 3 Zehntausendtel.
3 Tausendtel von 8 Tausendteln bleiben 5 Tausendtel.

8 Hundertel von 2 H. wegzunehmen, geht nicht. Ich borge 1 Zehntel; 1 Zehntel und 2 Hundertel = 12 Hundertel; 8 Hundertel von 12 Hunderteln bleiben 4 Hundertel.

2 Zehntel von 3 Zehnteln bleibt 1 Zehntel. Und so fort.

Rest: 8 Zehner, 2 Einer, 1 Zehntel, 4 Hundertel, 5 Tausendtel und 3 Zehntausendtel; zusammen: 82 Ganze und 1453 Zehntaus.

Aufgabe 2. Von 25,37854 soll die Zahl 9,482 abgezogen werden.

Ausrechnung:

25,37854	=	25,37854
9,482	=	9,48200
15,89654	=	15,89654.

Zehntausendtel sind nicht abzuziehen, daher setzt man unter die 5 Zehntausendtel eine Null. Eben so unter 4.

Frage: Wurden die Ziffern 9,482 durch die angehängten Nullen aus ihren Stellen gerückt? (Nein, sondern die 9 steht nach wie vor in der Einerstelle, die 4 gilt nach wie vor 4 Zehntel, die 8 8 Hundertel, die 2 2 Tausendtel.) Mithin kann man hinter die Decimalstellen jede beliebige Anzahl Nullen setzen, ohne daß sich der Werth der gegebenen Zahl vergrößert oder verkleinert. Die ganze Veränderung besteht darin, daß der Bruch dadurch erweitert wird. $^{482}/_{1000}$ durch 100 erweitert, = $^{48200}/_{100000}$.

Nun subtrahirt man wie vorhin. Rest: 15 Ganze und 89654 Hunderttausendtel.

Aufgabe 3. Wie groß ist der Unterschied zwischen 42,007 und 17,653?

Ausrechnung.

$$\begin{array}{r} 4.2.,0.07 \\ 17,653 \\ \hline 24,354. \end{array}$$

3 Tausendtel von 7 Tausendteln bleiben 4 Tausendtel.

5 Hundertel von 0 Hunderteln geht nicht. 1 Zehntel kann ich nicht entlehnen, denn dergleichen sind nicht da. Ich gehe daher über das Komma weg und borge 1 Einer. Diesen Einer trage ich auf die nächste, d. h. auf die Zehntelstelle über. Allda macht er 10 Zehntel. Von den 10 Zehnteln nehme ich 1 Zehntel und führe dieses auf die Hundertelstelle. 1 Zehntel = 10 Hundertel. Das geborgte Ganze ist jetzt in 9 Zehntel und 10 Hundertel verwandelt. Nun ziehe ich ab. 5 Hundertel von 10 Hunderteln bleiben 5 Hundertel.

6 Zehntel von 9 Zehnteln bleiben 3 Zehntel.

7 Einer von 11 Einern bleiben 4 Einer. Und 1 Zehner von 3 Zehnern bleiben 2 Zehner.

Rest: 2 Zehner, 4 Einer, 3 Zehntel, 5 Hundertel und 4 Tausendtel; zusammen: 24 Ganze und 354 Tausendtel.

Aufgabe 4. Um wie viel ist die Zahl 543 größer als die Zahl 123,527?

Ausrechnung.

543	=	5 4 3,0.0.0
123,527	=	1 2 3,5 2 7
419,473	=	4 1 9,4 7 3

Man setzt hinter die Vollzahl 543 ein Komma und ergänzt die fehlenden Decimalstellen durch Nullen. Im Uebrigen ist die Ausrechnung der im vorigen Beispiele gleich.

5) 0,5 — 0,2 = 0,3
6) 0,41 — 0,25 = 0,16.
7) 1,04 — 0,36 = 0,68.
8) 18,12 — 9,58 = 8,54.
9) 30,07 — 27,45 = 2,62.
10) 365 — 240,36 = 124,64.
11) 10 — 9,7861 = 0,2139.
12) 96,1 — 13,579 = 82,521.
13) 15,8 — 9,187 = 6,613.
14) 1 — 0,9876 = 0,0124.

15) Von 25,06 Tgw. Felder werden verkauft: 2,45 Tgw., 3,91 Tgw., 1,01 Tgw. und 5,64 Tgw. Wie viel bleibt übrig?
Antwort: 12,05 Tgw.

16) Ein Faß Tabak hat 3 Ctr. 25,5 Pfd. Bruttogewicht; die Tara = 36,8 Pfd. Wie viel beträgt das Nettogewicht?
Antwort: 2 Ctr. 88,7 Pfd.

17) Von 1375,372 Tgw. Wald werden 58,897 Tgw. abgeholzt; wie viel bleibt stehen? Antw.: 1316,475 Tgw.

18) Von 7852 fl. 36 kr. sind 3496 fl. 45,8 kr. abzuziehen. Wie viel bleibt Rest? Antwort: 4355 fl. 50,2 kr.

Vorübung zum Multipliciren und Dividiren.

I.	II.
4,3752	4375,2
43,752	437,52
437,52	43,752
4375,2	4,3752.

I. Was geschieht mit einem Decimalbruche, wenn man das Komma a) um eine Stelle, b) um zwei Stellen, c) um drei Stellen weiter rechts setzt? Wie wird also ein Decimalbruch durch 10 multiplicirt? wie durch 100? durch 1000? 2c.

II. Was geschieht mit einem Decimalbruche, wenn man das Komma a) um eine Stelle, b) um zwei Stellen, c) um drei Stellen weiter gegen die Linke rückt?

Wie theilt man also einen Decimalbruch durch 10? durch 100? durch 1000 2c.

5) Decimalbrüche zu multipliciren.

Beispiel 1. Wie viel beträgt das 6fache von 5,7?

5,7 6 ——— 34,2	a) 6 × 7 Zehntel = 42 Zehntel; 42 Zehntel = 4 Ganze und 2 Zehntel. Die 2 Zehntel unter die 7 Zehntel; die 4 Ganzen hinüber zu den Ganzen — Decimalzeichen! 6 × 5 ist 30; 30 + 4 = 34. Also ist 6mal 5,7 = 34,2.

b) 5,7 = 57 Zehntel; 6 × 57 = 342; 6 × 57 Zehntel = 342 Zehntel. Zehntel werden zu Ganzen, wenn man mit 10 in ihre Anzahl dividirt. Durch 10 wird dividirt, indem man rechts eine Stelle abtrennt. 342 Zehntel = 34,2.

Beispiel 2. Wie viel ist 36 × 0,075?

Ausrechnung.

0,075 36 ——— 450 225 ——— 2,700 = 2,7.	36 × 75 = 2700; 36 × 75 Tausendtel also = 2700 Tausendtel. Um sie in Ganze zu verwandeln, so muß man mit 1000 in 2700 theilen. Dieß geschieht dadurch, daß rechts 3 Stellen abgeschnitten werden.

Beispiel 3. Wie viel ist 26, multiplicirt durch 0,18?

Ausrechnung.

26 0,18 ——— 208 26 ——— 4,68	Ich rechne 18 × 26; 18 × 26 = 468; $^{18}/_{100}$ mal 26 = 468 Hundertel. Um Ganze zu erhalten, so muß ich 468 durch 100 dividiren. 468, durch 100 dividirt, = 4,68.

Beispiel 4. Wie viel ist 0,7mal 0,8?

Ausrechnung.

0,8 0,7 ——— 0,56	7 × 8 = 56; $^{8}/_{10} \times ^{7}/_{10} = ^{56}/_{100}$. Mithin ist vor 56 das Komma und vor dasselbe, weil keine Ganzen vorhanden sind, eine Null zu setzen.

Beispiel 5. Wie viel ist 4,8mal 0,72?

Ausrechnung.

0,72 4,8 ——— 576 288 ——— 3,456	48 × 72 = 3456. $48 \times \frac{72}{100} = \frac{3456}{100} = 34{,}56.$ $\frac{48}{10} \times \frac{72}{100} = \frac{3456}{1000} = 3{,}456.$

Der Multiplikand besteht, da er 2 Decimalstellen enthält, aus 100teln. 100tel durch eine ganze Zahl multiplicirt, gibt wieder 100tel. Darum sind von dem Produkte zunächst 2 Stellen abzuschneiden. Hier aber besteht der Multiplikator nicht aus einer ganzen Zahl, sondern aus 10teln. Mithin ist das Produkt auch nur $^{1}/_{10}$ mal so groß. 100tel durch 10tel multiplicirt, gibt 1000tel. Darum müssen im Ganzen 2 + 1 oder 3 Stellen abgeschnitten werden.

Beispiel 6. Die Zahl 6,348, durch 0,35 multiplicirt, wie viel?

Ausrechnung.

```
 6,348
  0,35
------
 31740
19044
------
2,22180
```

$35 \times 6348 = 222180.$

$35 \times \frac{6348}{1000} = \frac{222180}{1000} = 222,180.$

$\frac{35}{100} \times \frac{6348}{1000} = \frac{222180}{100000} = 2,22180 = 2,2218.$

Hier sind von dem Produkte 3 Stellen wegen der 1000tel des Multiplikanden und 2 Stellen wegen der 100tel des Multiplikators abzuschneiden. Also müssen im Ganzen 3 + 2 oder 5 Stellen abgeschnitten werden.

Man multiplicirt demnach die Decimalbrüche als ganze Zahlen, dann aber streicht man von dem Produkt so viele Stellen ab, als die beiden Faktoren Decimalstellen zusammen haben.

Aufgaben.

1) 4 × 8,4 = 33,6.
2) 6 × 0,67 = 4,02.
3) 8 × 9,842 = 78,736.
4) 7 × 27,5964 = 193,1748.
5) 25 × 8,32 = 208.
6) 48 × 0,472 = 22,652.
7) 94 × 0,086 = 8,084.
8) 126 × 4,354 = 548,604.
9) 0,4 × 15 = 6.
10) 0,75 × 4 = 3.
11) 2,36 × 45 = 106,2.
12) 72,471 × 12 = 869,652.

13) 0,4 × 0,9 = 0,36.
14) 0,5 × 0,3 = 0,15.
15) 0,2 × 0,94 = 0,188.
16) 0,8 × 0,75 = 0,6.
17) 3,2 × 4,8 = 15,36.
18) 4,5 × 7,5 = 33,75.
19) 19,7 × 24,6 = 484,62.
20) 124,8 × 6,45 = 804,96.
21) 0,65 × 0,08 = 0,052.
22) 42,19 × 876,25 = 36968,9875.

23) 579,3475 × 0,458 = 265,341155.
24) 78,04795 × 1,3746 = 107,28417207.
25) 0,04152 × 0,02581 = 0,0010716312.

26) Der Umfang eines Kreises ist stets 3,1416 mal so groß, als der Durchmesser desselben. Der Kreisumfang wird also gefunden, wenn man den Durchmesser des Kreises durch obige Zahl multiplicirt. Wie groß ist demnach der Umfang eines Kreises, dessen Durchmesser 12,8 Fuß beträgt? Antw.: 40,211248 Fuß.

27) Der Durchmesser unserer Erde = 1719 Meilen. Wie groß ist ihr Umfang? Antw.: 5400,4104, nahe 5400 Meilen.

28) Das Gold ist 19,26mal so schwer als das Wasser. Wie viel wiegt nun ein bayr. Kubikfuß Gold, wenn ein dergleichen Kubikfuß Wasser 44,038 bayr. Pfd. schwer ist? (848,17188 Pfd.)

29) Vom Centner Brutto werden 8,3 Pfd. Tara gerechnet. Wie viel macht dieß von 5,85 Ctr. Brutto? (48,555 Pfd.)

30) 1 Pfd. zu 3 fl. 26,5 kr.; wie hoch kommen 12,7 Pfd.? Antwort: 43 fl. 52,45 kr.

31) Für 1 fl. kauft man 3,45 Pfd.; wie viel für 12,6 fl.?
Antwort: 43,47 Pfd.

6) Decimalbrüche zu dividiren.

a) Der Divisor eine ganze Zahl.

Beispiel 1. Wie oft ist 4 in 147 enthalten, den Bruch des Quotienten in Decimalen ausgedrückt?

Ausrechnung.

```
4 | 147 | 36,75
    12
    --
     27
     24
     --
      30
      28
      --
       20
       20
       --
```

4 in 147 = 36, Rest 3. Decimalzeichen! 3 Einer = 30 Zehntel; 4 liegt in 30 7mal, in 30 Zehnteln also 7 zehntelmal, Rest 2 Zehntel. 2 Zehntel = 20 Hundertel; 4 liegt in 20 5 mal, in 20 Hunderteln also 5 hundertelmal. Also liegt 4 in 147 $36^{75}/_{100}$ mal.

Beispiel 2. Wie groß ist $^{1}/_{8}$ von 5, in Decimalen ausgedrückt?

Ausrechnung.

```
8 | 5,0 | 0,625
    48
    --
     20
     16
     --
      40
      40
      --
```

Der 8. Theil von 5 Ganzen = 0 Ganze. Decimalzeichen! — 5 Ganze = 50 Zehntel; der 8. Theil von 50 Zehntel = 6 Zehntel, Rest 2 Zehntel. — 2 Zehntel = 20 Hundertel, der 8. Theil von 20 Hunderteln = 2 Hundertel, Rest 4 Hundertel. — 4 Hundertel = 40 Tausendtel; der 8. Theil von 40 Tausendteln = 5 Tausendtel. Also 2c.

Beispiel 3. Wie viel ist 0,648, dividirt durch 17?

Ausrechnung.

Daß sich Ganze nicht ergeben, ist leicht zu erkennen. Ich setze daher an deren Stelle eine Null und daneben gleich das Komma.

```
17 | 0,648 | 0,0381..
      51
      ---
      138
      136
      ---
        20
        17
        --
```

6 Zehntel durch 17 getheilt = 0 Zehntel. 6 Zehntel + 4 Hundertel = 64 Hundertel. 64 Hundertel, durch 17 getheilt = 3 Hundertel, Rest 13 Hundertel. 13 Hundertel + 8 Tausendtel = 138 Tausendtel. — 138 Tausendtel, durch 17 dividirt, = 8 Tausendtel, Rest 2 Tausendtel.
2 Tausendtel = 20 Zehntausendtel; 20 Zehntausendtel, durch 17 getheilt = 1 Zehntausendtel, Rest 3 Zehntausendtel.

Hier gehts nie auf. Dieß wird durch Punkte hinter dem Quotienten angezeigt.

Aufgaben.

1) 4 in 31 = 7,75.	7) 1/8 von 7 = 0,875.
2) 8 in 43 = 5,375.	8) 1/16 von 15 = 0,9375.
3) 12 in 105 = 8,75.	9) 1/3 von 2 = 0,666. . .
4) 40 in 185 = 4,625.	10) 1/6 von 5 = 0,833.
5) 2 in 1 = 0,5.	11) 1/7 von 27 = 3,857.
6) 5 in 4 = 0,8.	12) 1/24 von 112 = 4,666.

13) 0,4 durch 2 = 0,2.	19) 80,1 durch 12 = 6,675.
14) 0,69 durch 3 = 0,23.	20) 8,55 durch 36 = 0,2375.
15) 0,892 durch 4 = 0,223.	21) 7,5 durch 48 = 0,15625.
16) 2,75 durch 5 = 0,55.	22) 36,48 durch 75 = 0,4864.
17) 35,7 durch 6 = 5,95.	24) 125,4 durch 96 = 1,30625.
18) 49,2 durch 15 = 3,28.	24) 745,12 durch 124 = 6,009.

b) Der Divisor ein Decimalbruch.

Beispiel 1. Wie oft ist der Bruch 0,75 in 0,87 enthalten?

Ausrechnung.

```
0,75 | 0,87
-----------
  75 | 87 | 1,16
       75
       ---
       120
        75
       ---
       450
       450
```

75 Hundertel sind in 87 Hunderteln so oft enthalten, als 75 Ganze in 87 Ganzen. 75 ist in 87 1,16mal. Also sind auch 75 Hundertel in 87 Hunderteln 1,16mal enthalten

Beispiel 2. 7 Ganze, dividirt durch 0, 8, wie viel?

Ausrechnung.

```
0,8 | 7,0
---------
  8 | 70 | 8,75
      64
      ---
       60
       56
       ---
        40
        40
        ---
```

Um zu finden, wie oft 8 Zehntel in 7 Ganzen enthalten sind; so verwandeln wir diese auch in Zehntel. 7 Ganze = 70 Zehntel. Nun ist die Frage: Wie oft sind 8 Zehntel in 70 Zehnteln? Antwort: So oft, als 8 in 70; 8 liegt in 70 8,75mal.

Beispiel 3. Wie viel ist 3,672, dividirt durch 0,48?

Ausrechnung:

```
0,480 | 3,672 |
------------------------
  480 | 3672 | 7,65
        3360
        ----
         3120
         2880
         ----
          2400
          2400
```

Der Divisor enthält 2 Decimalstellen; er besteht also in Hunderteln. Der Dividend hat deren 3; er besteht aus 3 Ganzen und 672 Tausendteln = 3672 Tausendteln. Um den Divisor auf dieselbe Anzahl Decimalstellen zu bringen, welche der Dividend enthält, d. h. um seine 48 Hundertel auch in Tausendtel zu verwandeln, so darf man ihm nur eine Null beifügen. Dann heißts: 480 Tausendtel sind in 3672 Tausendteln so oft enthalten, als 480 Ganze in 3672 Ganzen. 480 in 3672 = 7,65.

Man bringt also überhaupt Divisor und Dividend, wenn sie nicht schon gleiche Nenner haben, auf eine gleiche Anzahl Decimalstellen und dividirt dann, wie mit ganzen Zahlen.

Andere Weise:

```
0,48 | 3,672 | 7,6
       3 36
       ----
        312
        288
        ---
         24
```

48 in 3672 = 76 mal, Rest 24.

Eben so oft würden auch 48 Hundertel in 36,72 oder 3672 Hunderteln enthalten sein. Der Dividend besteht aber nicht aus 3672 Hunderteln, sondern aus 3672 Tausendteln; er ist also nur $^1/_{10}$ so groß; folglich beträgt auch der Quotient nicht 76, sondern nur $^1/_{10}$ von 76, nämlich 7, 6. — Nun hängt man dem Reste eine Null an und dividirt in der bekannten Weise weiter.

Für den Fall, daß der Dividend mehr Decimalstellen hat, als der Divisor, heißt hiernach die Regel: Dividire wie mit ganzen Zahlen und schneide von dem Quotienten so viele Stellen ab, als der Dividend mehr Decimalen hat, denn der Divisor. Dann hänge dem etwaigen Reste Nullen an und dividire in der gewöhnlichen Weise fort.

Aufgaben.

25) 0,2 in 0,4 = 2 mal.
26) 0,03 in 0,09 = 3.
27) 0,25 in 0,85 = 3,4.
28) 0,428 in 0,963 = 2,25.
29) 0,8 in 4,3 = 5,375.
30) 3,6 in 0,9 = 0,25.
31) 0,48 in 29,97 = 4,625.
32) 0,5 in 6 = 12mal.
33) 0,24 in 45 = 187,5.
34) 3,2 in 48 = 15.
35) 9,56 in 239 = 25.
36) 4 in 5,2 = 1,3.
37) 6 in 7,48 = 1,2466...
38) 12 in 18,72 = 1,56.

39) 0,2 in 0,06 = 0,3.
40) 0,08 in 0,5 = 6,25.
41) 3,4 in 6,84 = 2,0117...
42) 5,352 in 85.4 = 15,945...
43) 9,08 in 35,782 = 3,941 ...
44) 16,2 in 37,58 = 2,31975.
45) 32,145 in 240,81 = 7,4916.

46) Der Durchmesser eines Kreises und die Zahl 3,1416 mit einander multiplicirt, geben den Kreisumfang. Ist also der Umfang eines Kreises gegeben, so wird der Durchmesser gefunden, indem man mit jener Zahl in den Umfang dividirt. — Der Umfang eines Kreises sei = 40,21248 Fuß. Wie groß ist der Durchmesser desselben? Antwort: 12,8 Fuß.

47) Der Umkreis der Erde ist 5400 Meilen. Wie groß ist ihr Durchmesser? Antwort: 1718,869 (fast 1719) Meilen.

48) Ein Wald von 127,36 Tgw. soll in 15 gleiche Theile getheilt werden, wie viel kommt auf jeden Theil? Antwort: 8,49 Tgw.

49) Ein bayer. Metzen = 1,49 Kubikfuß. Wie viel Scheffel wird ein Getreidekasten von 375,4 Kubikfuß fassen? (41 Schff. 5,9 Mtz.)

50) Ein bayer. Eimer = 2,75 Kubikfuß. Wie viele Eimer hält ein Faß, das sich auf 50,912 Kubikfuß berechnet? (18,5 Eimer.)

51) Das Zollpfund = 500, das bayer. Pfd. = 560 Grammen; wie viel Zollpfund gehen auf 1 bayer. Pfund?

500 : 560 = 1,12; also ist 1 bayer. Pfund = 1,12 Zollpfd. Multiplicirt man diesen Ausdruck durch 100, so haben wir 100 bayer. = 112 Zllpf. durch 4 gehoben : 25 bayer. Pfd. = 28 Zllpfd.

7) Gemeine Brüche in Decimal=Brüche zu verwandeln.

a) $^7/_8 = ?$ b) $^5/_9 = ?$

Aufl. Den Bruch $^7/_8$ in einen Decimalbruch verwandeln, heißt: suchen, wie viel derselbe in 10teln, 100teln und 1000teln beträgt. $^7/_8$ lassen sich als 7 mal der 8. Theil von 1, sowie als einmal der 8. Theil von 7 betrachten. Hier ist die letztere Vorstellung festzuhalten. Wir suchen also den 8. Theil von 7 und drücken ihn in Decimalen aus. Bei $^5/_9$ suchen wir den 9. Theil von 5.

```
a) 8 | 7,0 | 0,875          b) | 5,0 | 0,555 . . .
      6 4                         45
      ---                         --
       60                          50
       56                          45
       --                          --
        40                          50
        40                          45
        --                          --
                                     5
```

Der 8. Theil von 7 = 0,875, ohne Rest; also ist $^7/_8$ = 0, 875. Der 9. Theil von 5 = 0, 555 . . ., mit dem Reste 5; bei fortgesetzter Theilung würde sich immer derselbe Rest, im Quotienten also auch immer die nämliche Ziffer ergeben. Der Bruch $^5/_9$ läßt sich daher nicht vollständig durch einen Decimalbruch ausdrücken. Darum setzt man $^5/_9$ = 0,555 . . . Man zeigt die unvollendete Division durch 3 Punkte an.

Aufgaben.

1) $^1/_2 = 0,5$.
2) $^3/_4 = 0,75$.
3) $^4/_5 = 0,8$.
4) $^5/_8 = 0,625$.
5) $^{53}/_{20} = 0,65$.
6) $^{37}/_{125} = 0,696$.

7) $^{43}/_{60} = 0{,}716\ldots$ 9) $^{4}/_{9} = 0{,}444\ldots$ 11) $^{14}/_{15} = 0{,}933\ldots$
8) $^{77}/_{200} = 0{,}385.$ 10) $^{7}/_{12} = 0{,}583\ldots$ 12) $^{2}/_{3} = 0{,}666\ldots$

13) $^{17}/_{36} = 0{,}47222\ldots$ 15) $^{134}/_{150} = 0{,}89333\ldots$
14) $^{31}/_{75} = 0{,}41333\ldots$ 16) $^{157}/_{360} = 0{,}43611\ldots$

8) Decimalbrüche in gemeine zu verwandeln.

a) Decimalbrüche mit vollständigem Werthe.

$0{,}5 = {}^{5}/_{10} = {}^{1}/_{2}.$ $0{,}75 = {}^{75}/_{100} = {}^{3}/_{4}.$
$0{,}8 = {}^{8}/_{10} = {}^{4}/_{5}.$ $0{,}96 = {}^{96}/_{100} = {}^{24}/_{25}.$
$0{,}25 = {}^{25}/_{100} = {}^{1}/_{4}.$ $0{,}325 = {}^{325}/_{1000} = {}^{13}/_{40}.$
$0{,}72 = {}^{72}/_{100} = {}^{18}/_{25}.$ $0{,}248 = {}^{248}/_{1000} = {}^{31}/_{125}.$

Die Sache ist an sich klar und wird von den Schülern leicht aufgefaßt. Das Folgende ist mehr für den Lehrer.

b) Die Decimalbrüche mit unvollständigem Werthe.

aa. Reinperiodische Decimalbrüche und zwar

mit 1stelligen Perioden	mit 2stelligen Perioden	mit 3stelligen Perioden.
0, (3)33 . . .	0, (36)36 . . .	0, (549)549 . .
0, 666 . . .	0, 9393 . . .	0, 711711 . .
0, 999 . . .	0, 2424 . . .	0, 296296 . .

Verfahren.

$x = 0{,}333$	$x = 0{,}3636$	$x = 0{,}549549$
$10\,x = 3{,}33$	$100\,x = 36{,}36$	$1000\,x = 549{,}549$
subtr. $x = 0{,}33$	$-\,x = 0{,}36$	$-\,x = 0{,}549$
$9\,x = 3$	$99\,x = 36$	$999\,x = 549$
$x = {}^{3}/_{9} = {}^{1}/_{3}$	$x = {}^{36}/_{99} = {}^{4}/_{11}.$	$x = {}^{549}/_{999} = {}^{61}/_{111}.$

Erklärung. Wir bezeichnen den zu suchenden gemeinen Bruch, welcher so viel betragen soll als 0,333, mit x; also ist x = 0, 333. Die Periode des Decimalbruches ist einstellig. Darum nehmen wir ihn 10mal; 10 x = 3,33. Von dem 10fachen ziehen wir das Einfache ab. Hieraus ergibt sich, daß das 9fache = 3. Ist das 9fache der gesuchten Größe = 3, so ist die Größe selbst $^{1}/_{9}$ von $3 = {}^{3}/_{9}$ oder $^{1}/_{3}$. Also ist 0,333 . . . = $^{1}/_{3}$.

Ist die Periode 2stellig, so wird mit 100 multiplicirt; ist sie 3stellig, mit 1000 u. s. f.

bb. Unreinperiodische Decimalbrüche und zwar

mit einer Ziffer, die nicht zur Periode gehört	mit 2 Ziffern, die nicht zur Periode gehören
0, **9** (3) 3 3 . . .	0, **91** (6) 6 6 . . .
0, **0** (954)954 . .	0, **56** (45)45 . . .

Verfahren.

$x = 0{,}9333\ldots$		$x = 0{,}91666\ldots$	
$10\,x = 9{,}333$		$100\,x = 91{,}666\ldots$	
$100\,x = 93{,}33$		$1000\,x = 916{,}66$	
subtr.	$10\,x = 9{,}33$	subtr.	$100\,x = 91{,}66$
	$90\,x = 84$		$900\,x = 825$
	$x = {}^{84}/_{90} = {}^{14}/_{15}.$		$x = {}^{825}/_{900} = {}^{11}/_{12}.$

Erklärung: Der Decimalbruch 0,9333 hat eine Ziffer, die nicht zur Periode gehört, nämlich 9. Wir multipliciren ihn daher mit 10. Das 10fache von 0,9333 oder 10 x = 9,333. Der Bruch ist nun rein periodisch, und die Periode ist einstellig. Darum nehmen wir das 10fache wieder 10mal. 10 × 10 x oder 100 x = 93,33. Jetzt haben wir das 100fache der ursprünglichen und der gesuchten Größe. Ziehen wir davon das 10fache oder 10 x ab, so ergibt sich, daß das 90fache = 84. Ist aber das 90fache = 84; so ist das Einfache $^1/_{90}$ von 84 = $^{84}/_{90}$ oder $^{14}/_{15}$.

9) Benannte Decimalbrüche zu resolviren.

Beispiel: 0,745 Gulden, wie viel Kreuzer und Pfennige?

Auflösung: Gleichwie wir vorhin $^7/_8$ als 7, getheilt durch 8, auffaßten; so denken wir uns jetzt den Bruch $^{745}/_{1000}$ Gulden als 745 ganze Gulden, getheilt durch 1000. Es ist daher zu suchen, wie viel der 1000. Theil von 745 Gulden in Kreuzern und Pfennigen beträgt.

0,745 fl. = 44 kr. 2,8 pf., nahe 44 kr. 3 pf.
60
44|700 kr.
4
2|800 pf.

Der 1000. Theil von 745 fl. ist kein ganzer Gulden. Ich verwandle sie daher in Kreuzer. 745 fl. = 44700 kr. Der 1000 Theil von 44700 kr. = 44 kr., Rest 700 kr.; 700 kr. = 2800 pf.; der 1000. Theil von 2800 pf. = 2,800 pf. — Brüche unter $^1/_2$ werden weggeworfen; Brüche an Werth $^1/_2$ oder darüber werden für ein Ganzes gerechnet. Die 800 Tausendtel oder 8 Zehntelpfennige sind demnach als 1 ganzer Pfennig anzusehen.

Aufgaben.

1) 0,375 fl. = 22 kr. 2 pf.
2) 4, 74 Thlr. = 4 Thlr. 22 Gr. 2, 4 Pfg.
3) 0,456 Ctr. = 45 Pfd. 19 Lth. 0, 8 Qt.
4) 2,85 Pfd. = 2 Pfd. 27 Lth. 0,8 Qt.
5) 4,58 Fdr. = 4 Fdr. 6 Eim. 61,44 Ms.
6) 8,24 Schff. = 8 Schff. 1 Mtz. 7,04 Ms.
7) 19,765 Jahre = 19 Jahre 279 Tg. 5, 4 Std.
8) 6,25 Ries = 6 Ries 5 Buch.
9) 15,63 Wochen = 15 Wochen 4 Tg. 9,84 Std.

10) Regeldetriaufgaben mit Decimalbrüchen.

Beispiel 1. Für 45 fl. erhält man 2 Ctr. 12, 3 Pfd.; wie viel für 13 fl.? Antwort: 61,3311 . . . Pfd.

Zweisatz.

45 fl.	212,3 Pfd.
13 fl.	?
45 fl.	$\frac{211{,}3 \times 13}{45}$
1 "	
13 "	

45 fl.		212,3 Pfd.
13		?
45		212,3 Pf.
1	45	
13		13
	10	6369
		2123
	450	27599

Die 212,3 Pfd. = 2123 Zehntel-Pfund. Ich betrachte sie als eben so viele ganze Pfund. Dadurch wird aber der Dividend 10mal so groß. Um gleichwohl das richtige Facit zu erhalten, so erhebe ich auch den Divisor auf das 10fache seines Werthes.

Proportion.

45 fl. : 13 fl. = 212,3 Pfd. : x

450 fl. : 13 fl. = 2123 Pfd. : x

Beispiel 2. 12, 8 Ellen zu 25 fl.; was kosten 7,64 Ellen?

Zweisatz.

12, 8 Ellen	25 fl.
7, 64 Ell.	?
12,8 Ell.	$\frac{25 \times 764}{128 \times 10}$
0,1 "	
0,01 "	
7,64 "	

12,8 Ellen		25 fl.
7,64 Ell.		?
12, 8 Ell.		25 fl.
0,1 "	128	
0,01 "	10	
7,64 "		764

12,8 oder 128 Zehntel-Ellen kosten 25 fl.; $^1/_{10}$ Elle kostet den 128 Theil; $^1/_{100}$ Elle kostet wieder den 10. Theil; 7,64 oder $^{764}/_{100}$ Ellen aber kosten 764mal so viel, als diese.

Proportion.

12, 8 Ellen : 7,64 Ellen = 25 fl. : x

128 Ell. : 76,4 Ell. = 25 fl. : x

1280 : 764 = 25 fl. : x

Um den Bruch des ersten Gliedes zu beseitigen, so nehmen wir das erste und das zweite Glied zugleich 10mal; dasselbe geschieht, um den Bruch des zweiten Gliedes vollends wegzuschaffen.

Aufgaben.

1) 5 Ellen zu 4 fl. 48,7 kr.; was kosten 3 Ellen davon?
Antwort: 2 fl. 53,22 kr.

2) 8,4 Pfd. kosten 42 fl.; was thun 5,36 Pfd.? (26 fl. 48 kr.)
3) Ein Taglöhner verdient in 8 Tagen 3,56 fl.; wie viel in 15 Tagen? Antwort: 6 fl. 40 kr. 2 pf.
4) Die Elle 2,4 Ellen breites Tuch zu 4 fl. 30 kr.; was kostet ein Tuch von gleicher Qualität, 1, 8 Ellen breit? (3 fl. 22,5 kr.)
5) Von 3 Ctr. 45,5 Pfd. betragen die Versendungskosten 5 fl. 48 kr.; wie viel kommt davon auf 70,8 Pfd.? Antw.: 1 fl. 11,3 kr.
6) Das Gewicht des reinen Wassers = 1. Ein Stück gehämmertes Gold ist 19,26 mal so schwer als eine Masse Wasser von demselben Umfang. Man sagt daher, das specifische Gewicht des Goldes sei 19,26. — Wenn nun eine Kugel von Gold 14 Pfd. schwer ist; um wie viel ist sie auszuhöhlen, damit sie im Wasser schwimme? Antwort: 13 Pfd. 8 Lth. 2,9 Qt.

Aufl. Wenn die Kugel im Wasser schwimmen soll, so darf sie nicht mehr wiegen, als das Wasser, das sie aus seinem Platze verdrängt; ihr Gewicht darf nur = 1 sein. Von 19,26 Gewichtstheilen müssen also 19,26 — 1 = 18,26 Theile weggenommen werden. Die Aufgabe heißt demnach: Von 19,26 Theilen der Kugel müssen 18,26 Theile weggenommen werden; wie viel macht das von 14 Pfd.?

7) Das spezifische Gewicht des gegossenen Eisens = 7,21. Um wie viel ist eine eiserne Kugel von 10 Pfd. Gewicht auszuhöhlen, wenn sie im Wasser schwimmen soll? Antwort: 8,61 Pfd.
8) Das specifische Gewicht des Bleies = 11,35. Wie viel wiegt eine Bleikugel von 4 Pfd. unter dem Wasser?

Aufl. Jeder feste Körper verliert unter dem Wasser so viel von seinem Gewichte, als das Gewicht des Wassers beträgt, dessen Raum er einnimmt. Da dieß = 1, so ist 11,35 unter dem Wasser = 11,35 — 1 = 10,35. Mithin ist die Aufgabe die: 11,35 Gewichtstheile außerhalb des Wassers machen 10,35 in dem Wasser; wie viel wiegt eine Bleikugel unter dem Wasser, die ober demselben 4 Pfd. schwer ist?
Antwort: 3 Pfd. 20 Lth. 2,1 Qt.

9) Wie viel wiegt ein Mann im Wasser, der außerhalb desselben 125 Pfd. schwer ist; wenn das specifische Gewicht des Menschen zu 1,1 angenommen wird?
Antwort: 11,3636 . . . Pfd., nahe 11 Pfd. 11 Lth. 2,5 Qt.

II. Raum-Rechnung.

Wenn auch früher schon Einiges aus der Raum-Rechnung behandelt worden ist, so soll doch jetzt Alles nochmal im Zusammenhange und erweitert vorgenommen werden.— Da sich nur aus der klaren Anschauung der äußeren Dinge klare Begriffe in uns erzeugen, und nur klare Begriffe ein klares Denken möglich machen, die Raumlehre aber ganz besonders geeignet ist, das Anschauungsvermögen auszubilden: so springt die Wichtigkeit derselben in die Augen. Auch für das praktische Leben ist sie von großem Werthe. Der Unterricht in der Raumrechnung wird jedoch nur dann recht fruchtbar sein, wenn er wirklich anschaulich betrieben wird. Die Anschaulichkeit

desselben besteht aber darin, daß man dem Schüler die verschiedenen Längen-, Flächen- und Körpermaße in ihrer wahren Größe und nach ihrer doppelten Eintheilung zur Betrachtung und Vergleichung vorführt, damit er eine deutliche Vorstellung davon gewinne; daß man Dinge in der nächsten Umgebung, als: Tische, Bänke, Wand- und Schiefertafeln, Schulzimmer, Schulhaus, Gärten ꝛc. messen und berechnen läßt; daß andere Gegenstände endlich theils im verkleinerten Maßstabe an die Wandtafel gezeichnet, theils blos innerlich angeschaut und dabei eben so behandelt werden, als ob sie körperlich gegenwärtig seien.

A. Längenberechnung.

a) Die Längenmaße und ihre Eintheilung.

Um die Länge eines Weges, die Höhe eines Baumes, die Länge und Breite eines Brettes, die Länge, Breite und Höhe eines Zimmers ꝛc. zu bestimmen; so müssen besagte Gegenstände nach diesen Richtungen hin gemessen werden. Dieß geschieht in gerader Linie und durch Maße von bestimmter und bekannter Länge.

Die gebräuchlichen Längenmaße sind: Die Ruthe (= °), der Fuß (= ′), der Zoll (= ″) und die Linie (= ‴).

Die Grundeinheit dieser Maße ist, in Bayern wenigstens, der Fuß. Derselbe wird zweifach eingetheilt: in 10 und in 12 Zoll; der Zoll wieder zweifach: in 10 und in 12 Linien.

Wird der Fuß in 10 Zoll und der Zoll in 10 Linien eingetheilt, so werden auch 10 Fuß auf 1 Ruthe gerechnet. Im andern Falle kommen 12 Fuß auf die Ruthe. Es gibt also eine zehn- und eine zwölftheilige Eintheilung.

Die 10theilige oder Decimaleintheilung:	Die 12theilige od. Duodecimaleintheilung:
1° = 10′ = 100″ = 1000‴	1° = 12′ = 144″ = 1728‴
1′ = 10″ = 100‴	1′ = 12″ = 144‴
1″ = 10‴	1″ = 12‴

b) Verwandlung der Längenmaße.

Beispiel 1. 8° 5′ 9″ 12theiligen Maßes, wie viele Zoll?

Berechnung:

```
8° 5′ 9″
 12
────
101′
 12
────
211
101
─────
1221″
```

Probe:

```
             12
12 | 1221″ | 101′ | 8°
     12      96
     ──      ──
      21      5′
      12
      ──
       9″
```

Beispiel 2. 5° 3′ 4″ 6‴ 10theiligen Maßes, wie v. Lin.?

Berechnung:

5° 3′ 4″ 6‴ = 53′ 4″ 6
= 534″6‴
= 5346‴

Probe:

5346‴ = 534″ 6‴
= 53′4″ 6‴
= 5°3′4″ 6‴

Dergleichen Aufgaben gebe man noch mehr.

Beispiel 3. 8° zwölftheiligen Maßes, wie viel Ruthen und Fuß 10theiligen Maßes?

Auflösung: 8° zwölfth. Maßes = 8 × 12 oder 96 Fuß; 96' zwölfth. M. sind auch 96' zehnth. Maßes; 96' zehnth. Maßes = 9° 6'; also &c.

Beispiel 4. 15° 4' zehnth. M., wie viel Rth. 12theil. M.?

Auflösung: 15° 4' zehnth. M. = 154'; 154' sind so viele Ruthen 12theil. Maßes, als 12' in 154' enthalten sind, nämlich 12° 10'; also &c.

Beispiel 5. Verwandle 6' 8'' 10''' zwölftheilig. M. in 10theiliges Maß?

Auflösung: Fuß sind Fuß; 6' = 6'; also sind nur die 8'' 10''' in 10theiliges Maß zu verwandeln. 8'' 10''' zwölftheiligen M. = 8 × 12 + 10 = 106'''; da der Fuß bei jeder Eintheilung derselbe ist, so sind auch 144''' zwölfth. M. = 100''' zehnth. M.; die Aufgabe ist daher: 144 zwölfth. Linien machen 100 zehnth. Linien; was thun 106 zwölfth. Linien?

144 ''' 100''' dc $\quad 144 : 100 = 106 : x$
106 ''' ? $\quad x = 73\frac{11}{18}''' = 7''\ 3\frac{11}{18}'''$

Also sind 6' 8'' 10''' zwölfth. M. = 6' 7'' $3\frac{11}{18}'''$ zehnth. M.

Beispiel 6. Verwandle 3° 7' 9'' zehnth. M. in 12theil. Maß!

Auflösung: 3° 7' = 37'; 37' = 3° 1' zwölfth. Maßes. Nun sind noch die 9'' zu verwandeln. Da 10 Decimalzoll = 12 Duodecimalzoll, so heißt es jetzt: 10 thun 12, was thun 9? Antwort: 10,8.

Also sind 3° 7' 9'' zehnth. M. = 3° 1' 10,8'' zwölfth. M.

Oder: 3° 7' 9'' = 379''; nun heißt es: 10 thun 12, wie viel thun 379?

Anm. Das Verwandeln der Decimalmaße in Duodecimalmaße und umgekehrt, (Beispiel 3 — 6) wird in den meisten Schulen übergangen werden können. Der Lehrer aber soll sich darin auskennen.

Sehr nützlich ist es, durch die Schüler den Umfang einzelner in der Schule befindlicher Gegenstände mittelst eines genau eingetheilten Maßstabes messen zu lassen. Dabei wird sich Folgendes ergeben.

Hat eine Fläche lauter gleiche Seiten, so braucht blos eine derselben gemessen zu werden; die Länge einer Seite, mit der Anzahl der Seiten multiplicirt, gibt den ganzen Umfang. Sind bei einem Viereck nur die zwei einander gegenüberstehenden Seiten von gleicher Länge, so hat man zwei Seiten von verschiedener Länge zu messen; der ganze Umfang ist dann zweimal so groß, als beide zusammen genommen. Ist keine Seite der andern gleich, so müssen sie alle gemessen und die Ergebnisse durch Addition vereinigt werden.

Der Winkel.

Ich ziehe eine gerade Linie. Setze ich nun an den Endpunkt eine andere Linie, so heißt das ein Winkel. Ein Winkel entsteht also, wo sich zwei Linien in einem Punkte vereinigen. Die beiden Linien nennt man Schenkel, den Punkt, wo die Linien sich treffen, Scheitelpunkt. — Ich nehme einen Zirkel; die beiden Arme desselben sind die Schenkel des Winkels, und je nachdem ich den Zirkel erweitere, oder zusammenziehe, wird der Winkel größer, oder kleiner.

Steht der eine Winkel senkrecht auf dem andern, so heißt der Winkel ein **rechter** (Figur 1). Ist ein Winkel kleiner als ein rechter, so ist er ein **spitziger** (Fig. 2.); ist er größer, als ein rechter, so ist er ein **stumpfer** (Fig. 3.)

B. Flächenberechnung.

Unter **Fläche** versteht man das Aeußere oder die Gränze eines Körpers. Dieselbe ist nicht dick, sondern nur lang und breit, oder lang und hoch. Will man die Größe einer Fläche genau bestimmen, so muß man suchen, wie vielmal so groß sie ist, als eine andere Fläche von bekannter Größe. Daher können als Maße für die Flächen nur wieder Flächen genommen werden. Als solche dienen die **Quadrate**, d. i. Flächen, welche von 4 gleichen Seiten eingeschlossen sind und 4 gleiche nämlich 4 **rechte** Winkel haben.

Der Lehrer zeichnet Fig. 4, 5 und 6 an die Wandtafel und fordert die Schüler auf, anzugeben, welche derselben ein Quadrat sei, welche nicht, und warum?

Da die Quadrate (hinsichtlich ihrer Größe) von unendlicher Verschiedenheit sein können; so sind diejenigen derselben, welche als Flächenmaße dienen sollen, näher zu bestimmen. Es sind solche, deren **eine** (also **jede**) Seite genau **eine Ruthe**, oder **einen Fuß** oder **einen Zoll**, oder **eine Linie** lang ist. Beträgt eine Seite des Quadrates 1 **Ruthe**, so ist es eine **Quadratruthe**; beträgt sie 1 **Fuß**, so ist es ein **Quadratfuß** u. s. f.

Was ist also eine **Quadratruthe**? ein □ **Fuß**? eine □ **Meile**? 2c.

Zeichne an die **Wandtafel** einen **Quadratfuß**! an die **Wand** eine **Quadratruthe**! auf die **Schiefertafel** einen **Quadratzoll**! eine **Quadratlinie** (Die 3 letzteren nach dem zehn- und zwölftheiligen Maße, vorausgesetzt, daß wenigstens einzelne Schüler einen doppelt eingetheilten Maßstab in Händen haben.)

Will man den Inhalt einer Fläche finden, so wendet man **beim Messen** derselben nicht die Quadratmaße selbst an, sondern man sucht mittelst der **Längenmaße**, wie lang und breit sie ist. Aus der gefundenen Länge und Breite wird dann der Flächen- oder Quadratinhalt **berechnet**. Wie dieß geschieht, läßt sich aus der Anschauung erkennen. Ist z. B. eine Fläche, wie Figur 7 im verkleinerten Maßstabe zeigt, 5 Fuß lang und 3 Fuß breit; so denkt man sich zuerst (wie bei Fig. 8) **in die Länge** von Fuß zu Fuß gerade Linien gezogen. Dadurch entstehen so viele Streifen, als die Fläche Fuß breit ist, nämlich 3. Nun denkt man sich auch **in die Breite** (wie bei Fig. 9) von Fuß zu Fuß gerade Linien gezogen. Hierdurch bildet sich aus jedem Streifen eine Reihe von so viel Quadratfuß, als die Fläche Fuß lang ist, nämlich 5. Mithin ist dieselbe 3 $\times$ 5 oder 15 □ Fuß groß.

Anm. Die Zahl, welche die Breite angibt, bezeichnet auch die Anzahl der Reihen, und die Zahl, welche die Länge bezeichnet, sagt zugleich, wie viele Quadrate jede Reihe enthält. Darum geben Länge und Breite, miteinander multiplicirt, den Quadratinhalt der Fläche. — Bei folgenden Fällen unterlasse man nicht, die Aufgabe und deren Lösung durch Figuren anschaulich zu machen.

1) Berechnung der Quadrate.

Aufgabe 1. Wie groß ist der Flächeninhalt eines Quadrats, dessen Seite a) 2 Zoll, b) 3 Zoll, c) 4 Zoll 2c. lang ist?

Auflösung: a) ein Quadrat, dessen Seite 2 Zoll lang ist, ist eine Fläche von 2 Zoll Länge und 2 Zoll Breite. Dasselbe enthält also 2 Reihen von je 2 □ Zoll und ist daher 2 × 2 oder 4 □ Zoll groß ist.

b) Ein Quadrat, dessen Seite 3 Zoll mißt, gibt 3 Reihen von je 3 □ Zoll, ist also 3 × 3 oder 9 □ Zoll groß. Und so fort.

Anm. Da bei dem Quadrate Länge und Breite einander gleich sind, so kann man auch sagen, daß die Größe desselben gefunden werde, wenn man eine seiner Seiten mit sich selbst multiplicirt.

Aufgabe 2. Verwandle eine □ Ruthe in □ Fuß, einen □ Fuß in □ Zoll, einen □ Zoll in □ Linien, nach dem 10- und zwölftheiligen Maße!

Auflösung.

a) Nach der zehntheiligen Eintheilung ist

1 □° = 10 × 10 oder 100 □′
1 □′ = 10 × 10 oder 100 □″
1 □″ = 10 × 10 oder 100 □‴

Also ist 1 □° = 100 □′ = 10000 □″ = 1000000 □‴
1 □′ = 100 □″ = 10000 □‴
1 □″ = 100 □‴

b) Nach der zwölftheiligen Eintheilung ist

1 □° = 12 × 12 oder 144 □′
1 □′ = 12 × 12 oder 144 □″
1 □″ = 12 × 12 oder 144 □‴

Also ist 1 □° = 144 □′ = 20736 □″ = 2985984 □‴
1 □′ = 144 □″ = 20736 □‴
1 □″ = 144 □‴

Aufgabe 3. Ein Garten hat die Form eines Quadrats und mißt an jeder Seite 15 Ruthen. Wie groß ist sein Flächeninhalt?
Antwort: 225 □°.

2) Berechnung des länglichen Rechtecks.

(Fig. 5, 7, 8 u. 9.)

Anm. Wo bei den Aufgaben die nähere Bezeichnung fehlt, ist das 12theilige Maß gemeint.

Beispiel 1. Eine Wiese ist 20 Ruthen lang und 15 Ruthen breit. Wie groß ist ihr Quadratinhalt?

Auflösung. Da die Wiese 20 Rth. lang und 15 Rth. breit ist, so gibt es 15 Reihen von je 20 □°; mithin ist dieselbe 15mal 20 oder 300 □° groß.

Aufgaben: Wieviel beträgt der □ Inhalt einer Fläche
a) von 48° Länge und 32° Breite? Antwort: 1536 □°
b) von 25′ Länge und 17′ Breite? Antwort: 2 □° 137 □′
c) von 18″ Länge und 15″ Breite? Antwort: 1 □′ 126 □″

Beispiel 2. Eine Fläche ist 2 Fuß 8 Zoll breit und 3 Fuß 6 Zoll lang. Wie groß ist ihr Quadratinhalt?

Auflösung: Man verwandelt die Fuß in Zoll, multiplicirt dann Länge und Breite mit einander und reducirt die gefundene Anzahl Quadratzoll mit 144 auf Quadratfuß.

3′ 6″ = 42″ 144 | 1344 | 9 □′
2′ 8″ = 32″ 1296
84 48 □″
126
1344 □″ Die Fläche ist also 9 □′ 48 □″ groß.

Aufgaben: Welches ist der Flächeninhalt
a) eines Ackers von 40° 6 Länge und 23° 8′ Breite? (10 theil.)
b) einer Wand von 58′ 6″ Länge und 15′ 7″ Höhe?
c) einer Platte von 8″ 9‴ Länge und 5″ 7‴ Breite?
d) von Fußboden, Decke und 4 Wänden eines Zimmers, das 28′ 4″ lang, 22′6″ breit und 12′ 3″ hoch ist?

Antwort: a) 966,28 □°; b) 911 □′ 90 □″; c) 48 □″ 123 □‴; d) 2520 □′ 60 □′

Beispiel 3. Ein Ackerbeet ist 36° zehntheiligen Maßes lang und 8 breit. Wie viel beträgt sein Flächeninhalt?

Auflösung: Man bringt das Maß der Länge und Breite auf einerlei Benennung, d. i. man verwandelt die 36° gleichfalls in Fuß, multiplilirt dann beide miteinander und reducirt die gefundene Anzahl Quadratfuß auf Quadratruthen.

Berechnung: 36° = 360′
8
2880 □′ = 28 □° 80 □′

Aufgaben: Wie groß ist eine Fläche, welche
a) 3° lang und 8′ breit ist? Antwort: 2 □°
b) 9′ Länge und 10″ Zoll Höhe hat? Antwort: 7½ □′
c) 8″ in der Höhe und 7‴ in der Breite mißt? Antw.: 4⅔ □″

Beispiel 4. Welches ist der Quadratinhalt einer Fläche, welche ½′ lang und ⅓′ breit ist?

Aufl. 1 lang′ und 1′ breit. = 1 □′ (Fig. 10.)
1′ lang und ⅓′ breit = ⅓ × 1 □′ = ⅓ □′ (Fig. 11)
½′ lang und ⅓′ breit = ½ × ⅓ □′ = ⅙ □′ (Fig. 12.)

Beispiel 5. Eine Fläche ist ¾ Zoll breit und ⅘ Zoll lang, wie groß ist ihr Quadratinhalt?

Aufl. 1″ lg. und 1″ br. = 1 □″
1″ lg. und $\frac{3}{4}$″ br. = $\frac{3}{4}$ □″ (Fig. 13.)
$\frac{4}{5}$″ lg. und $\frac{3}{4}$ br. = $\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{12}{20}$ □″ (Fig. 14.)
Also ist die Fläche $\frac{12}{20}$ oder $\frac{3}{5}$ □″ groß.

Aufgaben: Wie viel beträgt der Quadrat-Inhalt einer Fläche von
a) $\frac{1}{2}$″ Länge und $\frac{1}{2}$″ Breite? $\frac{1}{4}$″ Länge und $\frac{1}{4}$″ Breite?
b) $\frac{2}{3}$′ Breite und $\frac{3}{4}$′ Länge? $\frac{3}{4}$′ Länge und $\frac{5}{6}$′ Höhe?
c) $\frac{5}{6}$° Höhe und $\frac{2}{3}$° Breite? $\frac{7}{8}$° Breite $\frac{4}{5}$° Höhe?
d) 0,3′ Breite und 0,7′ Länge? 0′8° Länge und 0′75° Breite?

Beispiel 6. Der Fußboden eines Zimmers ist $28\frac{2}{3}$′ lg. und $20\frac{3}{4}$′ breit; wie viel beträgt sein Flächeninhalt?

Aufl. 1′ Breite und $28\frac{2}{3}$′ Länge gibt $28\frac{2}{3}$ □′; 2′ Breite und $28\frac{2}{3}$′ Länge gibt $2 \times 28\frac{2}{3}$ □′; also machen $20\frac{3}{4}$′ Br. und $28\frac{2}{3}$′ Länge $20\frac{3}{4} \times 28\frac{2}{3}$ □′.

Ausrechnung.

a. $20\frac{3}{4} \times 28\frac{2}{3} =$

20	× 28	=	560
20	× $\frac{2}{3}$	=	$13\frac{1}{3}$
$\frac{3}{4}$	× 28	=	21
$\frac{3}{4}$	× $\frac{2}{3}$	=	$\frac{1}{2}$
Zusammen:			$594\frac{5}{6}$ □′

b. $20\frac{3}{4} \times 28\frac{2}{3} =$
$\frac{83}{4} \times \frac{86}{3} = \frac{7138}{12}$
$= 594\frac{5}{6}$.
Der Fußboden ist also $594\frac{5}{6}$ □′ groß.

Aufgaben: Wie groß ist

a) ein Acker, $30\frac{3}{4}$° lang und $18\frac{5}{6}$ breit? ($579\frac{1}{6}$ □°)
b) eine Wiese, $42\frac{1}{2}$′ lang und $36\frac{2}{5}$′ breit? (1547 □′)
c) ein Tisch, $25\frac{1}{4}$″ lang und $22\frac{3}{4}$″ breit? ($574\frac{7}{16}$ □″)
d) ein Garten, 42,6′ breit und 54,9′ lang? (2338,74 □′)

3) Berechnung des verschobenen Vierecks.

Daß das verschobene Viereck abcd (Fig. 15) dem rechtwinkeligen Vierecke efcd an Größe gleich ist, ist (auch ohne mathematischen Beweis) leicht einzusehen. Also wird der Quadratinhalt des ersteren eben so gefunden werden, wie der des letzteren: man sucht die Länge ab und die Breite (oder Höhe) de und multiplicirt dann beide miteinander.

Aufgabe. Die Grundlinie ab sei = 24′ und die Höhe de = 15′; wie groß ist der Quadratinhalt? Antwort: 360 □′

4) Berechnung des ungleichseitigen Vierecks.
(Fig. 16.)

Wenn man über der Grundlinie ab und dieser parallel eine gleichlange Linie zieht, welche die Linie cd bei e schräg schneidet, so wird von der Figur auf der einen Seite gerade so viel weggeschnitten, als auf der andern fehlt, um ein Rechteck zu bilden. Es lehrt also der Augenschein, daß ein ungleichseitiges Viereck genau so groß ist, als ein Rechteck, welches dieselbe Grundlinie und mittlere Höhe

hat. Um daher den Quadratinhalt einer solchen Fläche zu erhalten, so mißt man deren Länge und mittlere Breite und multiplicirt dann beide mit einander.

Anstatt der mittleren Breite kann man auch die kleinere und die größere Breite messen und die Hälfte von deren Summe nehmen.

Aufgabe 1. Es sei ab = 36′ ad = 6′ 4″ und bc = 10′ 8″; wie groß ist der Quadratinhalt?

Berechnung: 6′ 4″ + 10′ 8″ = 17; die Hälfte von 17′ = $8\frac{1}{2}$′; $8\frac{1}{2}$ mal 36 = 302; also ist die Fläche 302 □′ groß.

Aufgabe 2. Ein Acker ist 98° 5′ lang und auf der einen Seite 42° 5′, auf der andern 37° 3′ breit, zehntheiligen Maßes. Wie viele Tagw. (zu 40000 □′) ist derselbe groß?

Antwort: 9,825375 Tgw.

5) Berechnung der Dreiecke.

Wie sich aus der Anschauung (Fig. 17 u. 18.) ergibt, so ist das Dreieck immer die Hälfte eines Vierecks von gleicher Grundlinie und Höhe. Der Inhalt eines Dreiecks wird daher gefunden, wenn man seine Grundlinie (ab) und seine senkrechte Höhe (ac od. ce) mit einander multiplicirt und hernach das Produkt halbirt.

Aufgabe 1. Es sei ab = 15′ 4″ und die Höhe ac = 12′ 9″; wie groß ist der Flächeninhalt? Antwort: $97\frac{3}{4}$ □′.

Aufgabe 2. Es sei ab = $12\frac{3}{4}$′ und ac = $14\frac{2}{3}$′; wie viel beträgt der Quadratinhalt? Antwort: $93\frac{1}{2}$ □′.

Aufgabe 3. Der Giebel eines Hauses ist 28′ breit und $25\frac{1}{2}$′ hoch; wie groß ist der Quadratinhalt seiner Außenseite? (357 □′.)

6) Berechnung der Vielecke.

Alle geradlinigen Figuren, welche mehr als 4 Seiten haben, werden vielseitige oder vieleckige genannt. Sind bei einer vieleckigen Figur alle Seiten (und Winkel) einander gleich, so ist sie ein regelmäßiges Vieleck (Fig. 20); wenn nicht, so ein unregelmäßiges (Fig. 19.)

Um die Flächeninhalt eines unregelmäßigen Vielecks zu finden, so zerlegt man dasselbe, indem man von einer Ecke zur andern Linien zieht, in Dreiecke, berechnet dann diese einzeln und zählt die Ergebnisse zusammen.

Aufgabe: Von dem Fünfecke (Figur 19) sei ac = 24′; bf = 9′; dg = 10′; ad = 21′; eh = 12′; wie groß ist sein Quadratinhalt?

Auflösung: Durch die Linien ac und ad werden Dreiecke gebildet: I. abc, II. acd und III. ade.

I. Die Grundlinie ac = 24′; die Höhe bf = 9; 9 × 24 = 216; $\frac{1}{2}$ × 216 = 108; das erste Dreieck also = 108 □′

II. Die Grundlinie ac = 24'; die Höhe dg = 10'; 10 × 24 = 240; $^1/_2$ × 240 = 120; das 2. Dreieck = 120 □'.

III. Die Grundlinie ad = 21'; die Höhe eh = 12'; 12 × 21 = 252; $^1/_2$ × 252 = 126; das 3. Dreieck = 126 □'.

Das ganze Fünfeck enthält also 108 + 120 + 126 = 354 □'.

Wie das unregelmäßige Vieleck, so läßt sich auch das regelmäßige behandeln. Einfacher ist es aber, wenn man von den Eken aus Linien auf den Mittelpunkt desselben zieht, wodurch so viele gleiche Dreiecke entstehen, als die Figur Seiten hat. Dann berechnet man eines derselben und nimmt das Ergebniß so oftmal, als Seiten oder Dreiecke vorhanden sind.

Aufgabe. Es sei bei Figur 20 die Grundlinie ab = 4' und die Höhe cd = 5'; wie viele □.=F. enthält das Sechseck?

Auflösung: 4 × 5 = 20; die Hälfte davon ist 10. Das Dreieck abc ist also 10 □.=Fuß groß. Von derselben Größe sind auch die übrigen Dreiecke. Folglich enthält das ganze Sechseck 6 × 10 □.=F.; 6 × 10 □.=F. = 60 □.=F.

Anm. Um auf das Folgende vorzubereiten, so lasse man die Berechnung noch auf eine zweite Weise ausführen.

$$1 \text{ Dreieck} = \frac{4 \times 5}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ □.=F.}$$

$$2 \text{ Dreiecke} = \frac{4 \times 5}{2} + \frac{4 \times 5}{2} = \frac{8 \times 5}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ □.=F.}$$

$$3 \text{ Dreiecke} = \frac{4 \times 5}{2} + \frac{4 \times 5}{2} + \frac{4 \times 5}{2} = \frac{12 \times 5}{2} = \frac{60}{2} = 30 \text{ □.=F.}$$

u. s. w.

Haben also zwei oder mehrere Dreiecke gleiche Höhe, so wird der Inhalt derselben auch gefunden, wenn man ihre Grundlinien in eine Summe vereinigt, diese dann mit der gemeinschaftlichen Höhe multiplicirt und das Produkt halbirt.

7) Berechnung der Kreisfläche.

(Figur 21.)

Der Kreis wird durch einen Zirkel mit gleicher Oeffnung beschrieben. Daher ist die Kreislinie oder der Umkreis von dem Mittelpunkte überall gleichweit entfernt, und daher sind auch die Halbmesser eines Kreises — die geraden Linien von dem Mittelpunkte bis zum Umkreis — alle einander gleich. Eine gerade Linie, welche durch den Mittelpunkt des Kreises geht und mit ihren beiden Enden die Kreislinie berührt, wird der Durchmesser genannt. Der Umfang eines Kreises verhält sich zum Durchmesser desselben wie 314 zu 100, d. i. der Umfang enthält stets 314 solche Theile, wie der Durchmesser deren 100 hat. Er ist also $3^{14}/_{100}$ (= 3, 14 oder genauer 3,1416) mal so groß, als dieser.

Fragen: Wie verhält sich der Durchmesser eines Kreises zum Halbmesser desselben? der Halbmesser zum Durchmesser? Wie findest du aus dem gegebenen

Durchmesser den Kreisumfang und umgekehrt? Wie aus dem Halbmesser und umgekehrt? Beispiele!

Der Kreis kann als ein regelmäßiges Vieleck von (unzählig) vielen Seiten angesehen werden. Denkt man sich nun vom Mittelpunkte aus nach allen Ecken Halbmesser gezogen, so entstehen (unendlich) viele Dreiecke. Die gemeinschaftliche Höhe derselben ist der Halbmesser, und ihre Grundlinien bilden, zusammen genommen, den Kreisumfang. Der Inhalt aller Dreiecke und somit auch der Inhalt des ganzen Kreises wird daher gefunden, wenn man Umfang und Halbmesser mit einander multiplicirt und das Produkt halbirt.

Beispiel: Der Umfang eines Kreises = 22′, sein Halbmesser = $3\frac{1}{2}$′; wie groß ist seine Fläche?

Antwort: $3\frac{1}{2} \times 22$, getheilt durch 2 = $38\frac{1}{2}$ Q.-F.

Aufgaben: Wie groß ist der Quadratinhalt

a) einer kreisrunden Scheibe von 6″ Durchmesser?
Antwort: 28,2744 Q.-Z.

b) eines Kreises von 4° im Halbmesser? (50,2656 Q.-R.)

c) eines kreisrunden See's von 471, 24′ Umfang? (17671,5 Q.-F.)

Anm. Da der Q.-Inhalt eines Kreises aus dem Halbmesser und dem Umfange desselben sich berechnet, beide aber selten geradezu gegeben sind; so ist immer das Erste, sie zu bestimmen. Dann wird zur eigentlichen Flächenberechnung übergegangen. — Ist der Durchmesser = 8′, so ist der Umkreis = 8 × 3,1416′, und die Kreisfläche = 4 × 8 × 3,1416 getheilt durch 2 = 4 × 4 × 3,1416 Q.-F. Hieraus folgt, daß der Inhalt eines Kreises auch gefunden wird, wenn man den Halbmesser mit sich selbst und das Produkt wieder mit 3,1416 multiplicirt.

Zusatz.

Der Flächeninhalt ist das unmittelbare Produkt aus Länge und Breite. Ist daher die Größe der Fläche und die eine Ausdehnung derselben (die Länge oder Breite) bekannt; so findet man die andere, indem man mit der gegebenen Ausdehnung in den Flächeninhalt dividirt.

Beispiel 1. Eine Fläche ist 24 Q.-Zoll groß; in ihrer Breite mißt sie 4″; wie viel beträgt ihre Länge?

Auflösung: Ist eine Fläche 4″ breit, so muß sie, um 4 Q.-Z. zu enthalten, 1″ lang sein. Um 2 × 4 Q.″ zu enthalten, so muß sie 2 × 1″ lang sein. Um 3 × 4 Q.″ zu enthalten, so muß sie 3 × 1″ lang sein. Die gegebene Fläche ist 24 Q.″ groß. Also muß ihre Länge so viel mal 1″ betragen, als 4 Q. in 24 Q.″ enthalten sind. 4 Q.″ in 24 Q.″ = 6mal. Folglich ist sie 6 × 1″ lang; 6 × 1″ = 6″.

Beispiel 2. Ein Rechteck, dessen kürzere Seite 4° 8′ zehntheil. Maßes beträgt, ist 36 Q.° groß. Wie viel mißt dessen längere Seite?

Auflösung: a) 4° 8′ = 48′; 48′ Breite und 1′ Länge geben 48 Q.′; das Rechteck ist also so viel mal 1 Fuß lang, als 48 Q.′ groß. Sein Flächeninhalt = 36 Q.°; mithin beträgt seine Ausdehnung in der Länge so viele Fuß, als 48 Q.′ in 36 Q. enthalten sind. Um dieß zu finden, so verwandle ich die 36 Q.°

auch in Q.'; 36 Q.° = 36 × 100 = 3600 Q.'; 48 Q.' in 3600 Q.' oder 48 in 3600 = 75. Also ist das Rechteck 75' oder 7° 5' lang.

b) 4° 8' = 4,8°. Ist eine Fläche 4,8° breit und 1° lang, so enthält sie 4,8 Q.°; sie ist 4,8° breit und 2 × 1° lang, so ist sie 2 × 4,8 Q.° groß. Folglich ist die Fläche so vielmal 1° lang, als 4,8 Q.° groß. Und da ihre Größe 36 Q.° beträgt, so ist sie so vielmal 1 Ruthe lang, als 4,8 Q.° in 36 Q.° enthalten sind. 4,8 in 36 = 48 in 360 = 7,5. Also ꝛc.

Aufgaben.

1) Acker enthält 320 Q.° und ist 80° lang; wie breit ist er? Antwort: 4° breit.
2) Eine Wiese = 250 Q.°; ihre Breite = 20°; wie groß ist ihre Länge? Antwort: 12,5°.
3) Eine Wand ist 18' hoch und enthält 720 Q.'; wie viel Fuß hat sie in der Länge? Antwort: 40 Fuß.
4) Ein Tisch enthält 14 Q.' und ist 4'8" lang; wie viel mißt er in der Breite? Antwort: 3 Fuß.
5) Ein Ackerbeet ist 48 Q.° zehntheiligen Maßes groß und 8' breit; wie viel beträgt seine Länge? Antw.: 60 Rth.

C. Körperberechnung.

Eine (mathematische oder gedachte) Linie ist nur lang; eine Fläche ist lang und breit; ein Körper aber ist lang, breit und hoch (tief oder dick). Als Maß für die Körper dient der Würfel oder Kubus. Derselbe ist ein achteckiger, von 6 gleichen Quadratflächen umschlossener Körper. Seine 12 Kanten — die scharfen Erhebungen, welche durch das Zusammenstoßen der Flächen entstehen — sind alle einander gleich. Er ist daher eben so hoch als lang und breit. Sowie man die Linien nach Längenruthen, Längenfuß ꝛc. und die Flächen nach Quadratruthen, Quadratfuß ꝛc. bestimmt; so sucht man bei den Körpern, wie viele Würfelruthen, Würfelfuß ꝛc. sie enthalten. Ein Würfel- oder Kubikzoll ist ein Würfel, welcher 1" lang, 1" breit und 1" hoch ist. Was ist nun ein Kubikfuß? eine Kubikruthe? eine Kubikmeile?

Ist ein Würfel 2 Zoll lang (folglich auch breit und hoch), so beträgt seine Grundfläche 2 × 2 = 4 Quadratzoll. Auf jeden Q." kann ein Kubikzoll aufgesetzt werden Auf der Grundfläche von 4 Q." können somit 4 K.-Z. neben einander stehen. Sie bilden eine Schicht von 1" Höhe. Da der Würfel 2" hoch ist, so enthält er 2 dergleichen Schichten. Er ist also 2 × 4 oder 8 K.-Z. groß.

Ist ein Würfel 3 Zoll lang, so enthält er 3 Schichten von je 3 × 3 oder 9 Kubikzoll. Er ist also 3 × 3 × 3 oder 27 K.-Z. groß.

Bei 4" Länge enthält ein Würfel 4 Schichten von je 4 × 4 oder 16 K.-Z.; sein Rauminhalt ist also = 4 × 4 × 4 = 64 K.-Z.

Anm. Das Produkt aus Länge und Breite bezeichnet zunächst den Quadratinhalt der Grundfläche, dann aber auch die Anzahl der Würfelzoll rc., welche zusammen eine Schicht bilden. Die Zahl, welche die Höhe bestimmt, sagt, wie viele dergleichen Schichten der ganze Körper enthält. Darum gibt das Produkt aus der Länge, Breite und Höhe den Kubikinhalt. Da beim Würfel alle Seiten einander gleich sind, so kann man, um dessen Inhalt zu finden, die Zahl, welche die Länge des Würfels bezeichnet, mit sich selbst und das Produkt wieder mit derselben Zahl multipliciren.

Aufgabe. Verwandle eine Kubikruthe in Kubikfuß, einen Kubikfuß in Kubikzoll rc.!

a) Zehntheilig.

1 K.-R. = 10 × 10 × 10 = 1000 K.-Fuß,
1 K.-F. = 10 × 10 × 10 = 1000 K.-Zoll,
1 K.-Z. = 10 × 10 × 10 = 1000 K.-Linien.

Also ist 1 K.-R. = 1000 K.-F. = 1000000 K.-Z. = 1000000000 K.-L.
1 K.-F. = 1000 K.-Z. = 1000000 K.-L.
1 K.-Z. = 1000 K.-L.

b) Zwölftheilig.

1 K.-R. = 12 × 12 × 12 = 1728 K.-Fuß,
1 K.-F. = 12 × 12 × 12 = 1728 K.-Zoll,
1 K.-Z = 12 × 12 × 12 = 1728 K.-Linien.

Also ist 1 K.-R. = 1728 K.-F. = 2985984 K.-Z. = 5159780352 K.-L.
1 K.-F. = 1728 K.-Z. = 2985984 K.-L.
1 K.-Z. = 1728 K.-L.

Die Art und Weise, den kubischen Inhalt von andern Körpern zu bestimmen, ist durch die Form derselben bedingt.

1) Das Prisma und der Cylinder.

Das Prisma ist ein Körper, welcher zwei gleiche Drei-, oder Vier-, oder Vielecke als Grundflächen und drei oder mehrere ebene Seitenflächen hat. Der Cylinder (die Rolle oder Walze) hat zwei ebene kreisrunde Grundflächen und eine gewölbte Seitenfläche. Beide (Prisma und Cylinder) sind überall gleich dick.

Beispiel 1. Die Grundfläche eines vierseitigen Körpers ist 1′ lang und 9″ breit; seine Höhe beträgt 8′ 5″ zehntheiligen Maßes. Wie groß ist sein Kubikinhalt?

Auflösung: 1′ = 10″; die Grundfläche ist also = 9 × 10 oder 90 Q.-Z. Eben so viele Kubikzoll kommen auf eine Schicht. Da 8′ 5″ = 85″, so enthält der Körper 85 dergleichen Schichten; 85 × 90 = 7650. Er ist also 7650 Kubikzoll oder 7 Kubikfuß und 650 Kubikzoll groß.

Beispiel 2. Wie groß ist der Kubikinhalt eines dreiseitigen $7\frac{1}{2}$ Fuß hohen Körpers, dessen zwei Grundflächen Dreiecke sind von $\frac{3}{4}$′ Breite und $1\frac{1}{6}$′ Höhe?

Auflösung: $\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{6} = \frac{21}{24} = \frac{7}{8}$; die Hälfte von $\frac{7}{8} = \frac{7}{16}$. Die Grundfläche ist also $\frac{7}{16}$ Q.-F. groß. Von der

untern Grundfläche bis zu 1 Fuß Höhe beträgt der Rauminhalt $^7/_{16}$ Kubikfuß, bis zu $7^1/_2$' Höhe $7^1/_2 \times {}^7/_{16} = 3^9/_{32}$ K.-F.

Beispiel 3. Ein Cylinder hat 1' 4" im Durchmesser und ist 10' hoch. Wie groß ist sein Kubikinhalt?

Auflösung: Da der Durchmesser = 1' 4" oder 16", so ist der Umkreis = 3,14 × 16 = 50,24", der Halbmesser = $^1/_2$ × 16" = 8", die Kreisfläche also ist die Hälfte von 8 × 50,24 = 4 × 50,24 = 200,96 □-Z. Auf diese Fläche lassen sich 200,96 Kubikzoll neben einander setzen. Und da der Cylinder 10' oder 120" hoch ist, so enthält er 120 dergleichen Schichten. Er ist also 120 × 200,96 = 24115,2 K.-Z. = 13 K.-F. und 1651,2 K.-Z. groß.

Anm. Aus dem Bisherigen ist zu ersehen, daß der Kubikinhalt eines jeden Körpers mit gleichen Grundflächen, es mögen dieß Dreiecke oder Vierecke, oder Vielecke, oder Kreise sein, gefunden wird, wenn man den Quadratinhalt der Grundfläche mit der Höhe multiplicirt.

Aufgaben.

1) Ein 4seitiger Körper, 8° lang, 7° br. und 6° hoch = 336 K.-R.
2) Ein Zimmer, 25' lang, 8' hoch und 19' breit = 3800 K.-F.
3) Ein Würfel von 14" langen Kanten = 2744 K.-Z.
4) Eine Mauer, 428' lg., 8' hoch und 1' 3" dick = 4280 K.-F
5) Eine Wand, 1' 4" dick, 10' 8" hoch und 64' 9" lang = ? Antwort: $920^8/_9$ K.-F.
6) Eine 1' 2" dicke Giebelmauer, deren Außenseite ein Dreieck ist, 48' hoch und 36' breit = 1008 K.-F.
7) Ein vierseitiger Körper, $^7/_8$° hoch, $^2/_3$° dick und $8^3/_4$° lang = ? Antwort: $5^5/_{48}$ K.-R.
8) Ein 4kantiger Balken von $12^1/_2$' Länge, $2^3/_4$' Breite und $1^1/_6$' Dicke = $40^5/_{48}$ K.-F.
9) Ein 4seitiger Stein von $32^7/_8$" Länge, $18^2/_3$" Dicke und $24^5/_6$" Höhe = 8 K.-F. $1415^7/_{16}$ K.-Z.
10) Wie viele bayr. Metzen à 1,49 Kubikfuß faßt ein Kasten, dessen leerer Raum 18' lang, 4' hoch und $3^1/_2$' breit ist? Antwort: $169^{19}/_{149}$ Mtz.
11) Ein Getreidehaufen ist 30' lg., 25' br. und $1^1/_4$' hoch. Wie viele bayr. Scheffel enthält derselbe? (104 Schff. $5^{29}/_{149}$ Mtz.)
12) Ein viereckiges Gefäß ist 15' lg., 12 br. und $2^3/_4$ hoch. Wie viele bayr. Eimer à $2^3/_4$ Kubikfuß hält dasselbe? (180 Eim.)
13) Wie groß ist der Kubikinhalt
   a) eines dreikantig beschlagenen Balkens von $2^1/_2$' Breite, $2^1/_2$ Dicke und 36' Länge? Antwort: $112^1/_2$ K.-Fß.
   b) eines kreisrunden Baumstammes, dessen Länge 30' und dessen mittlerer Durchmesser 5' 8" zehnth. Maßes beträgt? Antwort: 792,222 K.-Fß.

2) Die Pyramide und der Kegel.

Die Pyramide hat, wie das Prisma, entweder ein Dreieck, oder ein Viereck, oder ein Vieleck als Grundfläche; der Kegel hat, wie der Cylinder, als solche einen Kreis. Beide nehmen gegen ihre Höhe an Dicke verhältnißmäßig ab und endigen in eine Spitze.

Eine Pyramide ist genau $^1/_3$ von einem Prisma, welches gleiche Grundfläche und Höhe mit ihm hat. Dasselbe Verhältniß besteht zwischen zwei Kegel und Cylinder.

So lehrt die Stereometrie. Um die Schüler davon zu überzeugen, so fertige man einen Cylinder und einen Kegel von gleichen Grundflächen und gleicher Höhe, beide hohl. Mit derselben Masse Sand, welche der Cylinder auf einmal faßt, läßt sich der Kegel dreimal füllen. Also —

Der Rauminhalt einer Pyramide und eines Kegels wird daher gefunden, wenn man die Grundfläche mit der Höhe vervielfacht und das Ergebniß durch 3 theilt, oder wenn man die Grundfläche mit dem dritten Theil der Höhe multiplicirt.

Aufgabe 1. Eine vierseitige Pyramide ist 4′ breit und tief und 12′ hoch; wie groß ist ihr Kubikinhalt?

Auflösung: Die Grundfläche = 4 × 4 = 16 Q.′; der Kubikinhalt = 12 × 16, getheilt durch 3, oder $^1/_3$ × 12 × 16 = 4 × 16 = 64 K.-F.

Aufgabe 2. Ein Kegel hat 8″ Durchmesser und 1′ 6″ Höhe wie viel beträgt sein Rauminhalt?

Auflösung: Der Durchmesser = 8″; der Umfang der Grundfläche = 8 × 3, 14 = 25,12″; der Halbmesser = 4″; der Quadratinhalt der Grundfläche beträgt die Hälfte von 4 × 25,12 = 2 × 25,12 = 50,24 Q.″; die Höhe = 1′ 6″ = 18″; der körperliche Inhalt des Kegels ist daher $^1/_3$ von 18 × 50,24 = 6 × 50,24 = 301,44 K.-Z.

Aufgabe 3. Wie groß ist der Kubikinhalt einer 4seitigen Pyramide von 12′ Breite und Tiefe und 45′ Höhe? (2160 K.-F.)

Aufgabe 4. Ein Kegel hat 6′ Durchmesser und 20′ Höhe; was ist sein Rauminhalt? Antwort: 565,488 Kubikf.

3) Die Kugel.

Die Kugel hat nur eine einzige vollkommen runde Fläche, welche in allen Punkten gleichweit von dem Mittelpunkt entfernt ist.

Denkt man sich die krumme Seitenfläche eines geradstehenden Cylinders abgerollt, so ist leicht einzusehen, daß der Quadratinhalt derselben gefunden werde, wenn man den Umfang des Cylinders mit seiner Höhe multiplicirt. Auch ist ohne Beweis begreiflich, daß eine Kugel dieselbe Oberfläche habe, wie ein Cylinder, dessen Durchmesser und Höhe dem Kugeldurchmesser gleich ist. Demnach wird die Oberfläche einer Kugel gefunden, wenn man den Kugelumfang mit dem Durchmesser multiplicirt. Bei näherer Betrachtung ergibt sich, daß dieß eben so viel ist, als wenn man den

Kugeldurchmesser mit sich selbst und das Produkt mit 3,1416 (oder 3,14) multiplicirt.

Aufgabe 1. Der Durchmesser einer Kugel ist 8″; wie groß ist ihre Oberfläche? Antwort: Ist der Durchmesser = 8″, so ist der Umfang = 3,14 × 8, mithin die Kugeloberfläche = 3,14 × 8 × 8 = 3,14 × 64 = 200,96 □.″ = 1 □.′ 56,96 □.″

Aufgabe 2. Der Umfang einer Kugel ist 26,7′; wie groß ist ihre Oberfläche?

Auflösung: Der Durchmesser = 3,14 in 26,7 = 8,5′; die Oberfläche also = 26,7 × 8,5 = 226,95 □.′

Denkt man sich eine Kugel aus lauter Pyramidchen zusammengesetzt, deren Spitzen im Mittelpunkte zusammentreffen: so bilden die Grundflächen derselben zusammen genommen die Kugeloberfläche, und die Höhe einer Pyramide gibt den Halbmesser der Kugel. Man findet also den Kubikinhalt einer Kugel, wenn man ihre Oberfläche mit ihrem Halbmesser multiplicirt und das Ergebniß durch 3 theilt.

Aufgabe 1. Eine Kugel hat 3′ im Durchmesser; wie groß ist a) ihre Oberfläche? b) ihr Rauminhalt?

Auflösung: a) Die Oberfläche der Kugel = 3 × 3 × 3,14 = 9 × 3,14 = 28,26 □.′ b) Der Halbmesser = $^1/_2$ × 3′ = 1,5′; der Rauminhalt der Kugel ist also $^1/_3$ von 1,5 × 28,26 = 0,5 × 28,26 = 14,13 Kubikfuß.

Aufgabe 2. Eine Kugel hat 24′ Durchmesser; was macht ihr Rauminhalt? Antwort: 7234,56 K.-F.

Aufgabe 3. Durch theilweise Messung hat man gefunden, daß der Umfang der Erdkugel 5400 Meilen beträgt. Wie groß ist a) der Durchmesser, b) der Halbmesser, c) die Oberfläche, d) der Kubikinhalt derselben?

Antwort: Der Erddurchmesser = 1718,9 und der Erdhalbmesser = 859,5 Meilen, die Erdoberfläche = 9282060 Quadratmeilen, der Rauminhalt der Erde = 2659310190 Kubikmeilen.

Zusatz.

Eine in Bayern im zweiten Viertel dieses Jahrhunderts durchgeführte sehr vortreffliche Einrichtung ist die Art und Weise, wie die Grundsteuer berechnet wird. Dieselbe ist nämlich nicht nur von der Größe eines Grundstückes, sondern zugleich auch von dessen Bodengüte abhängig gemacht. Deßhalb wurde das ganze Land in allen seinen einzelnen Parzellen neu vermessen und die Bodengüte der einzelnen Lagen möglichst genau bestimmt.

Als Grundeinheit des Maßes ist das bayerische Tagwerk angenommen. Dasselbe ist 40000 Quadratfuß groß, und ist in allen Regierungsbezirken (mit Ausnahme von Unterfranken) in 100 Theile eingetheilt, welche kurzweg Decimale heißen. Unter einem Decimale versteht man also $^1/_{100}$ Tagwerk.

2 Tagwerke 45 Decimale also = 2,45 Tagwerk; 68 Decimale = 0,68 Tagwerk; 9 Decimale = 0,09 Tagwerk.

Ein solches Decimal = 400 Quadratfuß, das ist eine Fläche, 20 Fuß lang und breit, oder 40 Fuß lang und 10 Fuß breit.

In Unterfranken, wo schon eine größere Zertheilung der Grundstücke Platz gegriffen, ist das Tagwerk in 1000 Theile eingetheilt. Diese Theile heißen gleichfalls Decimale. Hier hat man sich also unter einem Decimal $^1/_{1000}$ von einem Tagwerk vorzustellen.

2 Tagw. 375 Decim. also = 2,375 Tagw.; 865 Decim. = 0,865 Tagw.; 70 Decim. = 0,070 Tgw., 9 Dec. = 0,009 Tgw.

Ein Decimal dieser Art = 40 Quadratfuß, das ist eine Fläche von 10 Fuß Länge und 4 Fuß Breite.

Hinsichtlich der Bodengüte (Bonität) sind die einzelnen Grundstücke in Klassen gebracht, welche durch Ziffern bezeichnet werden. Je besser der Boden eines Feldes, desto höher seine Klassenziffer. Ein Grundstück mit der Klassenziffer 16 ist von doppelter Bodengüte als ein anderes mit der Klassenziffer 8.

Denken wir uns nun drei Aecker mit A, B, C bezeichnet.

A sei 2 Tagwerk groß und habe die Bodenklasse 8.
B sei 2 Tagwerk groß und habe die Bodenklasse 16.
C sei 4 Tagwerk groß und habe die Bodenklasse 16.

Die Aecker A und B sind von gleicher Größe; jeder derselben ist 2 Tagwerk groß. Hinsichtlich ihrer Bodengüte aber sind sie verschieden. Die Bodenklasse des B ist 2mal so hoch als die des A.; B wird daher, unter gleichen übrigen Umständen, 2mal so viel ertragen als der Acker A.

Die Aecker B und C haben gleiche Bodengüte; beide liegen in der 16. Bonitätsklasse. C ist jedoch 2mal so groß als B. Der Ertrag und dadurch auch der Werth des C besteht daher in dem Doppelten von dem des B, folglich in dem Vierfachen von dem des A.

Dieß Ertrags- und Werths-Verhältniß der drei Grundstücke zu einander wird auf das Genaueste durch das Produkt aus der Flächengröße und der Klassenziffer ausgedrückt. Dasselbe ist

von A = 2 × 8 = **16**.
von B = 2 × 16 = **32** (= 2 × 16.)
von C = 4 × 16 = **64** (= 2 × 32 = 4 × 16.)

Darum heißt man die Zahlen 16, 32 und 64 „Verhältnißzahlen". Aus ihnen berechnet sich die Steuer. Die einfache Steuer — das Steuer-simplum — ist von A = 16 kr., von B = 32 kr., von C = 64 kr.

Wie vielmal die einfache Steuer jährlich zu erheben ist, wird durch die Staatsregierung mit Zuziehung der Stände des Reichs von 6 zu 6 Jahren bestimmt. Werden z. B. 2,8 Simpla gezahlt, so ist die Jahressteuer

von A = 2,8 × 16 kr. = 44,8 kr. = 44 kr. 6,4 hlr. = 44 kr. 6 hlr.
„ B = 2,8 × 32 kr. = 89,6 kr. = 89 kr. 4,6 hlr. = 89 kr. 5 hlr.
„ C = 2,8 × 64 kr. = 179,2 kr. = 179 kr. 1,6 hlr. = 179 kr. 2 hlr.

Der Lehrer nehme hierauf einige Steuerkatasterauszüge, welche jeder bayerische Unterthan für seinen Grundbesitz in Händen hat, ausführlich mit den Schülern durch, damit sie solche in ihrer Einrich-

tung kennen und die Vortrefflichkeit derselben würdigen lernen. Dann zeichne er Folgendes mit Weglassung der Verhältnißzahl und Steuer an die Wandtafel und gebe den Schülern auf, die hiefür leer gelassenen Rubriken auszufüllen.

Pl.-Nr.	Bezeichnung des steuerbaren Objekts.	Tagw.	Decim.	Bonitäts-Klasse.	Verhältnißzahl	Einfache Steuergröße.		
						fl.	kr.	hlr.
715	Hausleiten . . .	2	74	14	38,4	—	38	3
836	Morgarten . . .	0	96	13	12,5	—	12	4
1235	Eggerten	3	25	15	48,8	—	48	6
894	Siegesthal . . .	1	08	12	13,0	—	13	—
456	Langenlohe . . .	4	79	17	81,4	1	21	3
579	Breitenfeld . . .	8	42	16	134,7	2	14	6
	Summe	21	24	—	328,8	5	28	6

Die Jahressteuer hiervon = 2,8 × 328,8 kr. = 920,64 kr. Die $^4/_{100}$ werden weggeworfen. 920,6 kr. = 15 fl. 20 kr. 5 hlr.

Für Unterfranken.

Pl.-Nr.	Bezeichnung der steuerbaren Objekte.	Tagw.	Decim.	Bonitäts-Klasse.	Verhältnißzahl	Einfache Steuergröße.		
						fl.	kr.	hlr.
725	Hausleiten . . .	2	745	14	38,4	—	38	3
836	Morgarten . . .	0	964	13	12,5	—	12	4
1257	Eggerten	3	257	15	48,9	—	48	7
894	Siegesthal . . .	1	082	12	13,0	—	13	—
476	Langenlohe . . .	4	798	17	81,6	1	21	5
579	Breitenfeld . . .	8	420	16	134,7	2	14	6
	Summe	21	266	—	329,1	5	29	1

Die Jahressteuer = 2,8 × 329,1 kr. = 921,48 kr. = 921,5 kr. = 15 fl. 21 kr. 4 hlr.

Berichtigungen.

Seite 4. Zeile 18 von oben lies: seine Leistungen.

„ 11. Zeile 2 v. o. soll es heißen: 3 = 2 + 1 oder 1 + 2.

„ 57. Z. 17, 16 u. 15 von unten soll stehen: ... 73 + 9, 74 + 9, 75 + 9.

„ 95. Z. 21 v. u. statt: 46805,2 soll stehen: 468052.

„ 98. Z. 6 von unten soll der Multiplikator 60 und das Produkt um eine Stelle weiter rechts stehen.

„ 101. Beispiel 5 soll stehen

9700	oder:	9700
250		250
485000		485
19400		194
2425000		2425000

„ 108. Z. 22 v. o. soll stehen: der 4. Theil von 31 E. = 7 E.

„ 135. Beispiel 3. gehören die Punkte hinter 48 und 23 weg.

„ 153. Z. 6 v. o. soll es heißen: 12 kr. sind in 7 fl. eben so oft enthalten, als in 420 kr.

„ 187. Z. 6 v. u. soll stehen:

	25	
	75	3
	100	4


„ 206. Z. 7 v. u. soll stehen: $+ \frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$ statt $+ \frac{2}{4} \times \frac{3}{4}$.


„ 238. Beisp. 2. besondere Weise, soll die Ziffer 7 nicht durchstrichen sein.

„ 238. Z. 25 v. u. soll es heißen: für 42 Tage $42 \times \frac{58}{24}$ fl.

„ 267. Z. 18 v. u. soll stehen: worin 4 fl. $1\frac{3}{5}$ mal.

„ 272. Z. 3 v. u. lies: denn, statt: dann.


Fig 1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
1/3
12
1/6
13
1/4
14
1/20
15
d c
a e b f
16
c e d
a f b
17
c d
a b
18
c d
a e b
19
b c g f a h d e
20
c a d b
21



Heuner, Johann F.

Lehrgang des Rechenunterrichtes in Volks-Schulen

Ansbach 1858